

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Российский университет транспорта (МИИТ)»

---

Институт транспортной техники и систем управления

Кафедра «Машиноведение, проектирование,  
стандартизация и сертификация»

Г. М. Кравченко, А. Б. Болотина, Т. А. Бичева

## **Определение параметров эвольвентного зубчатого колеса с помощью измерений**

Учебно-методическое пособие к лабораторным и  
практическим занятиям

Москва – 2017

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Российский университет транспорта (МИИТ)»

---

Институт транспортной техники и систем управления

Кафедра «Машиноведение, проектирование,  
стандартизация и сертификация»

Г. М. Кравченко, А. Б. Болотина, Т. А. Бичева

## **Определение параметров эвольвентного зубчатого колеса с помощью измерений**

Учебно-методическое пособие  
для студентов специальностей «Стандартизация и  
сертификация»,  
«Метрология и метрологическое обеспечение»,  
«Подвижной состав железных дорог»

Москва - 2017

УДК 621.833

К 78

Кравченко Г.М., Болотина А.Б., Бичева Т.А.  
**Определение параметров эвольвентного зубчатого колеса с помощью измерений:** Учебно-методическое пособие к лабораторным и практическим занятиям. – М.: РУТ (МИИТ), 2017. – 47 с., ил-11.

Учебно-методическое пособие содержит основные теоретические положения, определяющие параметры колеса с эвольвентным профилем зубьев и приведены расчетные формулы для основных параметров. Описана методика выполнения лабораторной (практической) работы по определению основных параметров колеса с использованием результатов инструментальных измерений.

Учебно-методическое пособие будет способствовать усвоению теоретического материала по разделу «Зубчатые колеса», освоению соответствующей терминологии, а также получению практические навыки измерения основных размеров зубчатого колеса.

Рецензент: Складов В.М. – к.т.н., доцент. кафедры  
«Технология транспортного машиностроения и ремонта  
подвижного состава» РУТ (МИИТ).

© РУТ (МИИТ), 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....</b>	<b>4</b>
1.1 Эвольвентное зубчатое колесо и его основные параметры. ....	4
1.2 Эвольвента окружности, ее свойства.....	8
1.3 Способы изготовления зубчатых колес. Понятие о исходном контуре реечного инструмента .....	10
1.4 Основные размеры зубчатого колеса.....	18
<b>2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЗМЕРЕНИЙ. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.....</b>	<b>23</b>
2.1 Цель работы.....	23
2.2 Методика выполнения работы.....	24
2.2.1 <i>Определение коэффициента смещения и     уравнительного смещения с помощью измерений</i> .....	24
2.2.2 <i>Расчет параметров зубчатого колеса</i> .....	32
2.2.3 <i>Проверка результатов измерений и расчетов</i> .....	35
<b>3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.....</b>	<b>40</b>
<b>4 ФОРМА ОТЧЕТА О РАБОТЕ.....</b>	<b>42</b>
<b>5 ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>43</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ФУНКЦИИ УГЛА.....</b>	<b>44</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....</b>	<b>46</b>

# 1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

## *1.1 Эвольвентное зубчатое колесо и его основные параметры.*

Зубчатые передачи используются во всех отраслях машиностроения и приборостроения [1]. Они применяются в большом диапазоне условий работы; мощности, передаваемые зубчатыми передачами, изменяются от ничтожно малых (приборы, часовые механизмы) до весьма значительных (редукторы общего машиностроения). Широко применяются передачи с цилиндрическими колесами, как наиболее простые в изготовлении и эксплуатации, надежные и малогабаритные.

Боковые грани зубьев, соприкасающиеся друг с другом во время вращения колес, имеют специальную криволинейную форму, называемую **профилем зуба** [1]. Наибольшее распространение в машиностроении получили колеса с эвольвентным профилем зуба.

На рисунке 1 представлено торцевое сечение эвольвентного цилиндрического зубчатого колеса внешнего зацепления и приведены обозначения основных его параметров в соответствии с стандартами [2,3].

**Эвольвентным колесом** называется зубчатое колесо, торцовые профили зубьев которого очерчены по эвольвенте окружности [3]. Все параметры колеса определяются через модуль **m** и число зубьев **z**.

**Модулем** называется линейная величина в  $\pi$  раз меньшая окружного шага, т.е. модуль по любой

концентрической окружности равен отношению окружного шага по этой окружности к  $\pi$ .

**Окружным шагом** называется расстояние по дуге окружности между одноименными точками профиля соседних зубьев (под одноименными понимаются правые или левые профили зуба).

В зависимости от окружности, по которой определен модуль, различают делительный, основной модуль, модуль по произвольной окружности и др.

Делительный модуль цилиндрического зубчатого колеса принят в качестве расчетного. Он равен модулю производящего исходного контура [4] инструмента, которым нарезается колесо, и соответствует стандартному ряду модулей (ГОСТ 9563) [4].

**Делительной** называется такая окружность зубчатого колеса, на которой модуль  $m$  и шаг  $p$  принимают стандартное значение. Угловой шаг - это центральный угол ( $p/r$ ), соответствующий дуге  $p$  - окружному шагу по делительной окружности. Длина делительной окружности равна произведению шага на число зубьев ( $p \cdot z$ ).

Делительный модуль:

$$m = \frac{p}{\pi}$$

Модуль по окружности произвольного радиуса:

$$m_y = \frac{p_y}{\pi}$$

Основной модуль (по основной окружности):

$$m_b = m \cdot \cos \alpha .$$

**Окружность вершин** это окружность, ограничивающая вершины головок зубьев.

**Окружность впадин** это окружность, проходящая через основания впадин зубьев.

Согласно [3] основные элементы зубчатого колеса обозначаются по следующим правилам: линейные величины - строчными буквами латинского алфавита, угловые - греческими буквами; установлены нижние индексы для величин:

- по делительной окружности - без индекса;
- по окружности вершин –  $a$ ;
- по окружности впадин –  $f$ ;
- по основной окружности –  $b$ ;
- по окружности нижних точек активных профилей колес –  $p$ ;
- по окружности граничных точек –  $i$ ;
- по окружности произвольного радиуса –  $y$ .

Обозначения на рис.1 соответствуют стандарту [3].

**Радиусы окружностей:**

$r$  – делительной окружности;

$r_a$  – окружности вершин;

$r_f$  – окружности впадин;

$r_b$  – основной окружности;

$r_y$  – радиус произвольной окружности.

**Окружные шаги:**  $p$  – по делительной окружности, который делится на толщину зуба  $s$  и ширину впадины  $e$ ;  $p_a$  – по окружности вершин (толщина зуба  $s_a$  и ширина впадины  $e_a$ );  $p_y$  – по окружности произвольного радиуса (толщина зуба  $s_y$  и ширина впадины  $e_y$ ).

Окружной шаг по любой окружности равен отношению длины этой окружности к числу зубьев колеса

$$p_y = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_y}{z}$$

**Толщина зуба** - это расстояние по дуге окружности между разноименными точками профилей зуба.

**Ширина впадины** - расстояние по дуге окружности между разноименными точками профилей соседних зубьев.

**Высота зуба  $h$**  делится соответствующей окружностью на высоту головки и высоту ножки. На рис..1 обозначено:  $h_a$  - высота делительной головки зуба;  $h_f$  - высота делительной ножки зуба.

**Угол профиля** на окружности произвольного радиуса обозначен  $\alpha_y$ .

**Углом профиля** называется острый угол между касательной  $t-t$  к профилю в данной точке и радиусом - вектором, проведенным в данную точку из центра колеса. Заметим, что нормаль  $n-n$  к эвольвентным профилям зубьев является касательной к основной окружности. Угол профиля  $\alpha = 20^\circ$  на делительной окружности, при нарезании колеса стандартным инструментом.



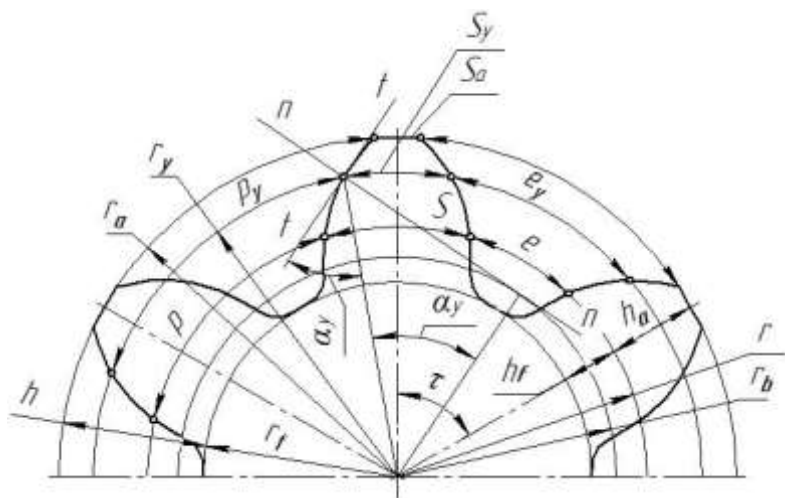
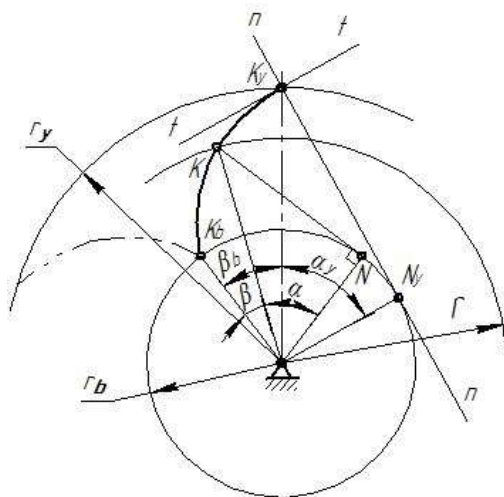


Рис. 1. Эвольвентное цилиндрическое колесо

### 1.2 Эвольвента окружности, ее свойства

Эвольвентой окружности (рис.2) называется кривая,



которую образует любая точка  $K_y$  прямой  $K_y N_y$ , которая катится без скольжения по окружности. Эту прямую называют **производящей**, а окружность – **основной**.

Рис. 2.

Эвольвента окружности

Из треугольника  $ON_yK_y$  следует, что радиус произвольной окружности

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}.$$

Так как  $K_yN_y$  перекатывается без скольжения по основной окружности, то длины дуги  $K_bN_y$  и прямой  $K_yN_y$  равны между собой. Откуда

$$r_b(\theta_y + \alpha_y) = r_b \cdot \text{tg } \alpha_y$$

$$\theta_y = \text{tg } \alpha_y - \alpha_y$$

$$\theta_y = \text{inv } \alpha_y$$

Угол  $\theta_y = \text{inv } \alpha_y$  называют инвалютой или эвольвентной функцией угла  $\alpha_y$ .

Последние два выражения являются уравнениями эвольвенты в параметрической форме.

В любой точке  $K_y$  профиля зуба касательная  $t-t$  к профилю параллельна радиусу  $r_y$  окружности, проведенной через эту точку (рис. 1). Для эвольвентных колес  $\alpha_y$  называют углом профиля зуба.

Эвольвентное зацепление. обладает рядом полезных свойств, которые и определяют широкое использование эвольвентных зубчатых передач в современном машиностроении. Важным свойством эвольвентного зацепления является то, что его **передаточное отношение определяется только отношением радиусов основных окружностей и является величиной постоянной.**

При определении параметров эвольвентного зубчатого колеса с помощью инструментальных измерений используются свойства:

- **из уравнения эвольвенты следует, что форма эвольвенты зависит только от радиуса основной окружности;**
- **эвольвента начинается от основной окружности, и имеет две симметричные ветви, по которым очерчены левый и правый профили зубьев:**
- **производящая прямая, касательная к основной окружности, является нормалью к профилю зуба в любой точке.**

### *1.3 Способы изготовления зубчатых колес.*

#### *Понятие о исходном контуре реечного инструмента*

Существуют два принципиально отличных метода изготовления зубчатых колес:

- метод **копирования**, при котором профиль зуба инструмента переносится на заготовку. Способ неточный, малопроизводительный и требует наличия инструмента, различного по модулю и количеству зубьев в большом ассортименте;
- метод **обкатки**, при котором инструмент и заготовка выполняют два движения - резания и обкатки (под обкаткой понимается такое относительное движение заготовки и инструмента, которое соответствует **станочному зацеплению**, т. е. зацеплению инструмента и заготовки).

Из вариантов изготовления по способу обкатки наибольшее распространение получил способ обработки на зубофрезерных или зубодолбежных станках, червячными фрезами или долбяками. . Инструмент может быть различным: фрезы. долбяки, рейки (гребенки). Производительность и точность изготовления достаточно высокая.

Рассмотрим подробнее нарезание зубьев с помощью реечного инструмента. **Стандартный исходный контур**, т. е. очертание зубьев, представляющий собой проекцию режущей грани инструмента на плоскость, перпендикулярную оси вращения заготовки. Высота зуба **стандартного исходного контура** равна **3 m**. **Совпадающий стандартный исходный контур** отличается от исходного высотой зуба, равной **2,5m**. **Стандартный исходный контур и Совпадающий стандартный исходный контур** показаны на рис.4.

Для сокращения номенклатуры режущего инструмента стандарт устанавливает нормативный ряд модулей **m** [3] и определенные соотношения между размерами элементов зуба.

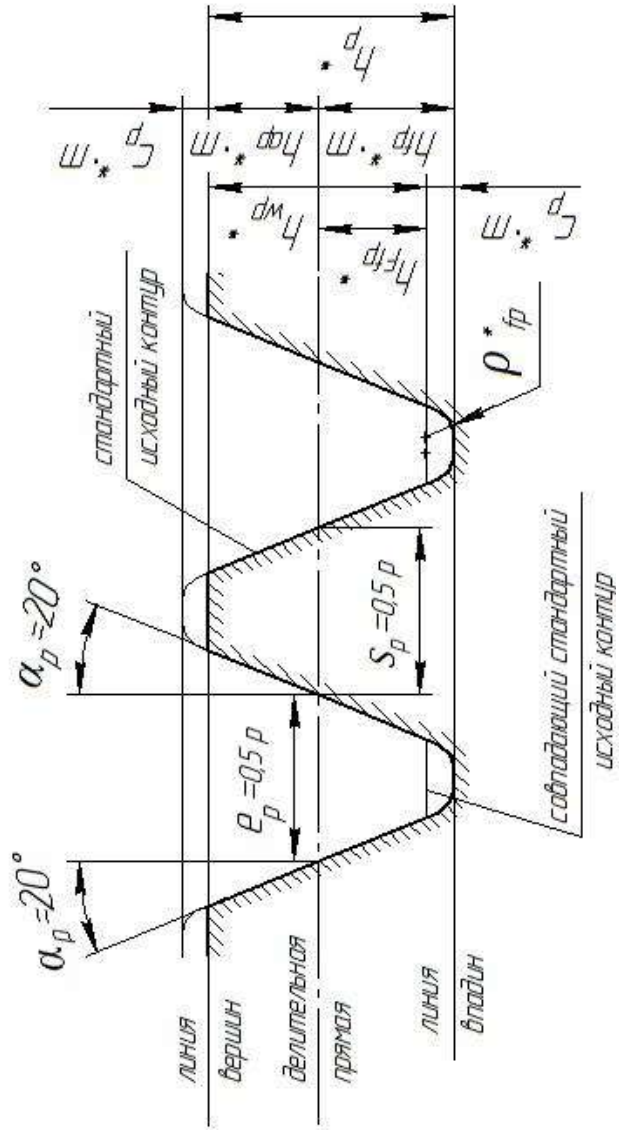


Рис 3. Исходный реечный контур

По ГОСТ 13755-2015 значения параметров исходного контура должны быть следующими:

- угол профиля зуба  $\alpha_p = 20^\circ$  ;
- коэффициент высоты зуба  $h^*_{ap} = 1$  ;
- коэффициент высоты ножки  $h^*_{fp} = 1,25$  ;
- прямолинейный участок по высоте ножки стандартного исходного контура  $h^*_{fjp} = 1$  ;
- общая высота исходного контура и совпадающего исходного контура  $h^*_{wp} = 2$  ;
- коэффициент радиального зазора между исходным контуром и совпадающим исходным контуром  $c_p^* = 0,25$ .
- коэффициент радиуса кривизны переходной кривой  $\rho^*_{fp} = c_p^*/(1-\sin \alpha_p) = 0,38$ .

Толщина зуба  $s_p$  и ширина впадины  $e_p$  по средней линии рейки равны между собой.

В зависимости от расположения исходного контура относительно заготовки зубчатого колеса (рис.5) зубчатые колеса делятся на **нулевые (без смещения** инструмента), **положительные** (с положительным смещением), **отрицательные** (с отрицательным смещением). Смещение инструмента равно  $x \cdot m$ , где  $x$  - коэффициент смещения исходного контура.

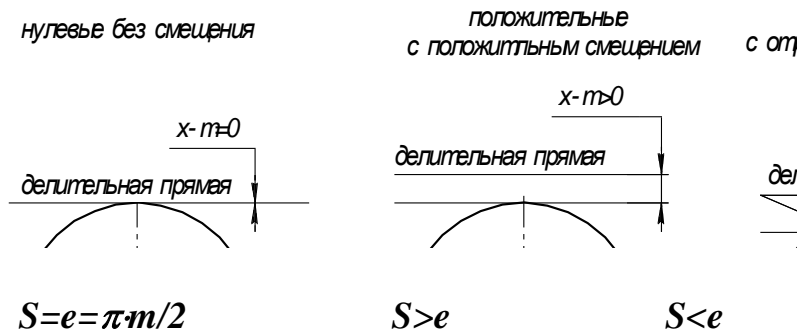


Рис. 4. Виды зубчатых колес

Заготовка колеса может быть установлена на станок таким образом ( рис. 4), что:

- делительная прямая (средняя линия ) инструмента является станочно-начальной прямой, т.е. касается делительной окружности нарезаемого (заготовки) колеса  $x \cdot m = 0$ ,  $x = 0$ , – **нулевое зубчатое колесо**,
- - инструмент отодвигается от центра заготовки и между делительной окружностью нарезаемого колеса и делительной прямой инструмента имеет место смещение  $x \cdot m > 0$ ,  $x > 0$ , – **положительное зубчатое колесо**;
- - при смещении инструмента к центру заготовки, между делительной прямой и делительной окружностью нарезаемого колеса смещение  $x \cdot m < 0$ ,  $x < 0$  – **отрицательное зубчатое колесо**.

На рисунке 5 показано станочное зацепление нарезаемого колеса и инструмента. В рассматриваемом случае  $x > 0$ ,  $x \cdot m > 0$  –положительное зубчатое колесо.

**Станочным зацеплением** называется зацепление, образованное нарезаемым колесом и инструментом, при изготовлении зубчатого колеса на зубообрабатывающем оборудовании по способу обкатки.

В станочном зацеплении станочно-начальная окружность колеса всегда совпадает с делительной окружностью так как необходимо перенести с инструмента стандартные параметры исходного производящего контура инструмента: шаг  $p_0$ , модуль  $m$  и угол профиля инструмента  $\alpha_p = 20^\circ$ . Эти стандартные параметры имеют место на делительной прямой или на прямой, параллельной делительной прямой стандартного исходного контура.

Прямая инструмента, касательная к делительной окружности заготовки - это **станочно-начальная прямая**. **Станочно-начальной** называется окружность, которая катится без скольжения по делительной прямой **совпадающего стандартного исходного контура** (рейки).

**Линия станочного зацепления** - геометрическое место точек контакта эвольвентной части профиля инструмента и эвольвентной части профиля зуба в неподвижной системе координат.



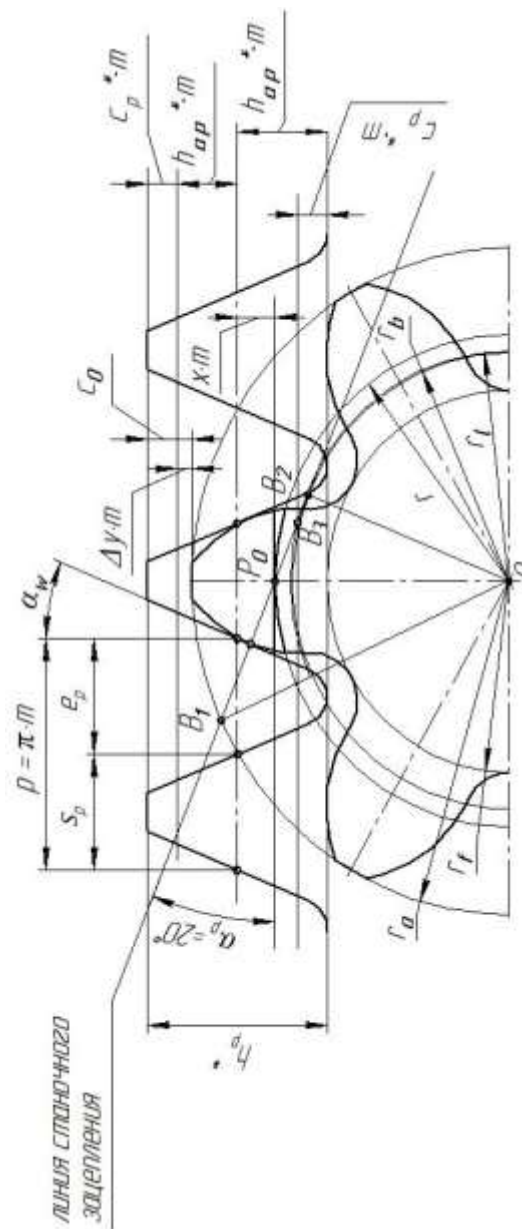


Рис. 5. Станочное зацепление

**Смещение совпадающего стандартного исходного контура  $x \cdot m$**  - кратчайшее расстояние между делительной окружностью заготовки и делительной прямой исходного производящего контура.

**Коэффициент смещения** исходного контура –  $x$ .

**Уравнительное смещение  $\Delta y \cdot m$**  - условная расчетная величина, введенная в расчет геометрии зацепления с целью обеспечения стандартного радиального зазора в зацеплении за счет изменения радиуса окружностей вершин колес. **Коэффициент уравнительного смещения -  $\Delta y$ .**

**Окружность граничных точек  $r_1$**  – окружность, проходящая через точки сопряжения эвольвентной части профиля зуба с переходной кривой.

На рис. 3 обозначено:

$P_0$  - полюс станочного зацепления;

$\alpha_{w_0} = \alpha_p$  – угол станочного зацепления;

$x \cdot m$  – смещение совпадающего стандартного исходного контура :

$\Delta y \cdot m$  - уравнительное смещение;

$c_0 = c_p^* m + \Delta y \cdot m$  – радиальный зазор в станочном зацеплении:

$r_{w_0}$  – радиус станочно-начальной окружности, равный радиусу делительной окружности  $r$ ;

Расстояние между любыми одноименными любыми точками профиля инструмента  $p_0 = p \cdot m$  равно шагу по делительной окружности нарезаемого колеса.

$p = p_0$ .

$V_1V_2 < V_1N$  - длина активной линии зацепления ( $V_1V_2 < V_1N$ ).

Ширина впадины  $e_0$  и толщина зуба  $s_0$  инструмента по делительной прямой всегда равны

$$e_0 = s_0 = \frac{p_0}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

#### ***1.4 Основные размеры зубчатого колеса***

Определим основные размеры эвольвентного зубчатого колеса, используя схему станочного зацепления (рис. 5). Формулы справедливы для беззазорного зацепления колес (без бокового зазора).

Радиус делительной окружности:

$$r = \frac{z \cdot m}{2}$$

Радиус окружности вершин

$$r_a = m \cdot \left( \frac{z}{2} + h_{ap}^* + x - \Delta y \right)$$

Высота головки зуба

$$h_{ap} = m \cdot (h_{ap}^* + x - \Delta y)$$

Высота ножки зуба

$$h_{fp} = m \cdot (h_{ap}^* + c_p^* - x)$$

Высота зуба

$$h_p = m \cdot (c_p^* + 2 \cdot h_{ap}^* - \Delta y)$$

Радиус окружности впадин:

$$r_f = m \cdot \left( \frac{z}{2} - h_{ap}^* - c^* + x \right)$$

Шаг колеса по делительной окружности:

$$p = m \cdot \pi = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{z}$$

Радиус основной окружности:

$$r_b = r \cdot \cos \alpha_p$$

Шаг колеса по основной окружности:

$$p_b = p \cdot \cos \alpha_p = m \cdot \pi \cdot \cos \alpha_p$$

Так как станочно-начальная прямая совпадающего стандартного исходного контура перекачивается в процессе обкатки по делительной окружности без скольжения, то дуга по делительной окружности колеса равна ширине впадины по станочно-начальной прямой инструмента. Тогда, с учетом схемы на рис. 5, толщина зуба по делительной окружности.

$$s_p = m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \right)$$

Угловая толщина зуба  $\gamma$  - по делительной окружности:

$$\gamma = \frac{s_p}{r} = \frac{2}{z} \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \right)$$

Ширина впадины по делительной окружности:

$$e_p = m \cdot \left( \frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \right)$$

В зависимости от величины смещения инструмента между толщиной зуба и шириной впадины на делительной окружности могут иметь место такие соотношения:

Нулевые ( $x=0$ )  $s_p = e_p = \pi \cdot m / 2$ ;

Положительные ( $x > 0$ )  $s_p > e_p$ ;

Отрицательные ( $x < 0$ )  $s_p < e_p$ .

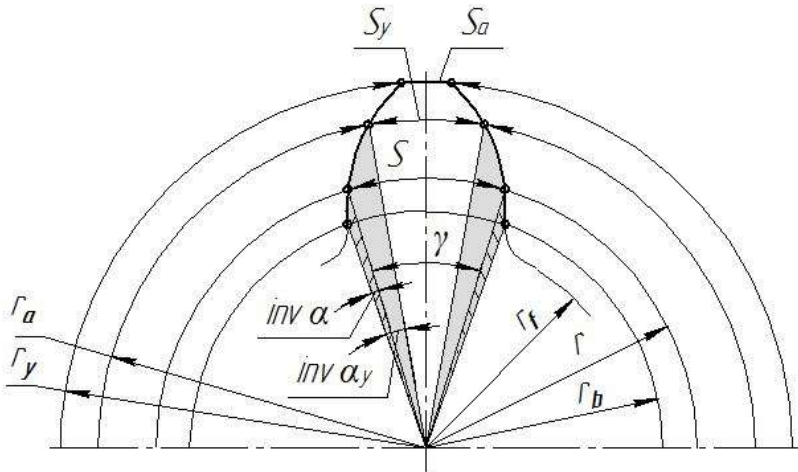


Рис. 6. Эвольвентная часть зуба

На рис. 6 показана эвольвентная часть зуба, нарезанного стандартным реечным инструментом, а также

приведены обозначения угловых и линейных толщин зубьев.

Угловая толщина зуба  $\gamma_y$  - по окружности произвольного радиуса:

$$\gamma_y = \frac{s_y}{r_y} = \frac{s_p}{r} - 2 \cdot (\text{inv } \alpha_y - \text{inv } \alpha_p),$$

где

$$r = \frac{m \cdot z}{2},$$

$$r_y = m \cdot z \cdot \frac{\cos \alpha_p}{2 \cdot \cos \alpha_y}$$

Подставив в формулу для

$$\gamma_y = \frac{s_y}{r_y},$$

эти зависимости, получим, что толщина зуба по окружности произвольного радиуса

$$s_y = \frac{\cos \alpha_p}{\cos \alpha_y} \cdot m \cdot \left[ \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \text{tg } \alpha_p - (\text{inv } \alpha_y - \text{inv } \alpha_p) \cdot z \right].$$

Здесь

$$\cos \alpha_y = \frac{r_b}{r_y}$$

Ширина впадины по окружности произвольного радиуса

$$e_y = p_y - s_y$$

Толщина зуба по окружности вершин

$$s_a = m \cdot \frac{\cos \alpha_p}{\cos \alpha_y} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p - (\operatorname{inv} \alpha_a - \operatorname{inv} \alpha_p) \cdot z \right]$$

где

$$\cos \alpha_a = \frac{r_b}{r_a}$$

Шаг по окружности вершин

$$p_a = p \cdot \frac{\cos \alpha_p}{\cos \alpha_a}$$

Ширина впадины по окружности вершин

$$e_a = p_a - s_a$$

Толщина зуба по основной окружности

$$s_b = m \cdot \cos \alpha_p \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p + z \cdot \operatorname{inv} \alpha_p \right)$$

Угловая толщина зуба по основной окружности

$$\gamma_b = \frac{s_b}{r_b} = \frac{2}{z} \cdot \left( \pi + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p + z \cdot \operatorname{inv} \alpha_p \right)$$

Или

$$\frac{s_b}{z \cdot m \cdot \cos \alpha_p} = \frac{2}{z} \cdot (\pi + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p + z \cdot \operatorname{inv} \alpha_p)$$

Из последнего выражения можно получить зависимость между коэффициентом смещения и параметрами колеса:

$$x = \frac{s_b}{2 \cdot m \cdot \sin \alpha_p} - \frac{\pi}{4 \cdot \operatorname{tg} \alpha_p} - \frac{\operatorname{inv} \alpha_p}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_p}$$

## **2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭВОЛЬВЕТНОГО ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЗМЕРЕНИЙ. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

### *2.1 Цель работы*

Цель работы – способствовать усвоению теоретического материала по разделу «Зубчатые колеса», освоить соответствующую терминологию, а также получить практические навыки измерения параметров зубчатого колеса. Задача лабораторной (практической) работы: установить вид зубчатого колеса (нулевое, положительное, отрицательное), определить модуль, коэффициент смещения, коэффициент уравнивающего смещения и основные размеры предложенного для исследования цилиндрического эвольвентного прямозубого зубчатого колеса.

Необходимость определять параметры зубчатого колеса возникает в производственных условиях при



ремонте, если нужно изготовить колесо по прототипу, а рабочие чертежи отсутствуют, модернизации оборудования, при паспортизации оборудования, а также при экспертизах, связанных с выявлением причин поломок, износов и отказов в работе, при различных исследованиях. Такую работу также называют расшифровкой зубчатого колеса. Предложенные для исследования зубчатые колеса нарезаны стандартным реечным инструментом. Расчетные величины соответствуют зацеплению без учета бокового зазора.

## ***2.2 Методика выполнения работы***

### ***2.2.1 Определение коэффициента смещения и уравнивающего смещения с помощью измерений***

Для определения основных параметров зубчатого колеса, нужно определить экспериментально число зубьев **z**, модуль **m**, коэффициент смещения инструмента **x**, коэффициент уравнивающего смещения **Δy**.

Число зубьев **z** колеса можно легко подсчитать.

Все остальные размеры определяются расчетным путем по формулам, приведенным выше. Их находят через вспомогательные величины, одной из которых является длина общей нормали **W** к профилям зубьев [3], которая всегда касается основной окружности.

Из свойств эвольвенты следует, что длина отрезка **KM** ( $|KM|=|KN|+NK$ ) равна длине дуги **КьМь** (рис.7).

Длина общей нормали [3] – это расстояние между разноименными боковыми поверхностями зубьев

цилиндрического зубчатого колеса по общей нормали к этим поверхностям,  $z_w$  число зубьев цилиндрического зубчатого колеса, размещающихся в длине общей нормали.

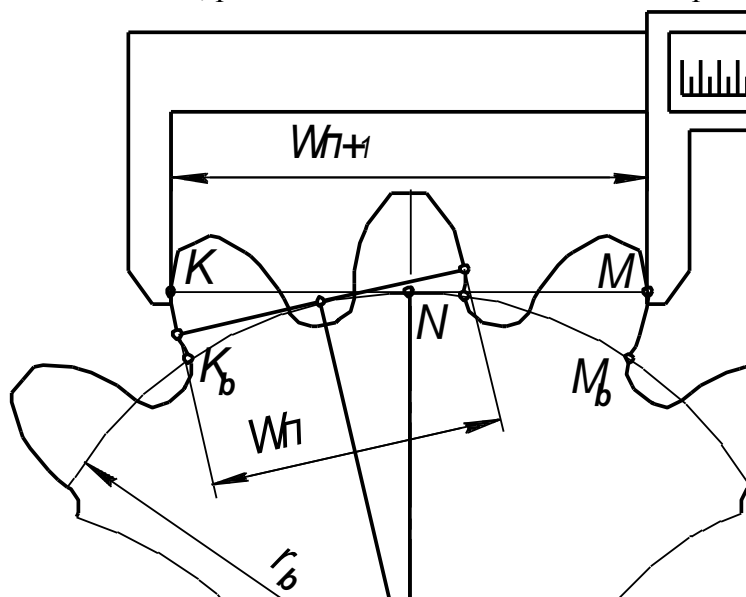


Рис. 7. Измерение нормали

Длина общей нормали измеряется с помощью штангенциркуля, как показано на рис. 7. Измерительный инструмент должен охватывать только **эвольвентную** часть профиля зуба. Это будет иметь место при следующей зависимости между числом охватываемых зубьев  $n$  и числом зубьев  $z$  колеса (табл. 1).

Измерительный инструмент должен охватывать только **эвольвентную** часть профиля зуба. Это будет иметь место при следующей зависимости между числом охватываемых зубьев  $n$  и числом зубьев  $z$  колеса (табл. 1).

**Таблица 1.** Зависимость  $n = f(z)$

z	12...	19...	28...	37...	46...	55...	64...	73...
	18	27	36	45	54	63	72	81
n	2	3	4	5	6	7	8	9

Из рисунка 7 следует, что

$$W_{n+1} = n \cdot p_b + s_b$$

$$W_n = (n-1) \cdot p_b + s_b$$

Отсюда шаг по основной окружности равен

$$p_b = W_{n+1} - W_n$$

Толщина зуба по основной окружности

$$s_b = W_n - (n-1) \cdot p_b$$

где  $n$  – число зубьев колеса, размещающихся в длине общей нормали.

Находим модуль по основной окружности

$$m_b = \frac{p_b}{\pi}$$

Далее вычисляем делительный модуль

$$m = \frac{P_b}{\pi \cdot \cos \alpha_p}$$

Полученное значение модуля нужно округлить до ближайшего стандартного в соответствии с ГОСТ 9563 (табл.2).

**Таблица 2.** Числовые значения модулей в соответствии с ГОСТ 9563-80 [мм].

**1 ряд:** 1,0; 1,25; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 8,0  
10,0; 12,0; 16,0; 20,0; 25,0; 32,0; 40,0; 50,0; 60,0; 80,0;  
100,0

**2 ряд:** 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7,0; 9,0  
11,0; 14,0; 18,0; 22,0; 28,0; 36,0; 45,0; 55,0; 70,0; 90,0

*Примечание.* При выборе модулей ряд 1 следует предпочитать ряду 2.

Для определения коэффициента смещения исходного контура воспользуемся формулой, полученной в разделе 1.4

$$x = \frac{s_b}{2 \cdot m \cdot \sin \alpha_p} - \frac{\pi}{4 \cdot \operatorname{tg} \alpha_p} - \frac{\operatorname{inv} \alpha_p}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_p}$$

Диаметр окружности вершин (заготовки)  $d_a$  можно найти (рис. 8) непосредственным замером с помощью штангенциркуля. На рис. 8,а показано, как осуществлять замеры при четном числе зубьев  $z$  колеса, на рис. 8,б - при нечетном числе зубьев. При этом диаметр окружности вершин вычисляют по формуле

$$d_a = 2 \cdot H + d_{оме}$$

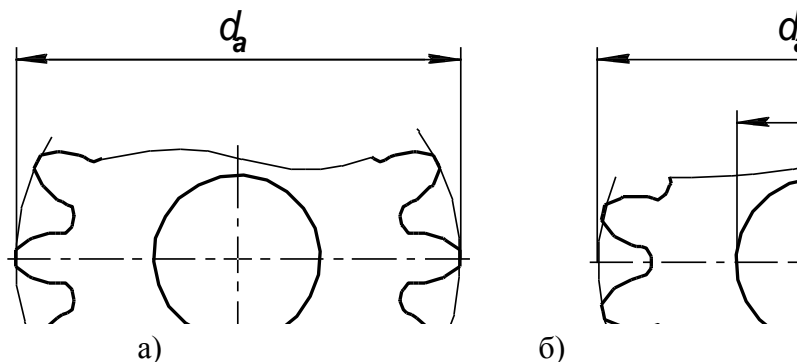


Рис.8. Измерение диаметра окружности вершин

Следует иметь в виду, что диаметр окружности вершин

$$d_a = 2 \cdot r_a = 2 \cdot m \cdot \left( \frac{z}{2} + h_{ap}^* + x - \Delta y \right),$$

где  $\Delta y$   $m$ - уменьшение высоты головки зуба, которое мог установить конструктор по каким –либо соображениям, например, если исследуемое колесо не нулевое.

Коэффициент уравнильного смещения в этом случае

$$\Delta y = \frac{z}{2} + h_{ap}^* + x - \frac{r_a}{m}.$$

У конструктора могут быть и другие соображения, по которым он проектирует колесо с укороченным зубом. В связи с этим можно с осторожностью применять формулу

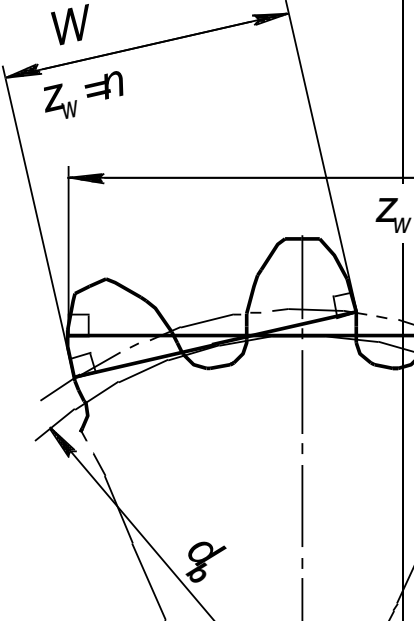
$$m = \frac{d_a}{z + 2 \cdot h_{ap}^*}$$

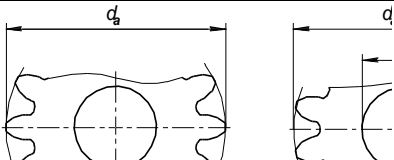
для определения делительного модуля **даже для нулевых** колес.

Все замеры нужно делать не менее трех раз, а затем вычислять среднее арифметическое значение. Полученные результаты замеров и вычислений записываем в таблицу 3. Точность замеров с помощью штангенциркуля – 0,02 мм.

**Таблица 3.** Определение параметров с использованием измерений

№ п/п	Название параметра	Эскиз замеров	Измерено	Среднее	По ГОСТ
1.	Число зубьев колеса	<b>z</b>			
2.	Угол профиля зуба <b>инструмента</b>	<b><math>\alpha_p = 20^\circ</math></b>			<b>20<sup>0</sup></b>

3.	Длина общей нормали $W$ , мм	 <p> <math>Z_n = \dots</math>  <math>Z_{(n+1)} = \dots</math> </p>			
4.	Длина общей нормали $W_{n+1}$ зубьев ; $n + 1 = \dots$	Произвести три замера	..	..	
5.	Длина общей нормали $W_n$ зубьев ; $n = \dots$		..	..	

6.	$W_{n+1} - W_n$	Результаты трех измерений	..	..	
7.	Окружной шаг, мм	$p_b = W_{n+1} + W_n$		..	
8.	Толщина зуба по основной окружности, мм	$s_b = W_n - (n-1) \cdot W_{n+1}$			
9.	Модуль, мм	$m = \frac{p_b}{\pi \cdot \cos \alpha_p}$		..	...
10	Коэффициент смещения исходного реечного контура	$x = \frac{s_b}{2 \cdot m \cdot \sin \alpha_p} - \frac{\pi}{4 \cdot \operatorname{tg} \alpha_p}$		..	$\frac{\operatorname{inv} \alpha_p}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_p}$
11.	Диаметр окружности и вершин $d_a$ , мм	 <p>Произвести не менее трех замеров</p>	..	..	
12.	Радиус окружности и вершин $r_a$ , мм	$r_a = \frac{d_a}{2}$		..	



13.	Коэффициент уравнительного смещения	$\Delta y = \frac{z}{2} + h_{ap}^* + x - \frac{r_a}{m}$		..
-----	-------------------------------------	---	--	----

### 2.2.2 Расчет параметров зубчатого колеса

При расчете пользуемся формулами, приведенными в разделе 1, результаты записываем в таблицу 4.

**Таблица 4.** Параметры зубчатого колеса

№ п/п	Название параметра	Формула	Дополнение
1.	Число зубьев	<b>z</b>	..
2.	Модуль, мм	<b>m</b>	
3.	Параметры инструмента	Угол профиля зуба $\alpha_p = 20^\circ$ ; коэффициент высоты зуба $h_{ap}^* = 1$ ; коэффициент высоты ножки $h_{fp}^* = 1,25$ ; коэффициент общей высоты исходного и совпадающего контуров $h_{wp}^* = 2$ ; коэффициент радиального зазора $c_p^* = 0,25$ .	
4.	Коэффициент смещения рейки <b>x</b>		..

5.	Коэффициент уравнилельно го смещения $\Delta y$		..
6.	Диаметр делительной окружности, мм	$d = z \cdot m$	
7.	Диаметр основной окружности, мм	$d = z \cdot m \cdot \cos \alpha_p$	
8.	Диаметр окружности вершин, мм	$d_a = m \cdot z + 2 \cdot (h_{ap}^* + x - \Delta y)$	
9.	Диаметр окружности впадин, мм	$d_f = m \cdot z - 2 \cdot (h_{ap}^* + c_p^* - x)$	
10.	Делительная высота головки зуба, мм	$h_{ap} = m \cdot (h_{ap}^* + x - \Delta y)$	
11.	Делительная высота ножки зуба, мм	$h_{fp} = m \cdot (h_{ap}^* + c_p^* - x)$	
12.	Высота зуба, мм	$h_p = m \cdot (c_p^* + 2 \cdot h_{ap}^* - \Delta y)$	
13.	Окружной шаг по делительной	$p = m \cdot \pi$	

	окружности, мм		
1 4.	Толщина зуба по делительной окружности, мм	$s_p = m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \right)$	
1 5.	Угловая толщина зуба по делительной окружности	$\gamma = \frac{2}{z} \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \right)$	
1 6.	Ширина впадины по делительной окружности, мм	$e_p = p - s_p$	
1 7.	Окружной шаг по основной окружности, мм	$p_b = m \cdot \pi \cdot \cos \alpha_p$	
1 8.	Толщина зуба по основной окружности, мм	$s_b = m \cdot \cos \alpha_p \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p + z \cdot \operatorname{inv} \alpha_p \right)$	
1 9.	Ширина впадины по основной окружности, мм	$e_b = p_b - s_b$	

2 0.	Окружной шаг по окружности вершин, мм	$p_a = p \cdot \frac{\cos \alpha_p}{\cos \alpha_a}$	
2 1.	Угол профиля зуба по окружности вершин	$\alpha_a = \arccos \left( \frac{r_b}{r_a} \right)$	
2 2.	Толщина зуба по окружности вершин, мм	$s_a = m \cdot \frac{\cos \alpha_p}{\cos \alpha_y} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p - (\operatorname{inv} \alpha_a - \operatorname{inv} \alpha_p) \cdot z \right]$	
2 3.	Ширина впадины по окружности вершин, мм	$e_a = p_a - s_a$	
2 4.	Длина $W_n$ общей нормали $n = \dots$ зубьев, мм	$W_n = (n - 1) \cdot p_b + s_b$	
2 5.	Длина $W_{n+1}$ общей нормали $n = \dots + 1$ зубьев, мм	$W_{n+1} = n \cdot p_b + s_b$	

### 2.2.3 Проверка результатов измерений и расчетов

Сравниваем также измеренное и расчетное значение длин  $W_n$  и  $W_{n+1}$  общей нормали  $n$  и  $n+1$  зубьев. Различные отклонения от расчетного значения влияют на

кинематическую точность зубчатой передачи, в которой будет использовано исследуемое колесо.

При проверке результатов замеряем толщину зуба по хорде делительной окружности  $\bar{s}$ .

Измерение можно производить с помощью штангензубомера (рис. 9) или индикаторного зубомера (рис. 10)



Рис 9. Штангензубомеры



Рис 10. Индикаторный зубомер

Для правильной установки штангензубомера на измеряемый зуб колеса нужно знать расстояние от

окружности выступов до хорды по делительной окружности (высота для настройки штангензубомера) -  $\bar{h}$ . Эту величину можно найти по формуле:

$$\bar{h} = r_e - \frac{r \cdot \cos \gamma}{2}$$

Шкалу А настраивают на размер  $\bar{h}$ , **толщину зуба по хорде  $\bar{s}$**  (рис. 11)

Результат измерения  $\bar{s}$  (шкала В) сравниваем с расчетным значением, которое можно определить по формуле

$$\bar{s} = \frac{2 \cdot r \cdot \sin \gamma}{2}$$

Если результаты измеренного и расчетного значений близки, то это говорит о правильности расшифровки зубчатого колеса.

Измеренное значение должно быть несколько меньше расчетного, т.е. зуб несколько тоньше, чем его расчетная толщина. Это объясняется следующими причинами: гарантированным боковым зазором, допусками на смещение исходного контура и др. Кроме того может иметь место износ зубьев колеса, определяющий возможность его дальнейшей эксплуатации.

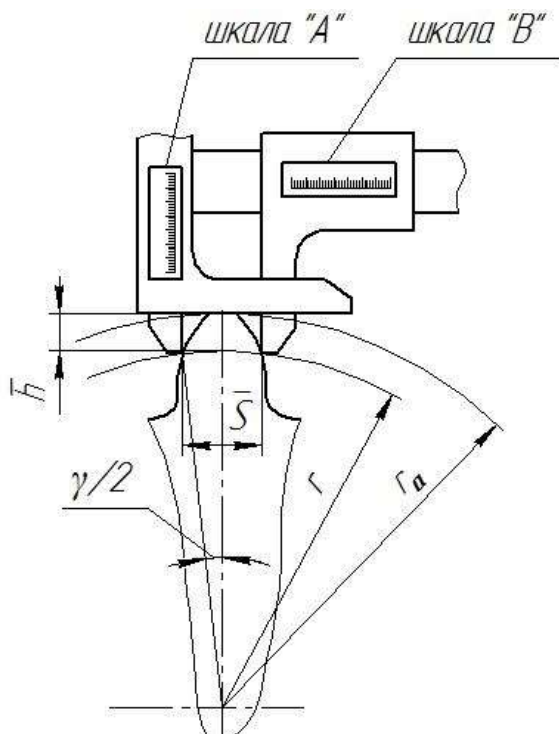
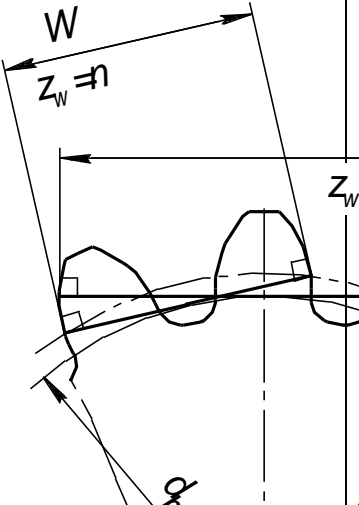


Рис 11. Измерение толщины зуба по хорде.

Сравниваем также измеренное и расчетное значение длин  $W_n$  и  $W_{n+1}$  общей нормали  $n$  и  $n+1$  зубьев.

Таблица 5. Проверка результатов

№п/п	Название параметра	Формула	Расч.	Изм.	Откл.
	Эскиз замеров				
1.	Высота для настройки зубомера $\bar{h}$ , мм	$\bar{h} = r_e - \frac{r \cdot \cos \gamma}{2}$	...	...	...
2.	Толщина зуба по хорде делительной окружности $\bar{s}$ , мм	$\bar{s} = \frac{2 \cdot r \cdot \sin \gamma}{2}$	...	...	...



3.	Длина $W_n$ общей нормали $n = \dots$ зубьев	$W_n = (n - 1) \cdot p_b + s_b$	...	...	...
4.	Длина $W_{n+1}$ общей нормали $n+1 = \dots$ зубьев	$W_{n+1} = n \cdot p_b + s_b$	...	...	...

### 3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Перед началом выполнения работы студент должен:

- - знать теоретические основы курса в объёме проводимой лабораторной работы;
- - изучить принцип работы, устройство и назначение измерительных приборов;
- - знать правила техники безопасности.

Последовательность выполнения работы.

1. Подсчитываем число зубьев колеса  $z$ .
2. Замеряем длину  $w_n$  общей нормали  $n$  зубьев. Число  $n$  выбираем в соответствии с таблицей 1. Замеры делаем с возможной точностью в трех разных местах колеса.

3. Замеряем длину  $w_{n+1}$  общей нормали  $n$  зубьев. Замеры делаем с возможной точностью, не менее, чем в трех разных местах колеса.
4. Вычисляем  $(w_{n+1} - w_n)$  для результатов всех измерений.
5. Вычисляем среднее арифметическое значение  $p_b = w_{n+1} - w_n$  для результатов всех измерений.
6. Вычисляем делительный модуль  $m = p_b / \pi \cos \alpha$ . Используем значение  $p_b$  п. 5 (см выше).
7. Округляем модуль  $m$  до ближайшего по ГОСТ 9563-80 (таблица 2).
8. Вычисляем толщину зуба  $s_b$  по основной окружности.
9. Вычисляем коэффициент  $x$  смещения рейки.
10. Замеряем диаметр окружности вершин  $d_a$  (диаметр заготовки  $d_{заг}$ )  $d_a = d_{заг}$ .
11. Находим коэффициент уравнительного смещения  $\Delta y$ .
12. Все результаты измерений и вычислений записываем в таблицу 3.
13. Рассчитываем параметры колеса, результаты расчета записываем в таблицу 4.
14. Выполняем проверку, результаты записываем в таблицу 5.
15. Все результаты измерений и вычислений (таблицы 3,4,5) проанализировать и записать выводы.

#### **4 ФОРМА ОТЧЕТА О РАБОТЕ**

Отчет о работе должен содержать:

- - название работы;
- - результаты замеров и вычислений в форме заполненных таблиц 3, 4,5 с необходимыми эскизами замеров;
- - анализ результатов и выводы по работе.

При защите выполненной лабораторной работы студент предъявляет преподавателю оформленный отчет. При этом студент должен уметь пояснить все этапы выполнения работы и обосновать выводы по проделанной работе.

## 5 ЛИТЕРАТУРА.

1. Ефанов А.М., Ковалевский В.П. Теория механизмов и машин: Учебное пособие. – Оренбург: ОГУ, 2004.- 267 с.
2. ГОСТ 16530--83. Межгосударственный стандарт. Передачи зубчатые. Общие термины, определения и обозначения.
3. ГОСТ 16531-83. Межгосударственный стандарт. Передачи зубчатые цилиндрические. Термины, определения и обозначения.
4. ГОСТ 9563-60. Основные нормы взаимозаменяемости. Колеса зубчатые.
5. Модули. ГОСТ 13755-81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные.. Исходный контур.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ФУНКЦИИ УГЛА

Град ус	Поряд ок	0'	5'	1 0'	1 5'	2 0'	2 5'	3 0'	35'	40'	45'	50'	55'
1	0,000	001	002	002	003	004	005	005	007	008	009	010	012
2	0,000	013	016	018	020	022	025	027	030	033	036	040	044
3	0,000	047	052	056	060	065	070	076	081	087	093	100	106
4	0,000	113	120	128	136	144	153	161	171	180	190	200	211
5	0,000	222	233	245	257	269	282	295	309	323	338	353	368
6	0,00	038	040	041	043	045	047	048	050	052	054	056	058
7	0,00	061	063	065	067	070	072	075	077	080	083	085	088
8	0,00	091	094	097	100	103	106	109	113	116	119	123	126
9	0,00	130	134	137	141	145	149	153	157	161	166	170	174
10	0,00	179	183	188	193	198	202	207	212	218	223	228	233
11	0,00	239	244	250	256	262	267	273	280	280	292	298	305
12	0,00	311	318	325	331	338	345	352	360	367	374	382	389
13	0,00	397	405	413	421	429	437	445	454	462	471	480	489
14	0,00	498	507	516	525	535	544	554	564	574	584	594	604
15	0,0	614	625	636	646	657	668	679	691	702	713	725	737
16	0,0	074	076	077	078	079	081	082	083	084	086	087	088
17	0,0	090	091	092	094	095	097	098	100	101	103	104	106
18	0,0	107	109	110	112	113	115	117	118	120	122	123	125
19	0,0	127	128	130	132	134	135	137	139	141	143	145	147
20	0,0	149	150	152	154	156	158	160	162	165	167	169	171
21	0,0	173	175	177	179	182	184	186	188	191	193	195	198
22	0,0	200	202	205	207	210	212	215	217	220	222	225	227
23	0,0	230	233	235	238	244	243	246	249	252	254	257	260
24	0,0	263	266	269	272	275	278	281	284	287	290	293	296
25	0,0	299	302	306	309	312	315	319	322	325	329	332	336
26	0,0	339	342	346	349	353	357	360	364	367	371	375	379
27	0,0	382	386	390	394	398	402	406	409	413	417	422	426
28	0,0	430	434	438	442	446	451	455	459	464	468	472	477

29	0,0	481	486	490	495	499	504	509	5136	518	523	5278	5326
30	0,0	537	542	547	552	557	562	567	5722	577	582	5876	5928
31	0,0	588	603	608	614	619	624	630	6357	641	646	6523	6579
32	0,0	663	669	675	680	686	692	698	7043	710	716	7223	7283
33	0,0	734	740	746	753	759	765	772	7783	784	791	7978	8043
34	0,0	810	817	824	831	837	844	851	8583	865	872	8792	8863
35	0,0	893	900	907	915	922	929	637	9444	951	959	9669	9745
36	0	0982	0989	0997	1005	1013	1021	1029	1037	1045	1053	1061	1069
37	0	1077	1086	1094	1102	1111	1119	1128	1136	1145	1154	1163	1171
38	0	1180	1189	1198	1207	1216	1225	1234	1244	1253	1262	1272	1281
39	0	1291	1300	1310	1319	1329	1339	1349	1359	1369	1379	1389	1399
40	0	1409	1420	1430	1440	1451	1461	1472	1482	1493	1504	1515	1526
41	0	1537	1548	1559	1570	1581	1592	1604	1615	1627	1638	1650	1661
42	0	1673	1685	1697	1709	1721	1733	1745	1757	1770	1782	1795	1807
43	0	1820	1832	1845	1858	1871	1884	1897	1910	1923	1937	1950	1963

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите случаи, когда может возникнуть необходимость в расшифровке зубчатого колеса?
2. Какие колеса называют эвольвентными?
3. Сформулируйте свойства эвольвенты и поясните, как они используются в настоящей работе?
4. Что такое угол профиля зуба?
5. Дайте определение основных параметров колеса: модуль, окружной шаг, угловой шаг, основная окружность, делительная окружность и др.
6. Что такое коэффициент смещения исходного контура?
7. Какие виды колес в зависимости от смещения инструмента могут иметь место?
8. Как изменяется толщина зуба в зависимости от смещения инструмента?
9. Что такое общая нормаль к профилям зубьев?
10. Как с помощью измерений найти шаг по основной окружности?
11. Как с помощью измерений найти толщину зуба по основной окружности?
12. Как, используя результаты измерений, найти коэффициент смещения исходного контура?
13. Поясните, как измеряется толщина зуба по хорде делительной окружности?
14. Что такое уравнивающее смещение?
15. По каким причинам толщина зуба может отличаться от расчетного значения?

Учебно- методическое издание

Кравченко Галина Михайловна  
Болотина Александра Борисовна  
Бичева Тамара Александровна

Определение параметров эвольвентного зубчатого колеса с  
помощью измерений

Учебно-методическое пособие к лабораторным и  
практическим занятиям

Тираж 50 экз. Изд. № 79-17

---