МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

Кафедра «Физика – I»

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ ПО ФИЗИКЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 106

для студентов 1 и 2 курсов энергетических, строительных и механических специальностей

под редакцией профессора И.А. Паньшина

Москва – 2005

УДК 531.53
В19
Васильев Е.В. ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА. Методические указания к лабораторной работе №106 по дисциплине «Физика»/под. ред. проф. Паньшина И.А. – М.: МИИТ, 2005. - 9 с.

Методические указания к лабораторной работе №106 «Изучение свободных колебаний физического маятника» предназначены для студентов 1 и 2 курсов энергетических, строительных и механических специальностей и соответствуют программе и учебным планам по физике (раздел «Колебания»).

Данные методические указания составлены на основе методических указаний, разработанных преподавателем ***Н.В. Дзержкович.***

Ил. 2 , табл.3, библ.2 назв.

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы. Определение момента инерции физического маятника двумя методами, измеряя: 1) период его малых колебаний; 2) его приведённую длину.

Введение

Физическим маятником называется любое твёрдое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, не проходящей через центр инерции тела. Всегда можно подобрать математический маятник, синхронный данному физическому, т.е. такой математический маятник, период колебаний которого равен периоду колебаний физического маятника. Длина такого математического маятника называется ***приведённой длиной физического маятника***.

Выведем формулу периода колебаний физического маятника. На рис. 1 точка *O* – след горизонтальной оси вращения, точка *B* – центр тяжести. Следует отметить, что в однородном поле сил тяжести центр инерции и центр тяжести совпадают.

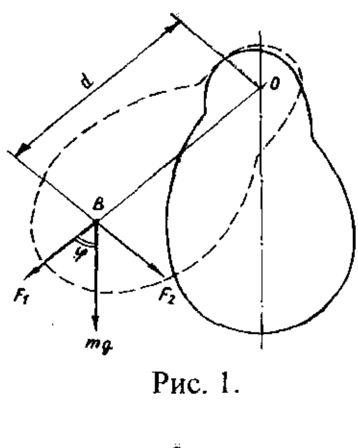

Рис. 1.

Тело совершает колебания под действием вращающего момента:

$$M = F_2 \cdot d, \qquad (1)$$

где d - расстояние от оси вращения до центра тяжести тела, равное OB.

Из рисунка 1 следует, что

$$F_2 = mg \cdot \sin\varphi.$$

Здесь φ – угловое перемещение тела, отсчитываемое от положения равновесия. При малых значениях φ угловое перемещение можно рассматривать как вектор, лежащий на оси вращения, направление которого определяется направлением поворота тела из положения равновесия в заданное направление правилом правого винта. Учитывая, что векторы $\vec{M}$ и $\vec{\varphi}$ антипараллельны, следует величинам проекций M и φ на ось вращения приписать противоположные знаки.

Тогда формула (1) примет вид

$$M = -mgd \cdot \sin\varphi. \qquad (1a)$$

При малых углах φ можно ограничиться первым членом разложения функции $sin\varphi$ в ряд

$$\left(\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} ....\right)$$

и принять $\sin\varphi \approx \varphi$, если φ выражено в радианах. Тогда формулу (1а) можно записать следующим образом:

$$M = -mgd\varphi. \qquad (2)$$

Используем основной закон динамики вращательного движения, записав его в проекциях на ось вращения:

$$M = J\beta, \qquad (3)$$

где J - момент инерции тела относительно оси вращения;

β - угловое ускорение, причём $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$.

Подставляя в формулу (3) момент силы из формулы (2), получим

$$J\ddot{\varphi} + mgd\varphi = 0,$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd\varphi}{J} = 0. \qquad (4)$$

Это линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянным коэффициентами, как известно, имеет решение

$$\varphi(t) = \varphi_0 cos(\omega t + \alpha), \qquad (5)$$

содержащее две произвольные постоянные φ_0 и α, определяемые начальными условиями. Величины φ_0 и α называют соответственно амплитудой и начальной фазой колебаний. Заметим при этом, что циклическая частота ω, как и период колебаний $T_ф$, определяется динамическими свойствами системы и равны, соответственно,

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{J}} \quad \text{и} \quad T_ф = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}, \qquad (6)$$

в чём можно убедиться, подставив решение $\varphi(t)$ в виде формулы (5) в уравнение (4).

Известно, что период колебаний математического маятника равен

$$T_м = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

откуда следует, что математический маятник будет иметь тот же период колебаний, что и данный физический, если длина его равна

$$l_n = \frac{J}{md}. \qquad (7)$$

Это и есть формула приведённой длины физического маятника.

Описание установки и методов измерений

Установка включает в свой состав: основание, вертикальную стойку, математический и физический маятники, имеющие узлы подвеса на верхнем кронштейне, кронштейн для установки фотодатчика, фотодатчик, для регистрации периода колебаний физического и математического маятников; электронный блок управления, включающий счётчик колебаний и секундомер.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и зажимом для фиксации вертикальной стойки.

Вертикальная стойка выполнена из металлической трубы, на которую нанесена миллиметровая шкала.

Математический маятник имеет бифилярный подвес, выполненный из капроновой нити, на которой подвешен груз в виде металлического шарика, и устройство для изменения длины подвеса маятника.

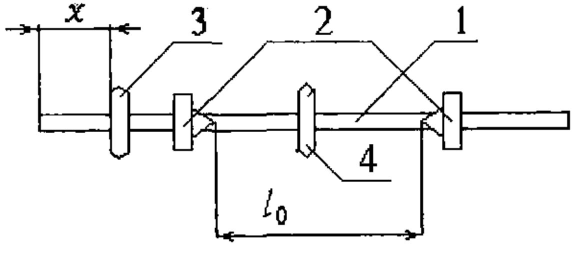

Рис. 2

Физический маятник (рис. 2) имеет жесткий металлический стержень 1 с рисками через каждые 10 мм для отсчета длины, две призматические опоры 2, которые устанавливаются в рабочем положении на V-образные опоры штатива, два груза 3 и 4 с возможностью перемещения и фиксации по всей длине стержня. Положение фиксированного груза 4 подобрано так, чтобы с помощью регулировочного груза 3, смещая его на расстояние x, можно было добиться равенства T_1 и T_2 в прямом и обратном положении маятника.

Расстояние между опорными призмами l_0 = 245 мм. Масса физического маятника равна 0,8329 кг.

Узлы подвески математического и физического маятников расположены на диаметрально противоположных сторонах кронштейна относительно вертикальной стойки.

Кронштейн имеет зажим для крепления на вертикальной стойке и элементы фиксации фотодатчика.

Установка работает от электронного блока ФМ 1/1.

При проведении измерений используются штангенциркуль и призма балансировки.

Один из методов определения момента инерции маятника относительно оси, проходящей через опорную призму, сводится к определению периода колебаний T маятника относительно этой оси, массы m и расстояния d от центра тяжести до оси (см. формулу (6) для $T_ф$). В этом случае момент инерции маятника вычисляется по формуле

$$J = \frac{mg}{4\pi^2} d \cdot T_ф^2. \qquad (8)$$

Положение центра тяжести определяется с помощью призмы балансировки.

Кроме этого метода на практике часто используют метод определения момента инерции по приведённой длине физического маятника. Приведённую длину находят из опыта, подбирая такой математический маятник, который колеблется синхронно с данным физическим маятником. Определив длину математического маятника $l_п$ и измерив m и d, находят момент инерции по формуле

$$J = mdl_n. \qquad (9)$$

Порядок выполнения работы

Первый метод

1. Включить электронный секундомер. Нажать кнопку «СБРОС». Подвесив маятник на призме 2 (см. рис. 2), отклонить его на небольшой угол (5-6 градусов), нажать кнопку «ПУСК», без толчка отпустить маятник и зафиксировать: счётчиком 10 колебаний (левое табло), секундомером время этих колебаний (правое табло). Измерения произвести пять раз. Затем произвести аналогичные измерения, подвешивая маятник на противоположной призме 2. Данные занести в таблицу 1. Вычислить $t_{ср}$, а затем найти период колебаний по формуле

$$T = \frac{t_{ср}}{n}.$$

Результат занести в таблицу 1.

2. Для определения расстояния d от центра тяжести до оси вращения снять маятник с опоры и положить на специальную подставку (призму балансировки). На подставке, которая имеет острую грань, маятник необходимо уравновесить. Расстояние от точки, находящейся над гранью призмы балансировки до опорной призмы измерить масштабной линейкой с точностью до 1 мм. Затем рассчитать момент инерции по формуле (8). Результат занести в таблицу 3.

Второй метод

Изменяя длину математического маятника, добиться того, чтобы он колебался синхронно с физическим. Полного совпадения периодов обоих маятников добиться нелегко. Поэтому следует, постепенно меняя длину нити математического маятника, добиться того. Чтобы маятники колебались синхронно в течение 10 колебаний. Измерить расстояние от шарика до точки подвеса. Длина маятника l равна этому расстоянию плюс радиус шарика. Её можно считать приведённой длиной l_n физического маятника. Подбор длины математического маятника, колеблющегося синхронно с данным физическим маятником, следует произвести не менее пяти раз и найти $l_{n\,cp}$. Результаты занести в таблицу 2. Момент инерции вычислить по формуле (9) и результат измерения занести в таблицу 3. Подобные измерения и расчёты повторить, подвешивая маятник на второй призме.

Таблица 1

Положение оси вращения	Расстояние от оси вращения до центра тяжести, м	Время 10 колебаний, с						Среднее значение периода колебаний T_{cp}, с
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_{cp}	
Призма 1								
Призма 2								

Таблица 2

Радиус шарика r, м	l_n, м					$l_{n\,cp}$, м
	1	2	3	4	5	

Таблица 3

Расстояние от оси вращения до центра тяжести, м	Момент инерции физического маятника J, кг м^2	
	по методу колебаний	по приведенной длине

Обработка результатов измерений

1. Произвести расчёт погрешности измерений момента инерции в соответствии с правилами, изложенными в методическом указании [2]. Для этого рассчитать предельную погрешность определения момента инерции по методу колебаний по формуле

$$\delta J = \frac{\Delta J}{J} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta t}{t} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{2\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta g}{g},$$

Предельную ошибку в определении массы считать равной единице последней значащей цифры в значении массы, т.е. 0,0001 кг. Ошибка в определении d равна половине цены деления линейки, с помощью которой производилось измерение.

При определении времени t и l_n случайные ошибки могут быть велики. Случайную ошибку Δt вычислить по формуле

$$\Delta t = \alpha \cdot \sqrt{\frac{\sum (t_{cp} - t_i)^2}{N(N-1)}},$$

где N – число измерений. Для надёжности 0,95 и $N = 5$ (в нашем случае), $\alpha = 2{,}8$. Полученную случайную ошибку сравнить с приборной, равной цене деления секундомера, т.е. 0,001 с. В расчётах следует использовать бóльшую ошибку, принимая её за предельную ошибку в определении времени. Аналогично рассчитывается ошибка в определении l_n.

Значения величин g и π известны с большей точностью, значит относительные ошибки, $\frac{\Delta g}{g}$ и $\frac{\Delta \pi}{\pi}$ могут быть сделаны практически как угодно малыми. Чтобы не отягчать ошибок измерений ошибками вычислений, значения g и π достаточно взять с таким количеством знаков после запятой, чтобы $\frac{\Delta g}{g}$ и $\frac{\Delta \pi}{\pi}$ были на порядок меньше, чем самая большая из величин $\frac{\Delta t}{t}, \frac{\Delta m}{m}, \frac{\Delta d}{d}$.

2. По рассчитанной относительной ошибке δJ найти абсолютную ошибку ΔJ.

3. Представить результаты измерений момента инерции в виде

$$J \pm \Delta J.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение гармонических колебаний.
2. Что называется математическим маятником?
3. Что называется приведённой длиной физического маятника?
4. Как выводится формула периода колебаний физического маятника?

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.К. Курс физики. М., 2000.
2. Методические указания к лабораторным работам по физике (работы 60 - 63) , МИИТ. 1976.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Васильев Евгений Васильевич

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Методические указания к лабораторной работе по физике № 106

под редакцией профессора И.А. Паньшина

Подписано к печати-20.04.05 Заказ № 274. Формат 60x84x21/16
Усл.печ.л. 0,75. Изд. № 278-05. Тираж 300.

127994, Москва, ул. Образцова 15. Типография МИИТа