

Московский государственный  
университет путей сообщения (МИИТ)

---

Кафедра «Физика-1»

В.И.Марченко

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом университета

**Измерение моментов инерции твердых  
тел в форме диска и тонких колец  
с помощью маятника Максвелла.**

Методические указания к лабораторной работе  
№ 108 по дисциплине «Физика» для студентов  
1 и 2 курсов механических, энергетических и  
строительных специальностей.

Москва – 2005

УДК 531

М 35

Марченко В.И. Измерение моментов инерции твердых тел в форме диска и тонких колец с помощью маятника Максвелла: Методические указания. – М.:МИИТ, 2005 – 13 с.

Приведено описание экспериментальной установки. Изложен порядок выполнения работы и сведения, необходимые для статистической обработки результатов. Предназначено для студентов 1 и 2 курсов механических, энергетических и строительных специальностей.

© Московский государственный  
университет путей сообщения  
(МИИТ), 2005

## Работа № 108

### Измерение моментов инерции твердых тел в форме диска и тонких колец с помощью маятника Максвелла.

**Цель работы:** Изучение закона сохранения и превращения механической энергии маятника Максвелла, совершающего сложное движение, и измерение с его помощью моментов инерции твердых тел правильной геометрической формы.

**Приборы и принадлежности:** Маятник Максвелла с автоматической системой отсчета времени, набор колец с различной массой, штангенциркуль.

#### Постановка задачи.

Любое сложное движение абсолютно твердого тела можно представить в виде суммы двух простых движений: вращательного и поступательного. Сложное движение удобно моделировать на приборе, называемом маятником Максвелла.

Маятник Максвелла представляет собой диск, неподвижно закрепленный на тонком валу, ось которого проходит через центр инерции. Маятник подвешивается к штативу на двух нитях, закрепленных на концах вала симметрично относительно диска. При вращении вала нити наматываются на вал маятника или разматываются, тем самым обеспечивая поступательное перемещение маятника вверх вниз. Если, намотав нить на вал, поднять маятник на некоторую высоту  $h$  и отпустить его, то он начнет совершать возвратно-поступательное движение под действием сил тяжести и сил натяжения нитей.

При опускании диска вниз нити разматываются до полной длины. Поступательное движение маятника в этот момент прекращается, но он продолжает вращение в том же направлении и наматывает нити на вал, вследствие чего он поднимается вверх, замедляя при

этом свое вращение. Дойдя до верхней точки, маятник останавливается. После чего снова опускается вниз.

На рис. 1 показана схема сил, действующих на вал. Движение маятника осуществляется под действием силы тяжести  $mg$ , приложенной в центре инерции и силы натяжения нитей  $N$ , действующей по касательной к валу и направленной вертикально вверх. Они образуют пару сил с плечом, равным  $\frac{d}{2}$  (где  $d$  - диаметр вала).

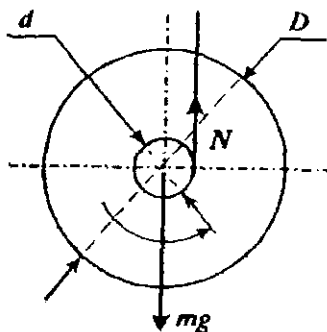


Рис. 1

Под действием пары сил с постоянным моментом маятник совершает равноускоренное вращение в направлении, показанном стрелкой, и равномерно ускоренное опускание с ускорением  $a$ . При этом угловая скорость  $\omega$  вращения диска вала связаны соотношением:

$$v = \omega \cdot r, \text{ (где } r = \frac{d}{2} \text{), откуда } \omega = \frac{2}{d}v \quad (1)$$

Кинетическая энергия маятника в каждый момент времени складывается из энергии поступательного и вращательного движений.

$$E_k = \frac{I_0 \omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \quad (2)$$

(где  $I_0$  - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр инерции,  $m$  - масса маятника).

Из формул (1) и (2) получим:

$$E_k = \frac{4I_0 v^2}{2d^2} + \frac{mv^2}{2} = \left( \frac{2I_0}{d^2} + \frac{m}{2} \right) \cdot v^2 \quad (3)$$

Согласно закону сохранения механической энергии при движении в поле силы тяжести кинетическая энергия маятника, который опускается с высоты  $h$ , равна его потенциальной энергии на этой высоте  $mgh$ . Подставив в формулу (3) вместо  $E_k$  равную ей  $E_p = mgh$ , получим:

$$mgh = \left( \frac{2I_0}{d^2} + \frac{m}{2} \right) \cdot v^2 \quad (4)$$

Рассматривая нити как нерастяжимые, считаем, что линейная скорость точек на ободе вала равна линейной скорости опускания центра инерции маятника.

Линейную скорость опускания маятника определим из закона равноускоренного движения:

$$h = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \text{ откуда при } v_0 = 0 \quad a = \frac{2h}{t^2}$$

(где  $a$  - ускорение поступательного движения маятника).

Так как при  $v_0 = 0$ , линейная скорость  $v = at$ , то, заменив в этом равенстве  $a$  на  $\frac{2h}{t^2}$ , получим:  $v = \frac{2h}{t}$

Подставив это значение линейной скорости в (4), запишем формулу перехода потенциальной энергии маятника в кинетическую в виде:

$$mgh = \left( \frac{2I_0}{d^2} + \frac{m}{2} \right) \cdot \frac{4h^2}{t^2} \quad (5)$$

Решив равенство (5) относительно  $I_0$ , получим расчетную формулу для определения момента инерции маятника Максвелла относительно его оси вращения:

$$I_0 = \frac{md^2}{4} \cdot \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (6)$$

(где  $h$  – высота, с которой опускается маятник,  $t$  – время опускания).

Измерение пройденного маятником пути осуществляется мерной линейкой, нанесенной на стойке прибора, показанного на рис. 2, а время движения осуществляется автоматическим счетчиком, который включается электромагнитным датчиком П в момент начала опускания маятника и выключается фотоэлектрическим датчиком Ф в момент полного разматывания нитей (при этом ось маятника на мгновение останавливается). Масса маятника  $m$  указывается в паспорте прибора и приводится на стенде лаборатории. Диаметр вала  $d$  измеряется

штангенциркулем. К прибору прилагается набор колец с различной массой, которые плотно надеваются на диск маятника, что позволяет рассматривать диск с одетым кольцом как маятник Максвелла с другой массой  $m$ , и другим диаметром  $D$ . Измерив момент инерции  $I$  такого маятника, используя ту же расчетную формулу (6), момент инерции кольца  $I_k$  найдем как разность  $I - I_0$ .

**Примечание:** измерение времени опускания маятника может выполняться с помощью секундомера.

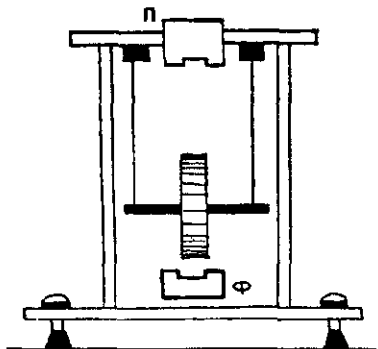


Рис. 2

### Порядок выполнения работы.

1. В начале работы проверьте исправность механических частей установки. Измерьте диаметр  $d$  стержня и диска  $D$ . Занесите их значения в таблицу. После этого тщательно виток к витку намотайте на стержень маятника нити.
2. Поддерживая маятник рукой (нити его должны быть расположены в вертикальной плоскости), зафиксируйте его положение на высоте  $h$  с помощью датчика П.

3. Освободите маятник нажатием кнопки «пуск» и измерьте путь  $h$ , пройденный маятником (отсчитывая по шкале, нанесенной на опору рамы) и время движения  $t$  (измеряется автоматическим секундомером). Измерения проводите не менее 5 раз. Результаты занесите в таблицу.
4. По формуле (6) рассчитайте момент инерции маятника  $I_0$ .
5. Оденьте на диск кольцо с заданной массой  $m_1$  и проведите для маятника с одетым на него кольцом измерения п. 3. Значение момента инерции кольца находится путем вычитания из общего значения  $I$ , рассчитанного по формуле (6), значения  $I_0$ .
6. Прделайте измерения п. 5 со вторым кольцом массой  $m_2$ .
7. Рассчитайте величину момента инерции диска  $I_d$  и кольца  $I_k$ , зная размеры маятника и его массу по формулам  $I_d = \frac{mr^2}{2} = \frac{mD^2}{8}$  и  $I_k = mr^2 = \frac{mD^2}{4}$  и результат сравните с экспериментальными данными, (колонки 6 и 7 таблицы).

**Внимание:** измерения проводите с большой осторожностью, т.к. маятник легко повредить, если даже незначительно погнуть его стержень. Маятник с погнутым стержнем при своем движении начинает «бить», сильно раскачиваясь из стороны в сторону. Проводить измерения с таким маятником опасно, т.к. при раскачивании он может нанести травму. При работе с электрическим пускателем и секундомером соблюдайте правила электрической безопасности.



### Обработка результатов измерений.

1. Проведите статистическую обработку результатов измерений по Стьюденту. Величину доверительного интервала получите у преподавателя.

2. Вычислите абсолютную и относительную погрешности косвенного измерения моментов инерции диска маятника  $I_0$  и моментов инерции колец. Сравните полученные значения средней абсолютной ошибки с разностью между экспериментальными значениями и значениями, вычисленными по формулам, приведенным в п. 7.

3. Результаты представьте в виде:

$$I_0 = \langle I_0 \rangle \pm \Delta I_0 (\text{кг} \cdot \text{м}^2) \quad \frac{\langle \Delta I_0 \rangle}{\langle I_0 \rangle} = \%$$
$$I_k = \langle I_k \rangle \pm \Delta I_k (\text{кг} \cdot \text{м}^2) \quad \frac{\langle \Delta I_k \rangle}{\langle I_k \rangle} = \%$$

### Контрольные вопросы.

1. Какое движение твердого тела называется поступательным?
2. Какое движение твердого тела называется вращательным?
3. Что называется угловой скоростью при вращательном движении и как она связана с линейной скоростью поступательного движения?
4. Что называется моментом инерции твердого тела?
5. Как вычисляется момент инерции твердых тел правильной геометрической формы?
6. Чему равна кинетическая энергия твердого тела при поступательном и вращательном движениях?
7. Чему равна механическая энергия твердого тела при сложных движениях?
8. Чему равна потенциальная энергия тела?
9. В чем состоит закон сохранения механической энергии?

Таблица

№ изме р ения	m, (кг)	$d_B,$ D, (м)	h, (м)	t, (с)	$I_p,$ (кг·м <sup>2</sup> )	$I_3,$ (кг·м <sup>2</sup> )	$\Delta I$ (кг·м <sup>2</sup> )
1	2	3	4	5	6	7	8
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
		$\langle d \rangle =$			$I_o =$	$\langle I_o \rangle =$	
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
		$\langle D \rangle =$			$I_k =$	$\langle I_k \rangle =$	
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
		$\langle D \rangle =$			$I_k =$	$\langle I_k \rangle =$	

## Литература.

1. А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. Курс физики. - М., Высшая школа. 2000, 717 с.
2. Т.И.Трофимова. Курс физики. - М., Высшая школа. 2000, 540с.
3. Лабораторный практикум по физике, часть 1. Под редакцией проф. Марченко В.И. – М., МИИТ, 1999, 141 с.

## Содержание.

Цель работы.....	3
Постановка задачи.....	3
Порядок выполнения работы.....	7
Обработка результатов измерений.....	9
Контрольные вопросы.....	9
Список рекомендуемой литературы.....	11

### Учебно-методическое издание

Марченко Владимир Иосифович

Измерение моментов инерции твердых тел в форме  
диска и тонких колец  
с помощью маятника Максвелла.

Методические указания к лабораторной работе  
№108 по дисциплине «Физика».

---

Подписано к печати - 20.04.05    Формат 60 x 84 / 16  
Усл. печ. л. - 6,75    Заказ № 275.  
Изд. № 274-05    Тираж 300 экз.

---

127994, Москва,  
ул. Образцова, 15.

Типография МИИТа