

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Российский университет транспорта (МИИТ)»

---

Институт транспортной техники и систем управления

Кафедра «Путевые, строительные машины и  
робототехнические комплексы»

Л.А.Сладкова

**Моделирование при испытаниях**

Учебное пособие

Москва – 2017

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Российский университет транспорта (МИИТ)»

---

Институт транспортной техники и систем управления

Кафедра «Путевые, строительные машины и  
робототехнические комплексы»

Л.А.Сладкова

### **Моделирование при испытаниях**

Учебное пособие

для студентов специальностей 15.04.06 «Мехатроника и робототехника»,  
23.04.02 «Наземные транспортно- технологические комплексы», 23.05.01  
«Наземные транспортно-технологические средства»

Москва – 2017

УДК 629.018

С 47

Сладкова Л.А. Моделирование при испытаниях: Учебное пособие. – М.: РУТ (МИИТ), 2017. – 89 с.

Учебное пособие содержит сведения по теоретическому курсу моделирования различных технических и экономических систем. Комплекс вопросов и тестовых заданий по каждому разделу для самостоятельного решения для закрепления изученного материала. Предназначено для обучения магистров по направлениям подготовки: 15.04.06 «Мехатроника и робототехника» по магистерской программе «Роботы и робототехнические комплексы»; 23.04.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы» по магистерским программам: «Мультимодальные логистические комплексы», «Наземные транспортно-технологические комплексы», «Инфраструктура и эксплуатация для высокоскоростных линий» и студентов по специальности 23.05.01 специализации «Наземные транспортно-технологические средства».

Методическое пособие обсуждено и одобрено на кафедре ПСМРиК. Протокол № 7 от 15 декабря 2017 г.

Рецензенты: к.т.н., доцент Военной академии  
Ракетных войск стратегического  
назначения имени Петра Великого,  
начальник кафедры 17  
полковник Буланов Р.Н.,  
к.т.н., доцент кафедры  
«Машиноведение, проектирование,  
стандартизация и сертификация» РУТ  
(МИИТ)

© РУТ (МИИТ), 2017

## Оглавление

Введение.....	5
<b>Глава 1. Критерии и задачи оптимального управления при испытаниях</b>	
1.1. Показатели эффективности.....	6
1.2. Критерии качества при испытаниях на колебания .....	11
1.3. Постановка задач.....	16
<b>Глава 2. Синтез оптимального управления при испытаниях</b>	
2.1. Особенности синтеза.....	20
2.2. Методы решения задач.....	24
2.3. Проверка статистических гипотез.....	28
2.3.1. Метод Монте-Карло.....	28
2.3.2. Критерий $\chi^2$ .....	30
2.3.3. Критерий Крамера-фон Мизеса.....	31
2.4. Основные термины и определения по главе 2.....	32
Контрольные вопросы и тесты по главе 2.....	33
<b>Глава 3. Модели и моделирование. Применение моделей</b>	
3.1. Основные положения и понятия.....	37
3.2. Процесс моделирования.....	38
3.2.1. Использование моделей.....	40
3.2.2. Цели моделирования и использование моделей.....	41
3.3. Особенности использования моделей как средства принятия управленческих решений.....	42
3.4. Типы моделей.....	45
3.4.1. Символические (количественные) модели.....	47
3.4.2. Модели принятия решений.....	48
3.5. Построение моделей.....	50
3.6. Моделирование на основе данных.....	54
3.7. Детерминированные и вероятностные модели.....	54
3.8. Последовательная разработка модели.....	57
3.9. Моделирование и принятие решений в реальном мире..	59
3.10. Подведение итогов.....	61
3.11. Основные термины и определения по главе 3.....	62
Контрольные вопросы и тесты по главе 3.....	64

## **Глава 4. Решение оптимизационных задач с помощью настройки Excel «Поиск решения»**

4.1. Свойства модели. Правила моделирования на основе электронных таблиц.....	69
4.2. Оптимизационные модели.....	72
4.3. Основные термины и определения.....	75
Контрольные вопросы и тесты по главе 4.....	76
Список литературы.....	88

## ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное освоение автотранспортного комплекса в условиях рыночной экономики требуют высокой квалификации специалистов, владеющих современными технологиями решения задач и использующих для этих целей передовые достижения науки и практики. Существующая в настоящее время конкурентная среда обуславливает многовариантность и многофакторность в формировании подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и автомобильного транспорта.

Для решения таких задач разрабатываются новые методики, базирующиеся на использовании новых информационных технологий и методов расчета, основанных на моделировании ситуаций. Модели, используемые для воспроизведения многофакторных вероятностных ситуаций, возникающих в процессе испытания машин дают наиболее точное решение с наименьшими затратами по времени и ресурсам. К тому же они позволяют вырабатывать управляющие воздействия, позволяющие обеспечить экстремальное значение выбранного критерия оптимальности, характеризующего режим объекта.

Как правило, у специалистов во многих сферах деятельности существует двойственное отношение к применению моделирования в процессе принятия тех или иных решений, так как моделирование всегда считалось приоритетом математиков и программистов. Однако, когда они брались за дело, специалист практически отстранялся от данного процесса, что приводило к неправильному применению или отказу от использования результатов моделирования. А деньги и усилия, затраченные на моделирование, практически не влияли ни на специалиста, ни на организацию, для которой предназначалась эта модель.

В пособии показаны различные виды моделирования и области их практического применения, в частности при проведении испытаний. Здесь подробно рассмотрены различные критерии оптимизации динамических объектов, а также методы формирования оптимального управления динамическими системами при испытаниях.

Приведенные задания и тесты позволят читателю осуществить самоконтроль усвоения изученного материала.

# Глава 1. КРИТЕРИИ И ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ

## 1.1. Показатели эффективности

Критерии оптимизации технических систем при испытаниях должны выбираться с позиций синтеза оптимальных режимов при учете наиболее важных показателей эффективности, например при проведении испытаний [1, 2], таких как:

- стоимость работ, изготовления, внедрения и эксплуатации системы (**C**);
- эффекта от внедрения системы (**E**);
- качества функционирования системы (**F**);
- надежности работы системы (**H**);
- энергетических показателей системы (**W**);
- информационной способности алгоритмов управления и контроля параметрами системы объектов (**J**).

Приведенные критериальные оценки определяют достаточно полную технико-экономическую характеристику системы. В количественном отношении каждый из показателей является вектором, совокупность которых можно представить в виде системы уравнений, а именно:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{C} = (c_1^C, c_2^C, \dots, c_n^C); \\ \vec{E} = (e_1^E, e_2^E, \dots, e_n^E); \\ \vec{F} = (f_1^F, f_2^F, \dots, f_{nF}^F); \\ \vec{H} = (h_1^H, h_2^H, \dots, h_n^H); \\ \vec{W} = (w_1^W, w_2^W, \dots, w_n^W); \\ \vec{J} = (j_1^J, j_2^J, \dots, j_n^J), \end{array} \right. \quad (1.1)$$

где  $c_i^C$  - числовые характеристики стоимости, как отдельных элементов, так и системы в целом при разработке, изготовлении, внедрении, эксплуатации;

$e_i^E$  - числовые характеристики эффекта от внедрения отдельных элементов системы;

$f_i^F$  - числовые характеристики, определяющие качество функционирования системы объектов, таких как ее устойчивость,

время, колебательность процесса, ошибки, интегральные оценки качества и т.д.;

$h_i^H$  - числовые характеристики, выражающие надежность работы системы и ее элементов: вероятность безотказной работы, среднее время безотказной работы, ремонтпригодность, коэффициент готовности, ресурс и т.д.;

$w_i^W$  - числовые характеристики, выражающие энергетические ресурсы системы и ее отдельных элементов при различных режимах работы;

$j_i^J$  - числовые информационные характеристики системы; энтропия координат системы, количество информации о параметрах и т.д.

***Очевидно, что более приемлема система с наименьшими затратами и энергетическими потерями, обеспечивающая высокое качество функционирования, надежность, информативность и наибольший эффект от ее внедрения.***

В потенциальном отношении ***динамическая система*** должна удовлетворять необходимым экстремальным значениям показателей эффективности в соответствии с выражением (1.1).

Однако такую суперсистему создать практически невозможно, поэтому для каждого конкретного назначения следует выявить наиболее важные показатели, остальные же являются в этом случае второстепенными.

Эффективность от внедрения  $E$  – основополагающая оценка системы, определяющая целесообразность применения новых разработок. На стадии проектирования системы показатель  $E$  прогнозируют, зная остальные показатели (1.1). Поэтому при разработке динамической системы необходимо удовлетворять тем критериям, которые оказывают доминирующее влияние на увеличение  $E$ . Таким критерием чаще всего является показатель качества  $F$ .

Задача оптимизации системы математически формулируется следующим образом: ***требуется установить оптимальные структуры, характеристики и параметры системы, удовлетворяющей максимальному значению критерия  $F$  при соблюдении неравенств***

$$\bar{C} \leq \bar{C}_T; \quad \bar{H} \geq \bar{H}_T; \quad \bar{W} \leq \bar{W}_T; \quad \bar{J} \geq \bar{J}_T, \quad (1.2)$$



где  $\vec{C}_T$ ;  $\vec{H}_T$ ;  $\vec{W}_T$ ;  $\vec{J}_T$  – величины, определяемые техническими требованиями, предъявляемыми к разрабатываемой системе.

Аналогично формулируется задача для других критериев, имеющих в каждом отдельном случае доминирующее значение. Очень важно связать представленные показатели эффективности со структурой и параметрами исследуемой системы и в конечном счете создать систему, максимально удовлетворяющую обобщенному показателю эффективности  $Q$ . Математическая модель критерия  $Q$  пока еще окончательно не построена.

Наиболее простая математическая структура обобщенного критерия  $Q$  – линейная комбинация вида

$$\vec{Q} = \gamma_C \vec{C} + \gamma_E \vec{E} + \gamma_F \vec{F} + \gamma_H \vec{H} + \gamma_W \vec{W} + \gamma_J \vec{J}, \quad (1.3)$$

где  $\vec{Q} = \gamma_C, -\gamma_E, -\gamma_F, -\gamma_H, -\gamma_W, -\gamma_J$  – весовые коэффициенты.

Обеспечение критерия (1.3) при разработке системы основывается на использовании методов линейного программирования. При этом затруднено определение весовых коэффициентов  $\gamma_i$  ( $i = C, E, F, H, W, J$ ).

Возможен другой вариант формирования обобщенного критерия  $Q$  [1]:

$$\vec{Q} = \gamma_Q \vec{C}^{\alpha_C} \vec{E}^{\alpha_E} \vec{F}^{\alpha_F} \vec{H}^{\alpha_H} \vec{W}^{\alpha_W} \vec{J}^{\alpha_J}, \quad (1.4)$$

где  $\gamma_Q$  – весовой коэффициент, учитывающий размерности критериальных сомножителей; все виды  $\alpha$  – весовые показатели степени.

Весовые показатели степени  $\alpha$  могут быть положительными и отрицательными. Их знак зависит от требований, предъявляемых к критериям  $C, E, F, H, W, J$ . Например, если необходимо разработать систему с наименьшей допустимой мощностью управления и  $W$  представляет собой показатель мощности управления, то  $\alpha_W < 0$ .

Если же системе требуется удовлетворить показателю  $W$ , являющемуся максимальной мощностью возбуждения, например, колебаний объекта управления, то  $\alpha_W < 0$ . Аналогичные специфические требования можно предъявить и к другим показателям эффективности.

Критерий  $Q$ , описываемый соотношением (1.4), можно обеспечить методами линейного программирования. В этом случае трудность заключается в определении весовых показателей степени  $\alpha$ .

В задачах оптимизации различных систем часто используются интегральные показатели эффективности, которые удовлетворяются методами вариационного исчисления. Таким образом, оптимизация системы происходит по доминирующему критерию при ограничении показателей. При проектировании систем испытаний объектов, а также систем другого назначения не всегда известно, как обеспечить все показатели эффективности (1.1). Такая ситуация может возникнуть при функционировании системы в условиях воздействия различных случайных факторов. Поэтому показатель эффективности системы может быть определен с помощью обобщенного критерия  $P$  – вероятности того, что система удовлетворяет всем заданным показателям:

$$P = P\{\vec{C} \leq \vec{C}_T, \vec{E} \geq \vec{E}_T, \vec{F} \geq \vec{F}_T, \vec{H} \geq \vec{H}_T, \vec{W} \leq \text{или} \geq \vec{W}_T, \vec{J} \geq \vec{J}_T\}. \quad (1.5)$$

Задачу оптимизации по критерию (1.5) можно сформулировать следующим образом: **необходимо установить такие структуры и параметры исследуемой системы, для которых вероятность  $P$  является максимальной.**

Обобщенный критерий  $P$  можно выразить через составляющие критерии, если принять за их оценку вероятность  $P_i$  ( $i = C, E, F, H, W, J$ ) того, что система удовлетворяет индивидуальным требованиям. Тогда вероятность  $P$  представляет собой оценку эффективности системы, если она одновременно удовлетворяет максимальным значениям  $P_i$ . Математически критерий  $P$  в функции  $P_i$  выражается в виде

$$P = P_C P_E P_F P_H P_W P_J. \quad (1.6)$$

Анализируя (1.4) и (1.6), замечаем общность критериев  $Q$  и  $P$  в математическом и физическом смысле. Критерий  $Q$  при известных  $\gamma_i$  и  $\alpha_i$  более жесткий, чем  $P$ , так как требует выполнения задач в детерминированном ряде. Критерий  $P$  – статистический и с физической точки зрения более общий. От него можно перейти к критерию  $Q$ , если устремить к нулю дисперсии всех стохастических процессов, характеризующих проектируемую систему с различных точек зрения.

Статистическое рассмотрение систем позволяет [3] построить переход от динамики систем к информационному описанию процессов в этих системах и их контролю. Отмечена [4] возможность оценки эффективности систем управления и контроля с помощью функционально-статистического критерия, использующего

информационные и стоимостные показатели, являющегося частным, производным от критерия  $P$ . В нашем случае его можно применить в системе контроля информативных параметров надежности испытуемых объектов.

Основополагающая задача при разработке системы – достижение наибольшего экономического эффекта от внедрения системы, заключающегося в повышении надежности испытуемых изделий, и, в конечном счете, увеличении эффекта эксплуатации изделий повышенной надежности, т.е. показателя  $E$ . Величину  $E$  можно выразить в безразмерном виде как норму эффекта от внедрения системы:

$$N_E = C_E / C, \quad (1.7)$$

где  $C_E$  – стоимость эффекта от внедрения системы. Величина  $C_E$  – функция обобщенных критериев  $Q$  или  $P$ , которую можно представить как

$$C_E = A_Q Q - C \quad (1.8)$$

или

$$C_E = A_P P - C, \quad (1.9)$$

где  $A_Q$ ,  $A_P$  – операторы преобразования соответствующих обобщенных показателей в стоимость. С учетом (1.8) или (1.9) норма эффекта от внедрения

$$N_E = A_Q Q / C - 1 \quad (1.10)$$

или

$$N_E = A_P P / C - 1. \quad (1.11)$$

Как видно из выражений (1.10), (1.11), *соотношения  $A_Q Q / C$  и  $A_P P / C$  должны быть больше единицы, в противном случае эффективность от внедрения проектируемой системы отсутствует.* Следовательно, целесообразно оптимизировать динамическую систему с учетом выделенных экономических средств на ее разработку, изготовление, внедрение и эксплуатацию. В основе увеличения показателя  $N_E$  лежит повышение качества системы. Такая трактовка смысла оптимизации любой системы – основополагающая, поэтому следует считать критерий качества функционирования системы  $F$  основным критерием, которому должна удовлетворять система.

В некоторых случаях в понятие качества функционирования может включаться комплекс энергетических характеристик. В связи с этим рассмотрение задач, удовлетворяющих критерию  $W$ , можно приобщить к задачам повышения качества системы.

## 1.2. Критерии качества при испытаниях на колебания

В различных областях науки и техники наблюдается большое разнообразие систем, воспринимающих вибрационные нагрузки. В дальнейшем такие системы будем называть *колебательными (КС)*. К числу колебательных систем относятся вибрационные грохоты, вибрационные испытательные стенды, вибрационные транспортеры, электромеханические, электрические и электронные осцилляторы, лазеры, амортизаторы и т.д.

В общем случае основные показатели функционирования КС – динамический и частотный диапазоны координат колебаний и энергетические характеристики систем. Решение задач оптимизации КС базируется на создании систем, удовлетворяющих следующим качественным критериям оптимальности: точности, максимальному быстродействию, минимальной энергии управления, максимальной энергии возбуждения колебаний.

Разработка оптимальных динамических систем (ДС), удовлетворяющих заданным критериям оптимальности, невозможна без математической формулировки этих критериев. Качество системы оценивается в среднем по режимам и времени их функционирования. Поэтому оптимальными являются ДС, удовлетворяющие интегральным критериям оптимальности типа,

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F dt = \text{ext} - \text{remum}, \quad (1.12)$$

причем интервал времени  $t_1$ — $t_2$  зависит от конкретного вида подынтегральной функции  $F$ . Данный интегральный критерий представляет собой некоторый функционал. В задачах синтеза оптимального управления ДС ищут такое управление  $U(t)$  на определенном отрезке времени  $t_1 \leq t \leq t_2$ , чтобы функционал  $I$  принимал необходимое экстремальное значение (*max* или *min*).

Конкретное математическое выражение функции  $F$  устанавливается в зависимости от необходимой цели управления системой или критерия оптимальности.

Рассмотрим отдельные критерии оптимальности, которым должна удовлетворять КС.

**Критерий точности.** При необходимости отработки ДС заданных колебаний задача системы заключается в воспроизведении выходным сигналом  $Y(t)$  любых изменений полезной составляющей

$Y_n(t)$  входного сигнала, который может быть, например, электрическим аналогом входных воздействий разной физической природы, программного режима и т.п.

Ошибка в динамическом слежении системой может описываться как расстояние:

$$\varepsilon_y = \|Y - Y_n\|.$$

Это расстояние характеризует мгновенное значение отклонений координат  $Y$  от заданных  $Y_n$ . Осредненная ошибка на заданном промежутке времени имеет вид

$$\bar{\varepsilon}_y = \left\{ \int_{t_1}^{t_2} |Y - Y_n|^P dt \right\}^{\frac{1}{P}}, \quad (1.13)$$

где  $Y, Y_n \in L^P[t_1, t_2], P \geq 1$ .

Обычно в задачах автоматического управления динамическими объектами системы оптимизируются путем удовлетворения минимуму среднеквадратичного отклонения:

$$\bar{\varepsilon}_y = \left\{ \int_{t_1}^{t_2} |Y - Y_n|^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (1.14)$$

Критерий (1.14) используется в задачах детерминированного и статистического характера, его основой является подкоренное выражение, представляющее собой среднеквадратичный функционал характеризующий площадь, ограниченную кривой квадрата  $\varepsilon_y$  (рис. 1).

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon_y^2(t) dt. \quad (1.15)$$

Среднеквадратичный критерий (1.15) недостаточно четко характеризует переходный процесс системы. Например, более высокая оценка  $I$  соответствует плавному длительному и колебательному короткому переходным процессам.

Неоднозначность в оценке качества переходного процесса системы можно устранить при использовании обобщенного интегрального среднеквадратического критерия:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \left[ \varepsilon_y^2 + \sum_{i=1}^n \left( \tau_i \frac{d^i \varepsilon_y}{dt^i} \right)^2 \right] dt, \quad (1.16)$$

где  $\tau_i$  – весовые коэффициенты.

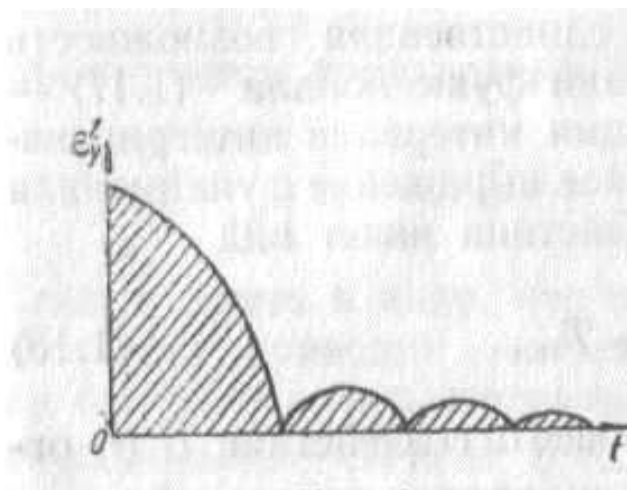


Рис. 1. Среднеквадратический функционал

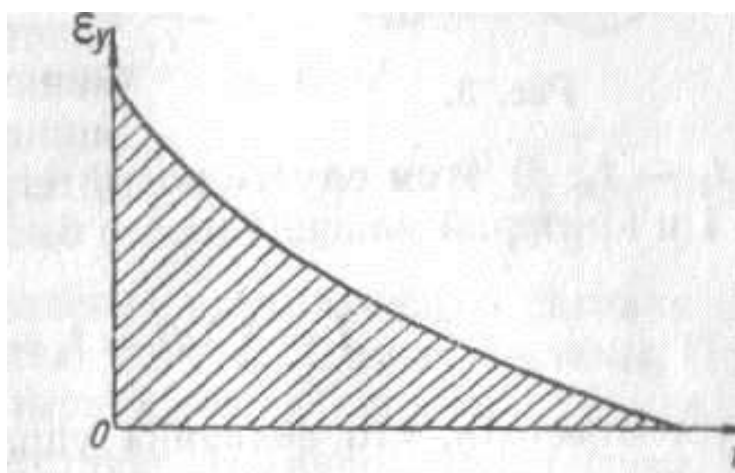


Рис. 2. Функционал распределения

В основе минимизации функционала (1.16) лежит правило минимизации координаты  $\varepsilon_y$  и ее производных. Поэтому у системы, удовлетворяющей минимуму критерия (1.16), достаточно быстрый и плавный переходный процесс.

**Критерий максимального быстрогодействия.** Стремление расширить частотный диапазон выходных колебаний системы обуславливает уменьшение времени переходного процесса. Кроме того, в практике возбуждения колебаний существуют задачи формирования ДС режимов по заданным программам изменения амплитуды и частоты колебаний при условии максимального уменьшения времени перехода с одного режима на другой. В таких случаях КС должна удовлетворять критерию максимального

быстродействия, который характеризуется минимальным временем переходного процесса системы. Математически его можно представить в виде функционала, который должен принять минимальное значение.

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon_y dt . \quad (1.17)$$

Интеграл (1.17) представляет собой заштрихованные площади на рис. 2 и 3. Казалось бы, минимум площади под кривой ошибки  $\varepsilon_y$  соответствует минимальному времени переходного процесса системы, однако это не всегда имеет место.

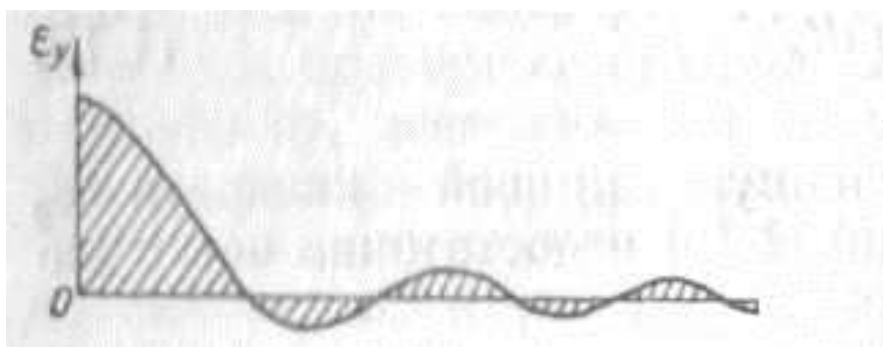


Рис. 3. Функционал распределения

Например, при колебательном переходном процессе системы (рис. 3) малая площадь может быть обеспечена разнознаковостью  $\varepsilon_y$ , хотя сам переходный процесс длительный. Поэтому единственная возможность минимизации функционала (1.17) – минимизация интервала интегрирования  $t_1 — t_2$ . В этом случае подынтегральное выражение функционала  $F = 1$  и критерий максимального быстродействия имеет вид

$$I = \int_{t_1}^{t_2} 1 dt = t_2 - t_1 = T_{\min} . \quad (1.18)$$

Следует отметить, что величина управляющего воздействия  $\bar{U}(t)$  ограничена, т.е. функция управления  $U$  принадлежит некоторой замкнутой области  $U \in \Omega_U$ .

**Критерий минимума энергии управления.** Ограничения, накладываемые на управляющий сигнал, обуславливают ограничения энергии управления системой при необходимости воспроизведения заданных колебаний, в том числе импульсных динамических нагрузок.

С точки зрения методов управления, целесообразно применение маломощных систем управления, способных формировать заданные режимы. В этом случае КС оптимизируются путем удовлетворения критерию

$$I = \int_{t_1}^{t_2} C_U U^2(t) dt \leq P_U, \quad (1.19)$$

где  $C_U$  – множитель, включающий входное сопротивление возбудителя колебаний.

Минимум мощности управления КС при максимально возможных нагрузках требует минимизации энергетических потерь в системе, в частности, должны быть минимальными потери в цепи управления.

Следует иметь в виду, что ограничение управляющего сигнала автоматически приводит к ограничению всех координат системы. Поэтому введение в подынтегральное выражение функционала  $I$  квадрата управляющего сигнала  $U$  соответствует формированию оптимальной системы, удовлетворяющей обобщенной интегральной среднеквадратичной оценке.

Математически это можно подтвердить следующими преобразованиями. Ошибка  $\varepsilon_y$  связана с управляющим воздействием  $U(t)$  уравнением

$$\frac{d^n \varepsilon_y}{dt^n} + a_{n\varepsilon} \frac{d^{n-1} \varepsilon_y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{1\varepsilon} \varepsilon_y = U(t), \quad (1.20)$$

где  $a_{1\varepsilon}, \dots, a_{n\varepsilon}$  – постоянные коэффициенты. Подставляя (1.20) в (1.19), получаем

$$I = \int_{t_1}^{t_2} (\varepsilon_y^2 + C_U \sum_{i=1; j=1}^n a_{i\varepsilon} a_{j\varepsilon} \frac{d^{i-1} \varepsilon_y}{dt^i} \cdot \frac{d^{j-1} \varepsilon_y}{dt^j}) dt. \quad (1.21)$$

Выражение (1.25) представляет собой обобщенную интегральную квадратичную оценку. Система, удовлетворяющая минимуму функционала (1.25), обеспечивает быстроедействие и малое перерегулирование в переходных процессах, что позволяет, например, воспроизвести колебания в широком диапазоне частот.

К числу разрабатываемых ДС относятся системы стабилизации собственных частот и амплитуд колебаний. Статические амплитудно-частотные характеристики таких систем имеют экстремумы, в которых производные функций статических характеристик по контролируемому параметру равны нулю, что является оценкой функционирования системы. Изменение амплитуды колебаний обуславливает дрейф



амплитудно-частотных характеристик системы, а значит, и дрейф экстремальной точки максимума. Поэтому при разработке системы стабилизации режимом важно отыскать такой алгоритм управления, который позволил бы автоматически находить экстремумы статических характеристик. Система стабилизации режимов колебаний относится к классу систем экстремального управления, предназначенных для стабилизации координат колебаний относительно неизвестных значений этих координат, соответствующих экстремальному значению статической характеристики системы.

*Стабилизация собственной частоты колебаний в сущности сводится к решению задачи определения экстремального значения координат колебаний и организации движения исполнительного звена системы таким образом, чтобы при максимальном быстродействии колебания последнего достичь заданного экстремального уровня.*

### 1.3. Постановка задач

Решение задач оптимального управления КС должно основываться на следующих исходных данных [5]:

- описания динамики системы как ОУ;
- начального состояния системы;
- цели управления;
- класса допустимых управлений;
- критерия оптимальности.

Рассмотрим их в отдельности.

Колебательная система как объект управления описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, которые можно привести к виду (форма Коши):

$$\frac{dY_{ci}}{dt} = f_{yi}(Y_{c1}, \dots, Y_{cn}, U_1, \dots, U_r, t), \quad (1.22)$$

где  $Y_{c1}, \dots, Y_{cn}$  – параметры состояния системы (фазовые координаты);

$U_1, \dots, U_r$  – параметры управляющих воздействий.

Состояние системы как объекта управления в каждый момент времени характеризуется вектором  $Y_c$  в фазовом пространстве  $Y_0$ , а управляющее воздействие – вектором  $U (U_1, U_2, \dots, U_r)$  в пространстве управления  $U$ . Вектор  $U$  ограничен и находится в некоторой области  $\Omega_U$

пространства  $U$ , а вектор  $Y$  находится в некоторой области  $\Omega_{Y_c}$  пространства  $Y_c$ , что математически записывается как

$$\bar{Y} \in \Omega_{Y_c} \subset Y_c; \quad \bar{U} \in \Omega_U \subset U. \quad (1.23)$$

Область  $\Omega_{Y_c} \subset Y_c$  является областью допустимых состояний, а область  $\Omega_U \subset U$  - областью допустимых управлений. В качестве вектора  $Y$  можно выбрать координаты колебаний динамической системы (перемещения, скорости, ускорения), координаты ошибки  $\varepsilon_y$  (ошибки по перемещению, скорости, ускорению). Координаты вектора  $U$  представляют собой входное напряжение УУ.

Начальное состояние системы характеризуется вектором

$$Y_{co} = (Y_{c10}, \dots, Y_{cn0}).$$

В задачах управления КС заранее должна быть известна цель управления, заключающаяся в приведении системы в заданное состояние или, в общем случае, в целевое множество. При воспроизведении колебаний, эквивалентных входным сигналам, целью управления является сведение ошибки  $\varepsilon_y(t)$  к нулю. В случае уменьшения входной мощности управления цель управления – приведение системы из состояния  $Y_{co}$  в состояние  $Y_{Cзад}$  с минимальными энергетическими потерями. При программном управлении системой цель управления – формирование режимов в наикратчайшие сроки, т.е. в этом случае следует минимизировать время переходного процесса КС.

Класс допустимых управлений состоит из измеримых функции  $U(t)$  в интервале времени  $t_1 — t_2$ . Отметим, что каждое из этих управлений переводит систему из состояния  $Y_{co}$  в одну из точек множества  $Y_{Cзад}$  при условии (1.23).

Дополнительное ограничение может быть наложено на интервал времени  $t_1—t_2 \leq \Delta\tau$ , в течение которого должна быть осуществлена цель управления.

Критерий является количественным показателем эффективности каждого управления  $U(t)$  в интервале времени  $t_1 — t_2$  при условии нахождения функций  $U(t)$  в классе допустимых управлений (см. раздел 1.2 настоящего пособия).

В общем случае задача оптимального управления КС состоит в определении такого допустимого управления  $\bar{U}(t) \in \Omega_U$ , которое перевело бы систему из некоторого произвольного состояния  $Y_{co}$  в другое произвольное состояние  $Y_{Cзад}$  таким образом, чтобы при этом функционал  $I$ , являющийся показателем оптимальности, принял

экстремальное значение. Экстремум  $I$  представляет собой критерий оптимальности.

Указанные задачи относятся к классу вариационных, поэтому, казалось бы, для их решения необходимо применять методы вариационного исчисления. Однако в практике синтеза оптимальных управлений динамическими объектами не всегда могут быть соблюдены условия, обязательные для использования методов классического вариационного исчисления – непрерывность и линейность вариаций-функционалов, условия непрерывности и неограниченности координат  $Y_c$  и  $U$ . Наиболее часто оптимальные управления  $U$  ограничены и являются релейными, т. е. кусочно-постоянными функциями времени. Такие функции претерпевают разрывы первого рода. На фазовые координаты  $Y_{c1}, \dots, Y_{cn}$  также могут быть наложены ограничения. Невозможность применения в подобных ситуациях методов вариационного исчисления обуславливает определенные трудности при решении задач оптимального управления объектами в случае ограничений. Существуют специальные методы решения подобных задач, разработанные Л.С.Понтрягиным, Р. Беллманом, Н. Н. Красовским, А. М. Летовым. Это принцип максимума [6, 7], динамическое программирование [8, 9], метод моментов [10], аналитическое конструирование регуляторов [11, 12].

При постановке задачи определения оптимального управления КС необходимо сформулировать требования к характеру разрабатываемых алгоритмов оптимального управления, т.е. оптимальные управления могут быть представлены в функциях времени и координат состояния  $Y_{c1}, \dots, Y_{cn}$ . В первом случае имеет место задача о программном управлении, а во втором – задача о наблюдении ДС. При программных испытаниях объектов необходимо осуществлять быстрый переход системы с одного режима на другой. Обеспечение максимального быстродействия системы связано с нахождением программного оптимального управления. Такая задача решается методами вариационного исчисления и методом Понтрягина (принцип максимума).

При моделировании задающих нагрузок требуется обеспечивать максимальную точность системы их воспроизведения, что связано с контролем и оценкой координат состояния, а также с контролем управляющих воздействий. В данном случае задача определения оптимального управления системой относится к задачам синтеза оптимальных систем с обратной связью.

Для решения задач о наблюдении динамической системы используются динамическое программирование, метод моментов и аналитическое конструирование.

При задании режимов работы систем на собственных частотах необходимо обеспечить стабилизацию этих режимов, что возможно с помощью методов экстремального управления:

- шагового метода;
- метода экстремума [13].

Кроме того, в данных задачах имеются дополнительные уравнения связи, обусловленные наличием определенного типа объектов, движение которых описывается уравнениями [1].

Следовательно, определение функции оптимального управления динамическим объектом можно свести к решению вариационной задачи на условный экстремум и, далее, к общей задаче с независимым варьированием переменных.

## Глава 2. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ

### 2.1. Особенности синтеза

Решение задачи оптимального управления объектом может быть представлено в двух формах, одна из которых относится к программному управлению. Управляющее воздействие  $U$  определяется в виде функции  $U(t)$ . При этом граничные точки  $Y(t_0)$  и  $Y(t_k)$  фазовой траектории считаются фиксированными. Программное управление не может точно учесть поведение объекта в процессе управления, поскольку его закон заранее сформирован. Различные изменения, возникающие в объекте, приводят к изменению фазового вектора  $Y(t)$  по сравнению с заданным для решения задачи программного управления. Следовательно, управление  $U(t)$  не в состоянии изменить вектор  $Y(t)$  в нужном направлении и поэтому обуславливает ошибки в управлении. Наличие ошибок не может обеспечить оптимальное поведение объекта, а значит, управляющее устройство не в состоянии реализовать алгоритм управления, удовлетворяющий заданному критерию. Таким образом, применение программного управления  $U(t)$  ограничено, последнее наиболее подходит для управления разомкнутыми объектами, когда нет необходимости корректировать фазовый вектор  $Y(t)$ .

В реальных условиях работы объектов возможны изменения граничных точек  $Y(t_0)$  и  $Y(t_k)$  или отклонения  $\Delta Y(t)$  вектора  $Y(t)$  в некоторые моменты времени  $t_i$ . В таких случаях оптимальное поведение объекта возможно при условии учета управляющим воздействием текущего состояния объекта. Наличие информации о состоянии объекта позволяет постоянно корректировать вектор  $Y(t)$  в нужном направлении. Необходимость указанного учета обусловила вторую форму решения задачи оптимального управления в виде функции  $U(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$  фазовых координат  $Y_i(t)$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

Информацию о фазовых координатах получают по принципу обратной связи (рис. 4).

Решение задачи оптимального управления по принципу обратной связи (ОС) более трудное по сравнению с решением задач программного управления. Последнее определяется заранее, до начала процесса управления объектом, что не накладывает на управляющее устройство (УУ) требование быстрого действия вычисления функции

управления. В случае управления замкнутым объектом (при наличии обратной связи) функция управления  $U(Y)$  должна вычисляться в процессе, что требует от управляющего устройства надежности и достаточного быстродействия. Эти требования обуславливают стремление к созданию простых алгоритмов оптимального управления и вычислительного устройства (ВУ).

Учет фазового вектора  $Y(t)$  при оптимальном управлении объектом означает, что управляющее воздействие должно быть оптимальным в любой момент времени в зависимости от состояния объекта. Данное утверждение эквивалентно тому, что отдельные участки фазовой траектории движения объекта также должны быть оптимальными, поэтому принцип оптимизации управления замкнутым объектом отражает общий принцип оптимальности Беллмана. Задача определения алгоритма оптимального управления объектами по принципу обратной связи называется задачей синтеза оптимального управления [7].

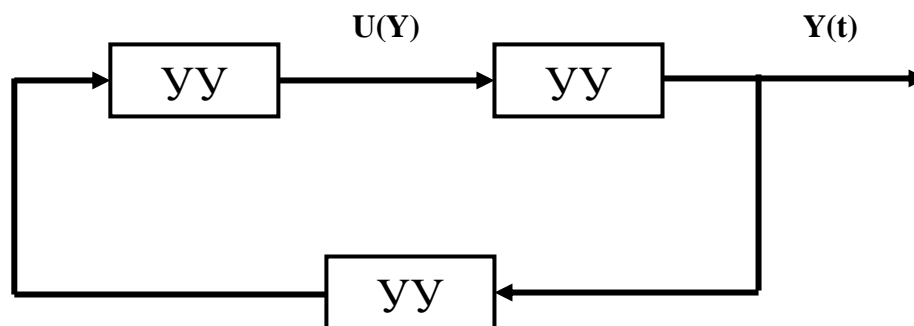


Рис. 4.

Решение такой задачи заключается в определении управления  $U = U(Y_1, \dots, Y_n)$  как функции координат фазового вектора  $Y$ , что в сущности требует установления фазовой траектории объекта, на основании которой находят функцию  $U$ . Данная процедура может базироваться на подходе, приведенном в [14]. Пусть динамика координат управляемого объекта описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dY_i}{dt} = \sum_{i=1}^n a_{ij} Y_i + b_i U; \quad |U| \leq U_m, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.1)$$

где  $U_m$  – максимальное допустимое значение управляющего воздействия. Оптимальное управление должно перевести объект из произвольного начального состояния  $Y_0$  в конечное состояние  $Y_k$

таким образом, чтобы экстремизировался заданный функционал, что соответствует возвращению объекта из произвольного состояния в исходное установившееся состояние или переходу объекта из одного установившегося состояния в другое под действием управления. Тогда координаты  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  можно рассматривать как отклонения от нового установившегося состояния. При релейном оптимальном управлении вида

$$U = U_m \operatorname{sign} f(Y) = \pm U_m, \quad (2.2)$$

где  $f(Y)$  – функция переключения, движение объекта описывается так:

$$\frac{dY_i}{dt} = \sum_{i=1}^n a_{ij} Y_i + b_i U_m; \quad \text{при } U = + U_m, \quad (2.3)$$

$$\frac{dY_i}{dt} = \sum_{i=1}^n a_{ij} Y_i - b_i U_m; \quad U = - U_m, \quad (2.4)$$

Уравнению (2.3) и (2.4) соответствуют разные семейства фазовых траекторий в пространстве координат  $Y$ . Аналогично [14] обозначим эти семейства через  $L^+$  и  $L^-$ , а начало координат фазового пространства  $Y$ , через  $L_0$ . Множество  $L_0$  состоит из одной точки  $Y = 0$ . В семействах  $L^+$  и  $L^-$ , соответствующих оптимальному управлению  $U$ , имеется по одной фазовой траектории, пересекающей начало координат. Ветви этих траекторий, заканчивающиеся в начале координат, называются полутраекториями  $L_1^+$  и  $L_1^-$ . Полутраектории  $L_1^+$  и  $L_1^-$  образуют полную траекторию  $L_1$ , описываемую уравнением

$$L_1 = L_1^+ \vee L_0 \vee L_1^-. \quad (2.5)$$

Поскольку процесс оптимального управления объектом состоит из нескольких интервалов, ясно, что на последнем из них изображающая точка фазового пространства попадает в начало координат по линии  $L_1$ . Каждому интервалу соответствует определенное множество  $L_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

На предпоследнем интервале управления концы множества полутраекторий  $L_2^-$  из-за релейного изменения знака управления принадлежат полутраектории  $L_1^+$ , а концы множества полутраекторий  $L_2^+$  – полутраектории  $L_1^-$ . Множество  $L_2^+$  соответствует управлению

$+U_m$ , а множество  $L_2^-$  - управлению  $-U_m$ . Множества полутраекторий  $L_2^+$  и  $L_2^-$  образуют поверхности, пересекающиеся по линии  $L_1$ . В общем случае существует поверхность стыка  $L_2$ , по которой движется изображающая точка. Для этой поверхности справедливо соотношение

$$L_2 = L_2^+ \vee L_1^- \vee L_0 \vee L_1^+ \vee L_2^-. \quad (2.6)$$

Учитывая (2.5), получаем

$$L_2 = L_2^+ \vee L_1^+ \vee L_2^-. \quad (2.7)$$

Как видно из выражений (2.6) и (2.7), поверхность  $L_2$  представляет собой двумерное многообразие и ей обязательно принадлежит кривая  $L_1$ , а также начало координат (множество  $L_0$ ). При увеличении числа интервалов переключения управляющего воздействия появляются множества полутраекторий  $L_3^+$  и  $L_3^-$ , которое определяет трехмерное многообразие  $L_3$ , в котором находятся три последних интервала переключения оптимального управления и поверхность пересечения множеств  $L_3^+$  и  $L_3^-$ , определяемая многообразием  $L_3$ . Поверхности  $L_3$  отвечает соотношение

$$L_3 = L_3^+ \vee L_2^+ \vee L_3^-. \quad (2.8)$$

При увеличении числа интервалов переключения управляющего воздействия будет продолжаться построение многообразий  $L_i$  ( $i = 4, 5, \dots, n$ ). При  $n$  интервалах переключения управления получается  $n$ -мерное многообразие  $L_n$ , определяемое следующим образом:

$$L_n = L_n^+ \vee L_{n-1}^+ \vee L_n^-. \quad (2.9)$$

В результате нахождения поверхностей  $L_i$  ( $i = 4, 5, \dots, n$ ) можно установить гиперповерхность переключения в  $n$ -мерном фазовом пространстве  $Y$  и ее уравнение.

$$f(Y) = 0. \quad (2.10)$$

Вид фазового пространства и гиперповерхности переключения зависит от внешних условий, что значительно усложняет решение задачи. Для упрощения следует предположить, что на каждом отдельном интервале управления параметры внешних воздействий не изменяются. Отметим, что уравнения фазовых траекторий для объектов



(2.1) являются в большинстве случаев трансцендентными. Поэтому задача синтеза решается в замкнутом виде до конца только для некоторых объектов второго, и реже, третьего порядков [14].

В основном при решении данной задачи для более сложных объектов используются численные методы [15, 16] или находится алгоритм управления, близкого к оптимальному, с помощью моделей и прогнозирующих устройств [17, 18, 19].

**Реализация решения задачи синтеза оптимального управления** заключается в определении структуры и параметров управляющей части, обеспечивающей оптимальное протекание переходного процесса объекта с заданной точностью. Управляющее устройство кроме формирования управления должно контролировать отклонения текущей фазовой траектории от оптимальной и приближать их к нулю. Если найден способ формирования сигнала управления, отражающего указанные отклонения, то можно считать задачу синтеза решенной.

При воспроизведении заданных нагрузок очень важно управлять КС с учетом фазовых координат, которые контролируются с помощью цепи ОС. Это означает, что система замкнутая и в данном случае необходимо оптимизировать управление на основе решения задачи синтеза.

## 2.2. Методы решения задач

Решение задачи оптимального управления заключается в определении синтезируемой функции вида

$$U(Y) = U(Y_1, Y_2, \dots, Y_n). \quad (2.11)$$

Эта функция задается на фазовой плоскости

$U(Y) = +U_m$  – ниже оптимальной фазовой траектории;

$U(Y) = -U_m$  – выше оптимальной фазовой траектории.

На каждой оптимальной траектории значение  $U(t)$  управляющего воздействия в произвольный момент времени равно значению функции  $U(Y)$  в той точке, в которой в момент времени находится изображающая точка фазового вектора:

$$U(t) = U[Y(t)]. \quad (2.12)$$

На основании (2.12) приходим к необходимости замены функции  $U(t)$  функцией  $U(Y)$  в системе уравнений, описывающих динамику объекта:

$$\frac{dY(t)}{dt} = AY(t) + BU(t), \quad (2.13)$$

где  $A, B$  – матрицы коэффициентов при координатах векторов  $Y(t)$  и управления  $U(t)$ . В результате получаем систему

$$\frac{dY(t)}{dt} = AY(t) + BU(Y), \quad (2.14)$$

решение которой дает оптимальную фазовую траекторию. Полученное оптимальное движение изображающей точки осуществляется из любого начального состояния  $Y_0$  в начало координат. Функция  $U(Y)$  позволяет следить за оптимальной фазовой траекторией путем переключения с  $+U_m$  на  $-U_m$  в соответствующие моменты времени. Для формирования функции  $U(Y)$  необходимо контролировать фазовые координаты объекта и переключать управление. Устройством переключения управления является релейный НЭ (рис. 5). На вход нелинейного элемента (НЭ) подается вектор  $Y$ , а с выхода снимается управление  $U(K) = \pm U_m$ . Знак управления зависит от положения вектора  $Y$  относительно оптимальной фазовой траектории. Нелинейный элемент по сути является оптимальным УУ. В общем случае функция  $U(Y)$ , заданная в фазовом пространстве, синтезирует оптимальное управление, переводящее состояние объекта из любой точки  $Y_0$  в начало координат, т. е. определяет все оптимальные траектории, ведущие в начало координат. Нахождение функции  $U(Y)$  – решение задачи синтеза оптимального управления объектом.

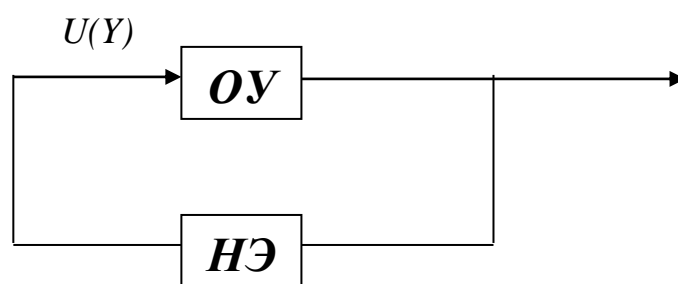


Рис. 5.

В работе [7] предложен метод построения функции  $U(Y)$ . В соответствии с принципом максимума запишем вспомогательную систему уравнений:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A^* \psi, \quad (2.15)$$

где  $A^*$  - транспонированная матрица  $A$  системы (2.13). Пусть функция  $\psi(t)$  представляет собой решение (2.15), которому соответствует управление  $U_{y_0}$ , определяемое из уравнения

$$(\psi(t), -BU_{y_0}(t) = P(\psi(t)), \quad (2.16)$$

где  $P(\psi(t)) = \max(\psi(t), BU(t))$ . Кроме того, пусть  $Y^o(t)$  является решением (2.13) с управлением  $U = U_{y_0}(t)$ , удовлетворяющим граничным условиям  $Y(t_0) = Y_0, Y(t_k) = Y_k = 0$ . Тогда система (2.13) принимает вид

$$\frac{dY(t)}{dt} = AY(t) + BU_{y_0}(t). \quad (2.17)$$

Величина управления  $U_{y_0}(t)$  зависит от начального состояния  $Y_0$ , а не от случайно выбранного начала отсчета времени  $t_0$ . Поэтому функция  $U_{y_0}(t)$  является функцией координат вектора  $Y_0$ :

$$U_{y_0}(t) = U(Y_0). \quad (2.18)$$

По принципу оптимальности на всем интервале времени ( $t_1 - t_k$ ) управление  $U_{y_0}(t)$  должно оптимально переводить изображающую точку из положения  $Y(t)(t_0 < t < t_k)$  в начало координат, т.е. любая фазовая траектория  $Y(t) \dots Y(t_k) = Y_0$  - оптимальная. Поэтому справедливо соотношение

$$U_{y_0}(t) = U(Y(t)) = Y(t). \quad (2.19)$$

Учитывая (2.10) и (2.19), видим, что функция удовлетворяет условию

$$(\psi(t), -BU(Y) = P(\psi(t)). \quad (2.20)$$

По теореме существования и единственности имеется одна пара функции  $U_{y_0}(t) = U(Y), Y(t)$ , заданных в интервале  $t_0 - t_k$  и удовлетворяющих условиям (2.15)...(2.17), (2.20). Определение этих функций, удовлетворяющих одновременно указанным условиям, затруднено.

Однако существует возможность решения задачи, заключающаяся в нахождении всех функций  $U(Y)$  и  $Y(t)$ , удовлетворяющих условиям (2.15)...(2.17), (2.20) в отдельности. Для этого задается произвольный вектор  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$  и предполагается, что  $\psi(t, x)$  является решением (2.15), удовлетворяющим начальному условию  $\psi(t, x) = x$  и определенное при  $t \leq 0$ .

Далее отыскиваются функция  $Y(t, x)$  из условия  $\psi(t, x)$ ,  $BU(t, x) = P(\psi(t, x) (t \leq 0))$  и функция  $Y(t, x)$ , удовлетворяющая начальному условию  $Y(0, x) = 0$  из уравнения

$$dY(t, x)/dt = AY(t, x) + BU(t, x).$$

Учитывая (2.19), получаем функцию  $U(Y)$  из соотношения

$$(\psi(t, x), BU(Y(t, x))) = P(\psi(t, x)), \quad (2.21)$$

которое определяет значение  $U(Y)$  для произвольной точки  $Y$  пространства  $Y$ .

В общем случае использование программного управления замкнутыми объектами целесообразно, если считать, что функция управления строится для системы дифференциальных уравнений, выраженных относительно мгновенных значений координат ошибок.

При непосредственной оценке ошибок  $\varepsilon_i$ , необходимо воспроизводить вычислительным устройством все уравнения:

$$L_i(Y_1, \dots, Y_n) = 0, \quad n = 1, 2, \dots, n. \quad (2.22)$$

Затем по полученным ошибкам формировать функцию управления, что технически сложно. В связи с этим предлагается [18] метод синтеза оптимального управления сложным объектом с помощью прогнозирующих устройств.

Очевидно, что оптимальное управление укороченной системой представляет собой решение задачи об оптимальном переводе неукороченной системы из начального состояния  $Y_0$  в состояние  $Y_{(-i)}$ .

Реализация оптимального управления укороченной системой более простая по сравнению с реализацией оптимального управления полной, а значит, может быть поставлена следующая задача. При управлении укороченной системой можно осуществить оптимальный перевод полной системы из одного состояния в заданное. Например, в системе вибрационного стенда можно управлять либо скоростью, либо ускорением колебаний платформы и тем самым приводить стенд в заданное состояние. При такой постановке задачи  $l$  отброшенных координат не учитываются, но возникает задача прогнозирования значений этих координат при оптимальном управлении укороченной системой, которую можно решить так. Каждая последующая координата с возрастающим индексом равна производной предыдущей:  $Y_{(i+1)} = \frac{dY_i}{dt}$ . Учитывая это обстоятельство и зная фазовую

траекторию или дискретное состояние в определенный момент времени координаты  $Y_{(i+1)}$ , вычисляют все  $l$  исключенных координат  $Y_1, Y_2, \dots, Y_l$  интегрированием уравнения движения каждой координаты. Описанная принципиальная схема прогнозирования значения исключенных координат позволяет организовать оптимальное управление системой  $n$ -го порядка на основе определения оптимального управления системой более низкого порядка.

Вычислительное устройство, вырабатывающее сигнал оптимального управления моделью, должно быть более быстросредействующим, чем  $УУ$ , поэтому временной масштаб модели в несколько раз меньше, чем объекта в целом, что требует дополнительного набора напоминающих устройств и ключевых элементов в системе управления.

## **2.3. Проверка статистических гипотез**

### **2.3.1. Метод Монте-Карло**

Статистические испытания по методу Монте-Карло представляют собой простейшее имитационное моделирование при полном отсутствии каких-либо правил поведения. Получение выборок по методу Монте-Карло – основной принцип компьютерного моделирования систем, содержащих стохастические или вероятностные элементы. Зарождение метода связано с работой фон Неймана и Улана в конце 1940-х гг., когда они ввели для него название «Монте-Карло» и применили его к решению некоторых задач экранирования ядерных излучений. Этот математический метод был известен и ранее, но свое второе рождение нашел в Лос-Аламосе в закрытых работах по ядерной технике, которые велись под кодовым обозначением «Монте-Карло». Применение метода оказалось настолько успешным, что он получил распространение и в других областях, в частности в моделировании организационных процессов в автосервисе и автоперевозках.

Поэтому многим специалистам термин «метод Монте-Карло» иногда представляется синонимом термина «имитационное моделирование», что в общем случае неверно. Имитационное моделирование – это более широкое понятие, и метод Монте-Карло является важным, но далеко не единственным методическим компонентом имитационного моделирования.

Согласно методу Монте-Карло, проектировщик может моделировать работу тысячи сложных систем, управляющих тысячами разновидностей подобных процессов, и исследовать поведение всей группы, обрабатывая статистические данные. Другой способ применения этого метода заключается в том, чтобы моделировать поведение системы управления на очень большом промежутке модельного времени (несколько лет), причем астрономическое время выполнения моделирующей программы на компьютере может составить доли секунды.

Применение надстроек Excel для решения задач, связанных с имитационными моделями, в основном базируется на данном методе, поскольку он является основой получения модельных выборок по заданному закону распределения.

Рассмотрим метод Монте-Карло подробнее.

В различных задачах, встречающихся при создании сложных систем, могут использоваться величины, значения которых определяются случайным образом. Примерами таких величин являются:

- случайные моменты времени, в которые поступают заказы на фирму;
- загрузка производственных участков или служб объектов автосервиса;
- внешние воздействия (требования или изменения законов, платежи по штрафам и др.);
- оплата банковских кредитов при покупке автомобиля;
- поступление средств от заказчиков предприятий автосервиса;
- ошибки измерений при проведении испытаний новых моделей автомобилей.

В качестве соответствующих им переменных могут использоваться число, совокупность чисел, вектор или функция. Одной из разновидностей метода Монте-Карло при численном решении задач, включающих случайные переменные, является метод статистических испытаний, который заключается в моделировании случайных событий.

Метод Монте-Карло основан на статистических испытаниях и по своей природе является экстремальным, может применяться для решения полностью детерминированных задач, таких, как обращение матриц, решение дифференциальных уравнений в частных производных, отыскание экстремумов и численное интегрирование,

поскольку при вычислениях методом Монте-Карло статистические результаты получаются путем повторяющихся испытаний. Вероятность того, что эти результаты отличаются от истинных не более чем на заданную величину, есть функция количества испытаний.

В основе вычислений по методу Монте-Карло лежит случайный выбор чисел из заданного вероятностного распределения. При практических вычислениях эти числа берут из таблиц или получают путем некоторых операций, результатами которых являются псевдослучайные числа с теми же свойствами, что и числа, получаемые путем случайной выборки. Имеется большое число вычислительных алгоритмов, которые позволяют получить длинные последовательности псевдослучайных чисел.

Один из наиболее простых и эффективных вычислительных методов получения последовательности равномерно распределенных случайных чисел  $r$ , с помощью, например, калькулятора или любого другого устройства, работающего в десятичной системе счисления, включает только одну операцию умножения.

Метод заключается в следующем: если  $r_i = 0,0040353607$ , то  $r_{i-1} = \{403\ 53607\ r_i\} \bmod 1$ , где  $\bmod 1$  означает операцию извлечения из результата только дробной части после десятичной точки. Как описано в различных литературных источниках, числа  $r_i$  начинают повторяться после цикла из 50 миллионов чисел, так что  $r_{50000001} = r_i$ . Последовательность  $r_i$  получается равномерно распределенной на интервале  $(0, 1)$ . Ниже будут рассмотрены более точные способы получения таких чисел со значительно большими периодами, а также пояснения, как в реальных моделях такие числа становятся практически случайными.

Применение метода Монте-Карло может дать не только существенный эффект при моделировании развития процессов, натурное наблюдение процесса в нежелательных направлениях, но и оценить гипотезы о параметрах нежелательных ситуаций, к которым приведет такое развитие, в том числе и параметрах рисков.

Существуют различные методы проверки статистических гипотез. Наиболее широко используются на практике критерии:

- согласия  $\chi^2$  (хи-квадрат);
- Крамера-фон Мичеса;
- Колмогорова-Смирнова.

### 2.3.2. Критерий $\chi^2$

Критерий  $\chi^2$  предпочтителен, если объемы выборок  $N$ , в отношении которых проводится анализ, велики. Это мощное средство, если  $N > 100$  значений. Однако при анализе экономических ситуаций иногда бывает довольно трудно (или невозможно) найти 100 одинаковых процессов, развивающихся с различными исходными данными. Сложность заключается не только в том, что не бывает одинаковых объектов. Даже если такие объекты имеются, то к исходным данным относятся не только исходные вероятностные данные и особенности структуры объекта, но и сценарий развития процессов в этом объекте и в тех объектах внешней среды, с которыми он взаимодействует (процессы рынка, указы правительства, принятие новых законов, требования налоговых органов, платежи в бюджеты различных уровней). При относительно малых объемах выборок этот критерий вообще неприменим.

### 2.3.3. Критерий Крамера-фон Мизеса

Критерий Крамера-фон Мизеса дает хорошие результаты при малых объемах выборок (при  $N < 10$ ). Однако следует отметить два обстоятельства:

1) при  $N < 10$ , каким бы методом ни пользоваться, вопрос о доверительной вероятности при проверке статистической гипотезы решается плохо (эта вероятность мала при значительных размерах доверительных интервалов);

2) метод Монте-Карло используется как раз для того, чтобы недостающие данные собрать с помощью специального вычислительного статистического инструментария и компьютера.

Поэтому будем полагать, что реальные объемы выборок, которые можно получить, находятся в пределах  $10 < N < 100$ . Как отмечают многие исследователи, для указанных пределов хорошие результаты дает критерий Колмогорова-Смирнова. Он применяется в тех случаях, когда проверяемое распределение непрерывно и известны среднее значение и дисперсия проверяемой совокупности.



## Основные термины и определения по главе 2

**Вероятностное распределение** – способ определить вероятность того, что случайная величина примет конкретное числовое значение.

**Дискретное равномерное распределение** – вероятностное распределение, задающее равные вероятности всем членам конечного множества чисел.

**Имитатор** – устройство для экспериментирования, которое имитирует некоторые основные черты поведения реальных систем.

**Имитационная модель** – последовательность логических и математических операторов, ведущая к получению оценок определенного множества значений параметров или переменных решения.

**Испытание** – однократное вычисление имитационной модели.

**Метод Монте – Карло** – тип имитации, при котором используются вероятностные распределения наступления случайных событий.

**Непрерывное равномерное распределение** – вероятностное распределение, задающее равные вероятности всем действительным числам из конечного интервала.

**Нормальное распределение** – вероятностное распределение, которое хорошо описывает многие явления, происходящие как в природе, так и в бизнесе, например, изменения спроса и предложения или распределение вычисленного выборочного среднего значения какой-либо случайной величины.

**Ожидаемое значение** – среднее значение или математическое ожидание некоторой случайной величины, имеющей заданное вероятностное распределение.

**Распределение Пуассона** – вероятностное распределение, которое часто используется для описания количества поступлений в систему очереди в течение указанного интервала времени.

**Случайная величина** – величина, которая с определенной вероятностью может принимать различные числовые значения из определенного множества. Распределение вероятностей принимаемых случайной величиной числовых значений описывается функцией распределения.

**Функция распределения** – вероятность того, что случайная величина примет значение, не превышающее значения аргумента функции распределения.

**Экспоненциальное распределение** – вероятностное распределение, обычно используемое для описания времени между поступлениями заказов в систему очереди.

## 2.5. Контрольные вопросы и тесты по главе 2

### Часть 1

Данная группа вопросов предполагает выбор из двух вариантов ответов (**Да / Нет**):

1. Основой имитации является построение устройства для экспериментов, которое в основных чертах повторяет поведение интересующей нас системы.

2. В качестве имитационной модели можно использовать детерминированную модель (т.е. модель, не содержащую вероятностных элементов).

3. Если имитационная модель содержит вероятностные элементы, то два испытания этой модели дадут одинаковые значения наблюдаемых выходов модели.

4. В имитационной модели со случайными элементами невозможно гарантировать получение решения, обеспечивающего максимум целевой функции.

5. В процессе решения реальных проблем общей практикой является сопоставление ожидаемых значений параметров решения со средними значениями этих параметров, полученными в результате имитационного моделирования.

6. Если в процессе имитации получено несколько различных случайных выходных результатов, то корректная связь между случайными числами и событиями предполагает, что каждому случайному числу должен соответствовать один случайный результат.

7. При проведении малого числа испытаний имитационной модели результаты имитации очень чувствительны к начальным условиям модели.

8. Имитационное моделирование часто считается последним средством решения реальных проблем, поскольку его не применяют до тех пор, пока аналитические модели хорошо работают и адекватно отражают реальную ситуацию.

9. Общей ошибкой при разработке имитационных моделей является использование ограничительных предположений, при которых модель перестает адекватно отражать сущность реальной проблемы.

10. Добавление дополнительных параметров в имитационную модель не только увеличивает стоимость имитационного процесса, но и повышает качество получаемого решения.

## Часть 2

Данная группа вопросов предполагает выбор правильного ответа из предложенных вариантов.

1. В типичной имитационной модели входными данными являются:

- a) значения параметров;
- b) значения переменных решения;
- c) значения наблюдаемых переменных;
- d) все выше перечисленное;
- e) a) и b).

2. К достоинствам имитационного моделирования (в сравнении с аналитическими моделями оптимизации) можно отнести:

- a) возможность многократного измерения интересующих нас параметров модели,
- b) возможность получения оценки изменчивости выходных результатов модели,
- c) возможность исследования сложных сценариев поведения системы,
- d) все выше перечисленное.

3. Рассмотрим имитатор со случайными элементами, где в качестве показателя эффективности системы используется доход. Справедливы следующие утверждения:

- a) в качестве оценки значения ожидаемого дохода можно использовать значение дохода, усредненное по большому количеству испытаний имитатора;
- b) при возрастании количества испытаний имитатора среднее значение дохода, полученное в результате имитации, стремится к ожидаемому значению дохода;
- c) значение среднего дохода всегда одинаково в течение десяти испытаний имитатора;
- d) ничего из вышеперечисленного.

4.Случайное число, полученное с помощью генератора случайных чисел электронной таблицы, это:

- a) действительное число из интервала от 0 до 1, причем все числа из этого интервала имеют одинаковую вероятность;
- b) число, выбранное наугад из множества чисел, на котором задано равномерное распределение;
- c) число, выбранное случайно из множества чисел, на котором вероятностное распределение задано менеджером;
- d) ничего из вышеперечисленного.

5. Пусть с помощью генератора случайных чисел получено случайное число 0,63. Соответствующее значение  $v$  случайной величины, имеющей нормальное распределение, определяется следующим образом:

- a)  $v$  – это «вероятность того, что нормально распределенная случайная величина  $50,63$ »;
- b)  $v$  – это такое число, что «вероятность того, что нормально распределенная случайная величина  $<v$ », равна  $0,63$ ;
- c)  $v$  – это такое число, что «вероятность того, что нормально распределенная случайная величина равна  $v$ », равна  $0,63$ ;
- d) ничего из вышеперечисленного.

1.Полученные ранее аналитические результаты используются перед процессом имитации для того, чтобы определить:

- a) «хорошие значения» системных параметров;
- b) оптимальное решение;
- c) «хорошие значения» переменных решения для заданного набора значений системных параметров;
- d) все вышеперечисленное.

2.Чтобы уменьшить влияние начальных условий на результаты имитации, можно:

- a) варьировать значения системных параметров;
- b) увеличить количество рассматриваемых альтернативных решений;
- c) увеличить количество испытаний и не рассматривать данные, полученные во время первых испытаний модели для всех наборов параметров и решений;
- d) все вышеперечисленное.

3.Как аналитические, так и имитационные модели можно использовать для решения задач, включающих случайные события.

При этом часто аналитические модели предпочтительнее имитационных по следующим причинам:

- a) имитационное моделирование требует проведения большого числа испытаний, чтобы получить хорошую оценку значения целевой функции для каждого отдельного решения;
- b) с помощью аналитической модели можно получить оптимальное решение;
- c) решение задачи с помощью имитационного моделирования требует оценить большое количество возможных альтернативных решений;
- d) все вышеперечисленное.

4. Большие сложные имитационные модели порождают такие проблемы:

- a) трудно оценить средние значения параметров модели;
- b) сложно имитировать случайные события;
- c) модель становится дорогостоящей;
- d) все вышеперечисленное.

5. Использование имитационного моделирования целесообразно в следующих ситуациях:

- a) полученные ранее решения можно использовать для предсказания (с последующей проверкой) других решений;
- b) можно провести большое количество испытаний для каждого решения;
- c) для имитации всех возможных решений;
- d) ничего из вышеперечисленного.

#### *Ответы*

1. Да. 2. Да. 3. Нет. 4. Да. 5. Нет. 6. Нет. 7. Да. 8. Да. 9. Нет. 10.

Да.

1. e; 2. d; 3. a; 4. a; 5. b; 6. c; 7. e; 8. d; 9. c; 10. a.

## Глава 3. МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

### 3.1. Основные положения и понятия

Моделирование и использование моделей для решения задач управления и принятия решений во многих ситуациях является единственно возможным и эффективным методом, позволяющим получить ответ на поставленный вопрос. Ниже будет рассмотрено, как с помощью различных приложений создавать и использовать модели для анализа ситуаций в сфере строительного, дорожного машиностроения и автотранспорта.

Применение электронных таблиц и программных продуктов для имитационного моделирования коренным образом изменило ситуацию, так как позволило специалистам самостоятельно создавать и анализировать модели. Поэтому им для создания собственных моделей уже не были нужны необходимые прежде аналитические способности профессиональных математиков, навыки программирования, алгоритмическое мышление и соответствующие технические знания. Непосредственное использование моделей для поддержки принятия решений не только повысило эффективность управленческих решений, но и позволило самим специалистам глубже вникнуть в суть решаемых проблем. Обучение в процессе моделирования позволяет сосредоточиться на основной проблеме принятия решения – определить, на какие основные вопросы нужно ответить, какие альтернативы исследовать и на что обратить особое внимание.

В данном пособии описаны разнообразные модели, а также соответствующие концепции, которые обобщают приведенные примеры для всевозможных ситуаций, с которыми сталкиваются специалисты в области автотранспорта.

Ключевой составляющей успешного моделирования управленческих ситуаций с помощью компьютера является сам специалист. Не следует забывать, что для успешного моделирования сложных управленческих ситуаций необходимо проникнуться идеями моделирования, т.е. эти идеи должны стать частью вашей интуиции. Главное в этой ситуации – приобретение собственного опыта моделирования с помощью компьютера.

Компьютерное моделирование позволяет исследовать множество различных альтернатив и способствует всестороннему изучению проблемы.

### 3.2. Процесс моделирования

На рис. 3.1 показаны этапы принятия управленческого решения. При наличии конфликтующих или конкурирующих альтернатив решение, позволяющее разрешить конфликт, принимается на основе анализа сложившейся ситуации. Решение реализуется, в результате чего организация получает определенную прибыль (не обязательно в виде денежных сумм).

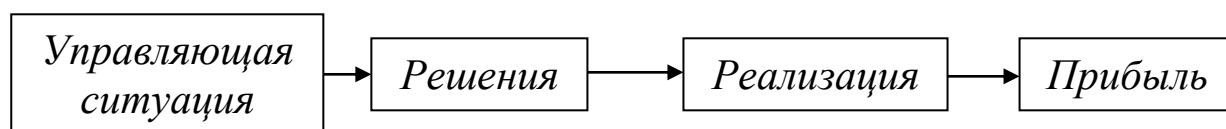


Рис. 3.1. Этапы принятия решения и реализация управленческих систем

На рис. 3.2 представлен процесс моделирования применительно к первым двум этапам принятия решения.

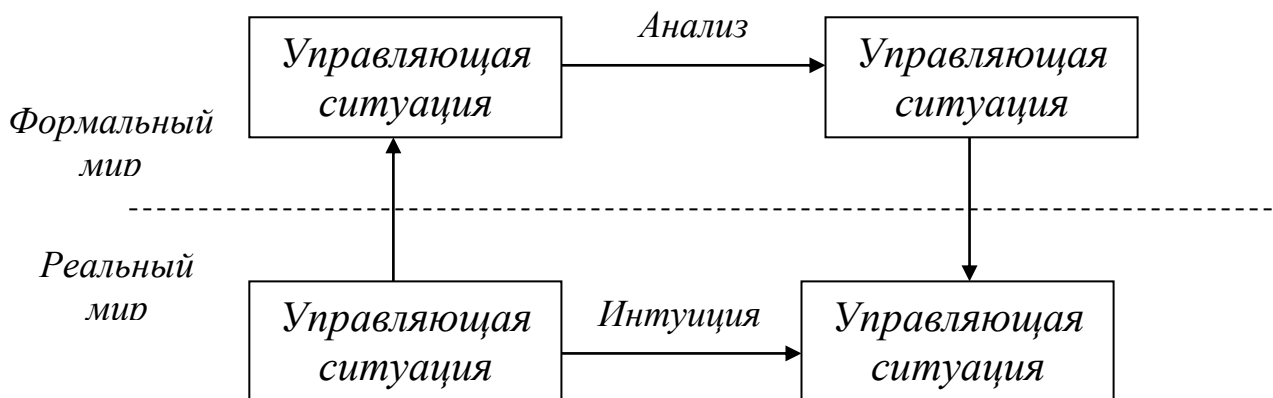


Рис. 3.2. Процесс моделирования

Диаграмма процесса состоит из верхней и нижней частей, разделенных пунктирной линией. Ниже пунктирной линии находится реальный мир, с которым ежедневно сталкиваются специалисты, призванные принимать решения в сложных ситуациях (например, распределять ресурсы между конкурирующими задачами производства, составлять расписание действий или разрабатывать

маркетинговую стратегию). Процесс моделирования начинается с исследования ситуации, требующей решения (в левом нижнем углу диаграммы).

В прошлом при принятии решений специалисты привыкли полагаться, главным образом, на свою интуицию. Хотя интуиция, особенно опытных специалистов, имеет большое значение, она по определению лишена рационального аналитического начала. Руководствуясь при принятии решений исключительно интуицией, можно делать выводы только из конечных результатов ранее принятых решений, а такое обучение слишком дорого обходится.

Процесс моделирования, представленный на рис. 3.2 над пунктирной линией, рекомендует набор действий, которые должны дополнить (*не заменить!*) интуицию при принятии решений. При этом создается формализованная количественная модель проблемных аспектов управленческой ситуации, представляющая суть проблемы.

Построенная количественная модель анализируется с целью получения определенных результатов или выводов, следующих исключительно из модели, независимо от того, какие предположения и абстрактные построения лежали в ее основе. После этого полученные результаты интерпретируются для существующей реальной ситуации с учетом тех факторов, которые не учитывались ранее в процессе формализации задачи. Процесс моделирования, дополненный опытом и интуицией, позволяет принять более удачное решение и многому научиться.

Процесс моделирования сам по себе не является конкретным научным методом, реализацией которого должны заниматься исключительно математики и программисты. Непосредственное привлечение специалиста к процессу моделирования является залогом успешного применения результатов моделирования в реальном мире.

Специалисты играют очень важную роль как во время формирования абстракций, создания модели и ее интерпретации, так и при реализации решений. Поэтому специалист должен понимать следующее:

- 1) какие ситуации поддаются моделированию;
- 2) как получить нужные для построения модели данные или как извлечь их из больших массивов данных, и какие существуют методы анализа моделей, помогающие в принятии решений (причем



в пределах разумных затрат времени и средств);

3) что можно сделать, чтобы извлечь максимальную пользу из интерпретации модели и реализации решения.

### **3.2.1. Использование моделей**

Модели играют различную роль на разных уровнях управления компанией. На верхнем уровне модели, как правило, предлагают информацию и помогают понять проблему, причем не обязательно в форме рекомендуемых решений. Они используются в качестве средств стратегического планирования:

- чтобы предвидеть будущее,
- исследовать альтернативы,
- разработать несколько планов на случай непредвиденного развития событий,
- повысить гибкость производства,
- сократить время реакции на требования времени.

На более низком уровне модели чаще используются для того, чтобы предложить рекомендуемые решения. Например, на многих заводах операции на конвейере полностью автоматизированы. Аналогично, в некоторых случаях решения принимаются исключительно на основании модели конкретной операции и после реализации требуют вмешательства специалиста только в исключительных ситуациях. Однако чаще вклад автоматизации в моделирование состоит в сборе и подготовке нужных данных. Эти данные затем используются специалистами для периодического обновления моделей, построенных в электронных таблицах. Пересмотренная модель повторно анализируется, рекомендуются новые решения, которые вновь интерпретируются и реализуются.

Модели по-разному используются на различных уровнях управления компанией по ряду причин. Чем ниже уровень организации, тем проще задачи и альтернативы. Взаимодействия легче описать количественно, зачастую более доступны точные данные, более определенной является и будущая среда реализации решения. Кроме того, достаточно часто повторяются ситуации принятия решений, что позволяет амортизировать затраты на сбор данных и разработку модели за счет ее многократного использования. Например, на низшем уровне решение может заключаться в составлении расписания работы определенного

станка. Известно, какие изделия на нем можно изготавливать, а также стоимость переналадки станка при переходе с одного вида продукции на другой.

***Задача такой модели – составить расписание, которое позволит изготовить необходимое количество изделий в срок и минимизировать затраты на переналадку и хранение.***

Сравните эту простую и очевидную проблему с принятием на высшем уровне решения, следует ли «делать инвестиции в развитие» или «выжать максимум из производства», стоимость которого может составлять многие миллиарды долларов. Конечно, модели можно применять и для таких общих и неопределенных проблем, но тогда в самих моделях оказывается слишком много неоднозначных предположений и неопределенностей. В таких случаях определить точность модели и достичь соглашения о целях моделирования бывает столь же сложно, как и найти соответствующее решение.

### **3.2.2. Цели моделирования и использование моделей**

Способы использования моделей так же разнообразны, как и люди, которые их создают. С помощью моделей можно продать идею или проект, закатить оптимальное количество техники, например автомобилей, или лучше организовать работу системы автомобильного сервиса. В любом случае модели обеспечивают структуру для целостного логического анализа. Модели широко используются благодаря тому, что заставляют выполнить следующие действия:

1. Явно определить цели.
2. Определить и зафиксировать типы решений, которые влияют на достижение этих целей.
3. Выявить и зафиксировать взаимосвязи и компромиссы между этими решениями.
4. Тщательно изучить входящие в них переменные и определить возможность их измерения.
5. Разобраться, какие данные нужны для количественного определения значений переменных и найти способ описать их взаимное влияние.
6. Осознать, какие ограничения могут налагаться на значения этих переменных.

7. Обсудить идеи, что помогает членам группы управления в совместной работе.

Как следует из перечисленного выше, модель можно использовать в качестве целостного средства для оценки и обсуждения различных вариантов загрузки производственных мощностей, если каждый вариант или ряд решений оценивается с одних и тех же позиций, согласно тем же формулам, описывающим взаимосвязи и ограничения. Более того, модели можно проверить непосредственно на практике и усовершенствовать, используя опыт, что является разновидностью адаптивного обучения.

Наконец, следует отметить, что компьютерные модели предоставляют возможность систематически использовать мощные методы анализа, прежде недоступные. Такие модели дают возможность оперировать огромным числом переменных и описывать их взаимосвязи, что не под силу сделать в уме.

Модели позволяют одновременно использовать аналитические возможности программной реализации математических методов, возможности хранения данных и вычислительные ресурсы компьютеров.

### **3.3. Особенности использования моделей как средства принятия управленческих решений**

«Философия» моделирования призвана несколько сократить разрыв между способами использования моделей и реальными ситуациями. В учебных пособиях все задачи четко сформулированы, все данные точно известны, а решение можно охарактеризовать одним числом, приведенным в ответах. Очевидно, что в реальности все совсем иначе. Поэтому рассмотрим более подробно роль и место моделей в реальном мире.

Ни одна модель не в состоянии полностью охватить *реальность*. Каждая модель является некой абстракцией, т.е. описывает только некоторые возможные взаимосвязи реального мира и лишь приблизительно представляет отношения между ними. Из этого вытекает простое правило, определяющее, когда следует использовать модели.

***Модель следует использовать в том случае, если с ее помощью принимаются более удачные решения, чем без нее.***

Данный подход во многом напоминает подходы, применяемые в науке и технике. Модели могут не совсем точно описывать подъемные силы крыла самолета, но с их помощью удастся конструировать более совершенные самолеты, чем без них. То же верно и для принятия управленческих решений.

Многие продолжают думать, что модели и *интуиция* при решении реальных задач являются вещами взаимоисключающими. «Или мы творчески подходим к разрешению ситуации, или моделируем ее с помощью компьютера». Это в корне неверный подход. Успешное (и творческое) использование моделей в значительной мере основано на суждениях и интуиции специалиста.

Интуиция играет важную роль в осознании проблемы и создании модели. Сначала нужно определить, где можно применить количественную модель, т.е., прежде чем вкладывать средства в процесс моделирования, необходимо интуитивно почувствовать, что суть ситуации можно описать с помощью модели и получить полезный результат.

Интуиция не менее важна при *интерпретации* и реализации решения. Несмотря на то, что в ходе анализа многих предлагаемых в данной книге моделей получаются «оптимальные» решения, важно понимать, что такие решения являются оптимальными для формальных абстракций (находящихся над пунктирной линией на рис. 3.2), но они могут и не быть таковыми в реальной ситуации.

Термин «оптимальность» относится к моделям, а не к реальности. То, что оптимально в модели, отнюдь не всегда оптимально в реальной жизни.

Лишь иногда имеет смысл говорить об оптимальных решениях применительно к реальным ситуациям. Именно поэтому так важно удостовериться, что предложенные моделью решения имеют смысл и удовлетворяют интуитивным требованиям. Если рекомендации не соответствуют интуитивным соображениям, следует разобраться, верна ли модель. Таким образом, чрезвычайно важно оценить модель и определить, насколько следует доверять ее рекомендациям. Может быть понадобится пересмотреть описание ситуации или даже формулировку модели. Важно понимать, что моделирование ни в коем случае не заменяет интуицию. Всегда нужно быть готовым к тому, что могут возникнуть какие-то изменения и старые решения перестанут отображать реальную ситуацию верно. Тем не менее, существует немало доказательств, что процесс моделирования

можно успешно применять тогда, когда среда вокруг бизнес-ситуации меняется настолько, что стандартная политика или чисто практические методы становятся неадекватными.

Безусловно, нельзя гарантировать, что использование «хорошей» модели всегда даст хороший результат. Но, несмотря на его несовершенство, этот подход – наиболее рациональный из всех возможных. Шансы правильно предсказать, когда некая модель будет давать хорошие реальные результаты, а когда – нет, существенно возрастут, если понять концепции, используемые в данной модели.

Описывая реальную ситуацию в виде постановки проблемы, вы тем самым переходите на абстрактный уровень процесса моделирования. Следовательно, проблемы, как таковые, действительно существуют в формальном мире, и, значит, существуют решения этих проблем, но только в формальном мире, а не в реальном. Решения абстрактных проблем редко могут служить готовыми решениями реальных управленческих ситуаций. Эти решения нуждаются в тщательной интерпретации в реальном контексте прежде, чем будут сделаны окончательные выводы. В результате реализуемое решение может значительно отличаться от ответа, полученного при анализе модели.

Если воспринимать ответы не просто как результаты, а рассматривать их в совокупности с постановленными проблемами, можно обновить интуитивное первоначальное представление об управленческой ситуации. Таким образом, при моделировании нужно стараться глубже разобраться в ситуации, чтобы не только получить непосредственное преимущество в виде более удачного решения, но и отточить свою интуицию. Совершенная интуиция (или мудрость) в управленческих ситуациях является залогом успеха. Никогда не следует забывать, что: **«цель моделирования – понимание, а не просто ответы»**.

В процессе моделирования научный метод не применяется в традиционной форме, поскольку задача классического научного метода – устранить человеческие суждения, которые могут оказать необъективное воздействие на знания. Поэтому основой приобретения научных знаний является проверка теорий и результатов посредством повторения управляемых экспериментов. К сожалению, в разрешении управленческих ситуаций практически невозможно проводить повторяемые контролируемые

эксперименты в силу стоимостных и временных ограничений. Поэтому приходится использовать суждения человека в качестве (пусть и несовершенного) руководства на каждом шаге процесса моделирования.

В процессе моделирования этап анализа модели является научным в том смысле, что для получения рациональных выводов применяются логика и вычисления, однако во всем остальном прослеживается субъективное влияние.

Специалист должен постоянно вмешиваться в процесс моделирования, поскольку только он может выступать арбитром при выборе содержимого абстракций, результирующей модели, ее анализе, оценке результатов и их интерпретации. В конце концов, именно он несет ответственность за окончательное решение.

Другое очень важное преимущество моделирования – полезность модели как средства общения участников процесса принятия решения. Важные решения редко принимаются в одиночку, требуется сотрудничество многих людей, особенно при реализации окончательного решения. При надлежащем осуществлении процесса моделирования результирующая модель и полученные с ее помощью рекомендации по принятию решения могут стать мощными средствами командной стратегии, которые позволят объяснять и обсуждать идеи, получать отклики и осуществлять кооперацию.

### 3.4. Типы моделей

Существует три типа моделей.

*Первый - физические* модели. Такие модели используются в технике и являются физической копией объекта в уменьшенном или увеличенном виде.

*Второй - аналоговые* модели – используется настолько часто, что иногда это даже не осознается. Эти модели представляют множество связей с помощью различных аналоговых посредников. Карта автодорог является аналоговой моделью территории, автомобильный спидометр представляет скорость с помощью аналогового отображения стрелки датчика, а круговая диаграмма представляет результаты социологического опроса в виде секторов круга.

Третий тип – **символическая** модель, в которой все понятия выводятся посредством количественно определенных переменных, - является наиболее абстрактной. Все связи представляются в математическом, а не физическом или аналоговом виде. Например, физики создают количественные модели вселенной, экономисты – количественные модели экономики. Поскольку в символических моделях используются количественно определенные переменные, связанные уравнениями, их часто также называют **математическими** моделями, **количественными** моделями или **табличными** моделями (т.е. моделями на основе электронных таблиц).

Специалистам приходится работать со всеми тремя типами моделей, чаще всего – с аналоговыми моделями в форме диаграмм и графиков, а также с символическими моделями в виде электронной таблицы или отчетов информационно-управляющей системы. Краткая характеристика трех типов моделей представлена в табл. 3.1.

Несмотря на их различия, все модели имеют одно общее свойство. Любая модель является тщательно выбранной абстракцией реальности, которая отражает представления ее создателя о причинных связях в реальном мире.

В этой главе основное внимание будет уделено созданию символических моделей (представленных в электронных таблицах и среде имитационного моделирования), их анализу с целью получения числовых (в виде таблиц) и аналоговых (в виде диаграмм) результатов.

Таблица 3.1

Типы моделей

Тип модели	Свойства	Примеры
Физическая	<p><b>Осязаемость</b>  <b>Понимание</b> – простое.  <b>Дублирование и совместное использование</b> – сложные.  <b>Модификация и манипулирование</b> – сложные.  <b>Сфера использования</b> – наиболее узкая</p>	<p>Макет автомобиля, подъемно-транспортной, строительной или дорожной машины, макет станции технического обслуживания, макет города.</p>

Аналоговая	<p><b>Неосвязаемость</b>  <i>Понимание</i> – более сложное.  <i>Дублирование и совместное использование</i> – более простые.  <i>Модификация и манипулирование</i> – более простые  <i>Сфера использования</i> - более широкая.</p>	Карта дорог, спидометр, круговая диаграмма.
Символическая	<p><b>Неосвязаемость</b>  <i>Понимание</i> – самое сложное.  <i>Дублирование и совместное использование</i> – самые простые.  <i>Модификация и манипулирование</i> – самые простые.  <i>Сфера использования</i> - самая широкая</p>	Имитационная модель, алгебраическая модель, модель, построенная в электронной таблице.

### 3.4.1. Символические (количественные) модели

Как следует из приведенного ранее определения, символические модели используют математические закономерности для отображения связей между представляющими интерес данными. Необходимо, чтобы эти данные были **количественными**, т.е. их можно было выразить в числовой форме. **Числовые данные** – основное содержание символических моделей.

Рассмотрим более подробно простейший пример символической модели. Если человек находится в Казани и планирует к обеду быть в Уфе, ему требуется оценить время, которое нужно затратить, чтобы доехать на автомобиле из Казани в Уфу. Для этого нужно с помощью атласа или Internet определить расстояние между этими городами и разделить его на среднюю скорость движения.



Таким образом, модель имеет следующий вид:  $T = l/v$ , где  $T$  – время;  $l$  – расстояние;  $v$  – скорость.

Такая модель, безусловно, полезна, однако она упрощает реальность, поскольку в ней игнорируются многие факторы, которые могут заметно повлиять на время путешествия. В модели не учитываются разнообразные задержки, погодные условия, остановки для заправки и т.д. Тем не менее, если планируется выехать в 6 утра, а  $T$  – 6 часов, можно считать, что модель вполне удовлетворяет поставленным целям, т.е. показывает, что вполне реально оказаться в Уфе к обеду.

Теперь предположим, что выехать ранее полудня нельзя, а в 18.30 назначена важная встреча в Уфе. В таком случае получается, что модель слишком проста, чтобы чувствовать себя уверенно, и возникает желание приблизить ее к реальности, включив дополнительные условия. Можно, например, добавить выражение, отражающее остановки в пути. Тогда модель примет следующий вид:

$$T = l/v + R \cdot N,$$

где  $R$  – среднее время остановки;  $N$  – предполагаемое количество остановок.

Можно продолжить совершенствование модели, учитывая все новые факторы. Некоторые из них могут быть оценены только приблизительно. О моделях необходимо постоянно помнить *следующее*:

- 1) модель всегда в той или иной степени упрощает реальность;
- 2) модель должна быть настолько подробной, чтобы:
  - результат удовлетворял вашим потребностям;
  - степень подробности соответствовала доступным данным;
  - её можно было проанализировать за то время, которое вы в состоянии уделить этому занятию.

### **3.4.2. Модели принятия решений**

В данном пособии основное внимание уделяется моделям принятия решений (символическим моделям), в которых определенные переменные представляют решения, которые нужно (или по крайней мере можно) принять. Обратимся к предыдущему примеру. Очевидно, что сократить расстояние между Казанью и Уфой невозможно. Однако можно выбрать скорость движения,

количество остановок и время, затраченное на каждую из них. Это и есть переменные решения. На эти переменные также могут налагаться определенные **ограничения**: нельзя ехать со скоростью больше 100 км/ч, бензобак имеет ограниченную емкость, заправка требует определенного **времени** и т. д. Подобные ограничения являются основой построения реалистических моделей.

Обычно решения принимаются для достижения определенной цели. Таким образом, помимо переменных модель принятия решения, как правило, содержит явный критерий эффективности, который позволяет определить, насколько решение близко к цели. При построении модели чрезвычайно важно указать, как переменные решения будут влиять на указанный критерий. Рассмотрим следующие примеры:

1. *Модель распределения персонала на автозаправочной станции.* **Переменные решения**: сколько человек обслуживают территорию автозаправочной станции. Типичным критерием эффективности является доход, а цель состоит в максимизации дохода от продаж всех видов топлива.

2. *Составление графика работы станции технического обслуживания.* Переменные решения – сколько времени занимает обслуживание автомобиля на том или ином посту, последовательности обслуживания. **Возможные цели**: минимизация затрат, общего времени выполнения заказа или опоздания при задержке поставок запасных частей.

3. *Модель управления наличными средствами.* Переменными решения могут быть суммы средств различных категорий (наличные, векселя, акции и облигации) в каждом месяце. Типичная цель может состоять в минимизации недополученного процентного дохода в связи с поддержанием ликвидных активов – наличности и ее эквивалентов.

Подведем итог:

1. Модели принятия решений описывают управленческую ситуацию, но не всеохватно, а выборочно.

2. В моделях определяются переменные, влияющие на решения.

3. В моделях принятия решений задаются критерии, отражающие цели моделирования.

### 3.5. Построение моделей

Все модели (и простые, и сложные) создаются человеком. К сожалению, не существует экспертных систем для построения моделей (за исключением очень узких специализированных приложений). В настоящее время построение моделей в значительной степени является искусством, которое требует определенного воображения, а также владения техническими знаниями.

Для моделирования ситуации вначале нужно представить ее структурированным образом, т.е. необходимо выработать некий способ, который позволит систематически обдумать данную ситуацию. Следует помнить, что чаще всего приходится иметь дело с формулировками управленческих ситуаций в виде неких признаков, а не в форме четкой постановки проблем. Например, торговый представитель компании в Нижнекамске сообщает, что главный конкурент обошел вашу фирму, предложив обработку заказов по электронной почте через Internet. В повседневном смысле – это *управленческая проблема*, но в нашем понимании – это *признак*. *Постановка проблемы* включает в себя возможные решения и метод измерения их эффективности – две ключевые составные части любой модели. *Структурирование* – это искусство переходить от симптома к четкой постановке проблемы. Это исключительно важное умение, которым должен обладать управляющий, чтобы успешно разрабатывать модели.

При количественном моделировании бизнес-среды необходимо описывать взаимодействия многих переменных. Для этого нужно сформулировать, *математическую* модель. Необходимо помнить, что в реальном мире обычно не существует единственно верного способа построения модели. Различные модели могут дать различные представления об одной и той же ситуации, как на картинах Пикассо и Ван-Гога один и тот же предмет будет выглядеть по-разному. Хотя моделирование является искусством, в нем, как и в искусстве в целом, существуют общие принципы. Процесс моделирования можно условно разделить на три этапа:

- 1) изучение среды с целью структурирования управленческой ситуации;
- 2) формализация представления о ситуации;

3) построение символической (количественной) модели.  
*Изучение среды.*

Новички в моделировании обычно недооценивают значение первого этапа – изучения бизнес-среды с целью структурирования управленческой ситуации. В результате поставленная проблема зачастую является не адекватным обобщением реальной ситуации, а всего лишь описывает некий ее признак. Многие факторы, например, внутриорганизационные конфликты, различия в целях начальников и подчиненных, а также общая сложность ситуации, могут мешать правильному представлению ситуации. Предполагается, что определенные факты известны, в то время как на самом деле это не так. При структурировании управленческой ситуации создатель модели должен выбрать и вычленить из всей среды аспекты, присущие рассматриваемой ситуации. Важнейшей составляющей успеха является опыт как создания моделей, так и работы в соответствующей среде.

*Формализация.*

Второй этап, формализация представления о ситуации, заключается в концептуальном анализе, во время которого необходимо принять определенные предположения и упрощения. Поскольку рассматриваемая ситуация включает в себя цели и решения, их необходимо явно указать и определить. Может существовать несколько способов определения переменных решения, и не всегда сразу удастся найти наиболее подходящее определение. Цели также могут быть не вполне ясны. Проблемы возникают и в том случае, когда целей слишком много и необходимо выбрать одну из них. Обычно невозможно одновременно оптимизировать две различные цели.

На рис. 3.3 представлен первый (зачастую наиболее важный) этап формализации управленческого решения для формулировки задачи – выявление основных концептуальных составляющих модели. На данном этапе детали работы модели не рассматриваются. Основное внимание уделяется определению:

- 1) *входов*, т.е. того, что модель должна обрабатывать;
- 2) *выходов* – того, что модель должна производить.

Модель на данном этапе называется «черным ящиком», поскольку еще не известно, какая логика будет реализована в ней.

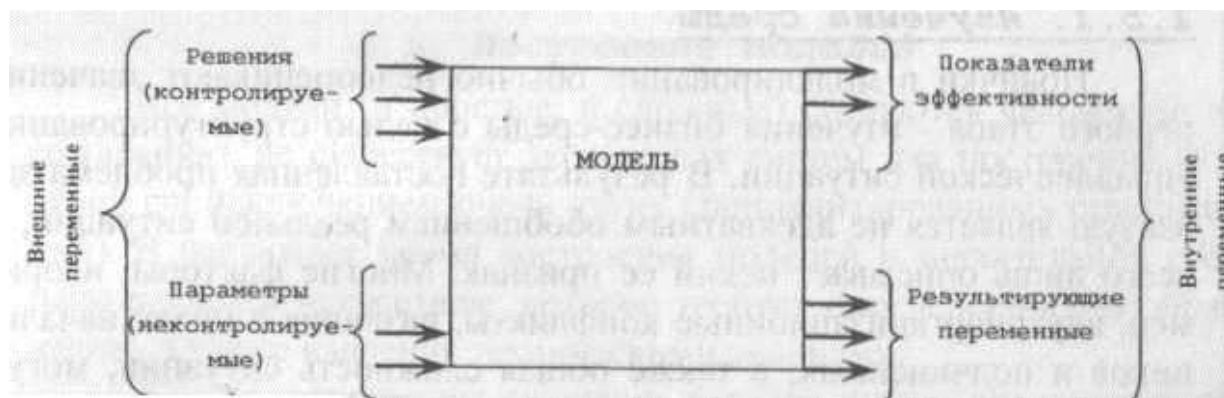


Рис. 3.3. Модель в виде «черного ящика»

После определения входов и выходов модели необходимо разбить их на две категории.

*Входы*, именуемые внешними переменными, делятся на решения – переменные, контролируемые человеком, и параметры – переменные, которыми человек управлять не может. Примерами переменных решения могут служить сумма, в которую оценивается продукция или услуга (размещение технологического оборудования). Примеры параметров: цены, назначаемые конкурентами на аналогичные товары или услуги, физические ограничения объема складского помещения, стоимость единицы сырья или прогнозируемое количество осадков. Многие неконтролируемые входные величины могут быть неизвестны заранее. Трактую их как параметры, можно строить модель так, как если бы они были известны. Позднее можно конкретизировать численные значения данных величин, проанализировав данные и оценив эти значения, или просто задать предполагаемые значения величин при анализе модели.

*Выходы*, называемые внутренними переменными, делятся на показатели эффективности (или критерии) – переменные, которые определяют степень приближения к цели, и результирующие переменные, которые отражают другие следствия моделирования и помогают понимать и интерпретировать результаты работы модели. Критерии особенно важны, так как именно они используются, чтобы определить, насколько удалось приблизиться к конечной цели. Потому критерии часто называют *целевыми функциями*. Примерами целевых функций являются доход, доля рынка, совокупные издержки, дисциплина работников, удовлетворение клиента, доходы

от инвестиций. Примеры результирующих переменных – разбивка дохода по статьям, количество проданных изделий, уплаченные налоги и другие величины, которые полезно знать.

Несмотря на простоту концептуальной схемы «черного ящика», она заставляет в самом начале процесса моделирования определить, что следует включить в модель, а что исключить из нее, а также разобраться с классификацией соответствующих факторов.

Предлагается следующий подход к стадии формализации:

- определяется цель и соответствующий показатель качества (или несколько показателей), т.е. основные выходы модели;
- выясняется, какие входы модели (переменные решения и параметры) связаны с достижением данной цели и оказывают влияние на показатели эффективности;
- на основании этого определяются переменные решения и параметры, которые непосредственно влияют на достижение цели.

В результате этих рассуждений, производимых в обратном порядке, получается та же самая формализация модели в виде «черного ящика». Такой подход зачастую проще, поскольку легче думать о ситуациях в терминах целей и критериев (показателей эффективности).

#### *Построение модели.*

После завершения формализации (в устной или письменной форме) символическую модель необходимо построить.

Как следует из опыта, основной вклад специалиста в построение модели на данном этапе состоит в том, чтобы разработать внутри «черного ящика» математические уравнения, связывающие переменные. Можно вначале использовать упрощенные связи, которые затем уточняются.

Чтобы разработать корректное математическое представление взаимосвязи двух или нескольких переменных как части общей логики модели, можно начертить график, отражающий требуемую зависимость, т.е. начать не с математического уравнения, а с его графика, а затем подобрать соответствующее данному графику уравнение.

Этот метод используется также для анализа необработанных данных, что может потребоваться при оценке значений параметров. Метод называется *«моделированием на основе данных»*.

### **3.6. Моделирование на основе данных**

Принимаемые решения в значительной степени основаны на оценке и интерпретации данных. Однако интерпретация данных возможна только при наличии некой концептуальной схемы. Сложно сказать, что первично, схема или сбор данных. Очевидно, что данные необходимы для успешного моделирования. Стремление создать более совершенную модель приводит к сбору и хранению дополнительных данных или новых типов данных. Одной из особенностей технологической цивилизации в технической сфере, является одновременные сбор и использование данных и моделей.

Количественные модели позволяют более целостно и подробно оценивать и интерпретировать данные, чем «умственные» модели. Кроме того, количественные модели можно использовать для генерирования данных, а для построения модели обычно необходимы данные (например, чтобы оценить ее параметры). Часто успех или неудача в моделировании определяются доступностью данных, их точностью и правильностью выбора. В практике построения и использования моделей многое зависит от этих моделей. Модель, основанная на данных, может оказаться бесполезной, если необходимые данные недоступны, или для их сбора требуется слишком много времени и средств.

Данные интерпретируются как отражение важных внутренних закономерностей. Сами по себе они не представляют никакой модели, только когда данным приписываются некие связи, получается модель (по меньшей мере, в зачаточной ее форме).

### **3.7. Детерминированные и вероятностные модели**

Модели можно классифицировать по различным признакам. В таблице 3.2 перечислены некоторые из этих классификаций. Любая классификация помогает глубже понять, где применяются и как используются те или иные модели. Воспользуемся приведенной в табл. 3.2 классификацией моделей и рассмотрим отдельно детерминированные и вероятностные.

#### *Детерминированные модели.*

В детерминированных моделях все необходимые данные точно известны. Таким образом, в них предполагается, что при анализе модели будет доступна вся информация, необходимая для принятия

решения. Примером детерминированной модели может служить назначение водителей на каждый из ежедневных рейсов автобусов в следующем месяце при условии, что известны расписание рейсов, штат сотрудников, законодательные ограничения на количество рабочих часов, правила работы, установленные профсоюзами и т.д. Такие модели позволяют обрабатывать сложные ситуации, в которых существует много решений и ограничений. Детерминированные модели особенно полезны, когда в них мало неопределенных неконтролируемых входов. Поэтому они часто используются для принятия внутренних по отношению к организации решений.

Детерминированные модели важны по следующим причинам:

6. Множество разнообразных важных задач можно формализовать в виде детерминированных моделей.

7. В детерминированных моделях легко налагать ограничения на переменные модели.

8. Существуют программы, позволяющие оптимизировать детерминированные модели с ограничениями, т.е. находить оптимальные решения; даже для моделей большой размерности это делается быстро и надежно.

9. Условная оптимизация – очень хороший способ упорядоченного представления ситуации даже в том случае, когда вы не собираетесь строить модель и оптимизировать ее.

10. Практическая работа с детерминированными моделями позволяет усовершенствовать общие навыки создания моделей.

Вероятностные модели.

В вероятностных, или стохастических, моделях некоторые входы точно не известны. Так, в них предполагается, что значения

Таблица 3.2

### Классификация моделей

Классификация	Примеры
По бизнес-функциям	финансовые
	маркетинговые
	модели учета издержек
	модели операций



По дисциплинам	научные
	технические
	экономические
По отраслям	военные
	транспортные
	телекоммуникационные
	некоммерческие
По временному интервалу	на один временной период
	на несколько временных периодов
По организационному уровню	стратегические
	тактические
	операционные
По математическим свойствам	линейные
	нелинейные
По способу представления	карандаш и бумага
	электронные таблицы
	обычное программное обеспечение
	программное обеспечение для имитационных моделей
По степени определения	детерминированные
	вероятностные

некоторых переменных не будут известны до принятия решения, и это необходимо отразить в модели.

Вероятностные модели наиболее успешно используются тогда, когда неопределенных входов модели немного, при условии, что ограничений также немного или они отсутствуют вовсе. В результате вероятностные модели чаще всего применяются для принятия стратегических решений, касающихся отношений организации и (неопределенной) среды, с которой она взаимодействует.

### 3.8. Последовательная разработка модели

Чтобы лучше понять взаимоотношения различных типов моделей и в процессе моделирования, удобно представить классификацию символических моделей в виде ромба, как показано на рис. 1.4. Правая и левая грани ромба отражают построение полярных моделей детерминированных и вероятностных.

Конечно, ни одна модель не может быть полностью детерминированной (не содержащей неопределенности в значениях ни одной переменной) или полностью вероятностной (когда неопределенность присуща всем значениям переменных). Возвращаясь к ранее описанному примеру, погода может внезапно привести к отмене рейса, а болезнь водителя – сделать невозможным его участие в рейсе, тем самым предложенное моделью расписание будет нарушено.

Верхняя и нижняя части схемы (рис. 3.4) описывают другие противоположности: нисходящее и восходящее моделирование.

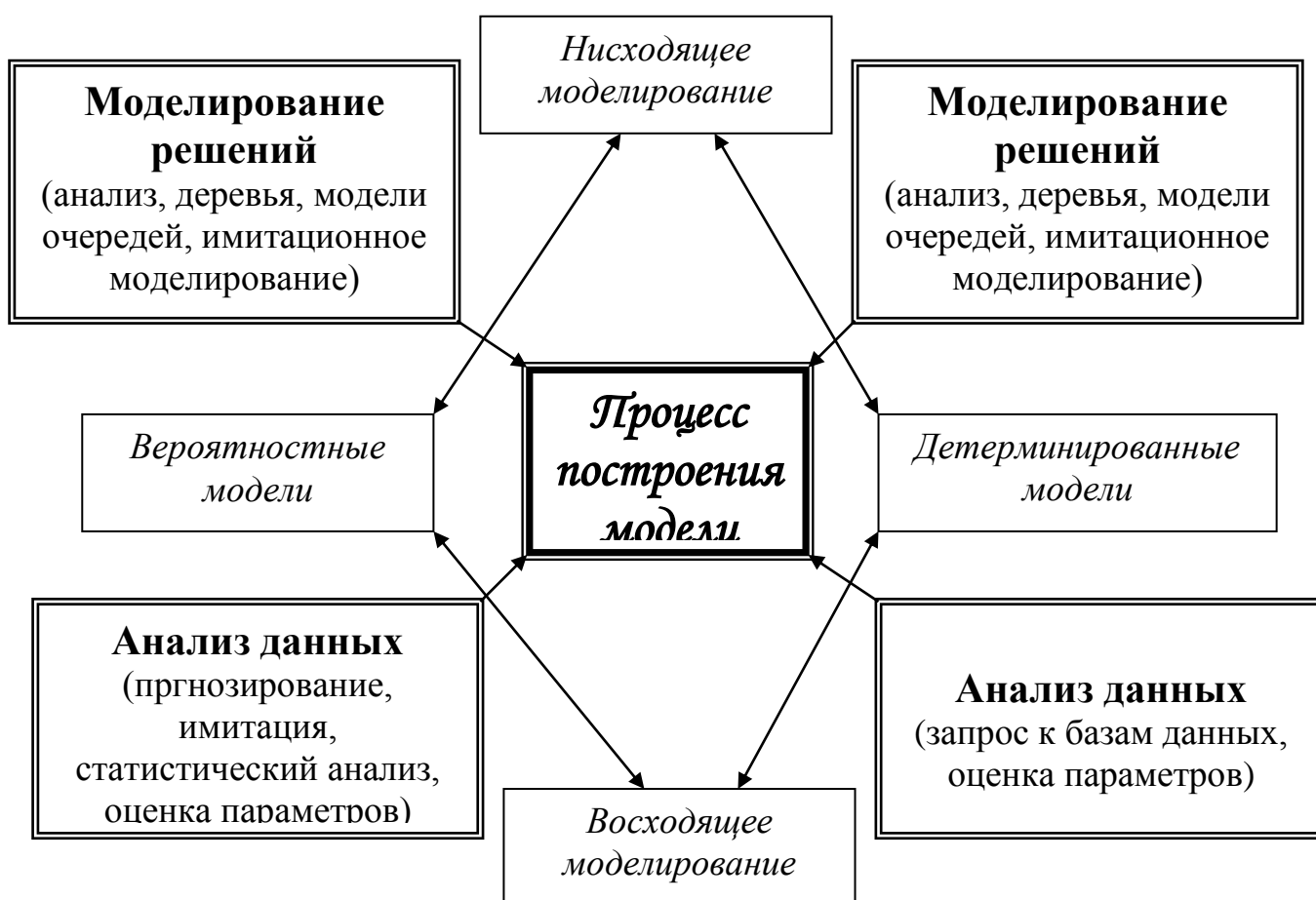


Рис. 3.4. Типы моделей

*Нисходящее моделирование* предполагает, что процесс может происходить следующим образом: сначала, исходя из общих соображений, определяются переменные, затем они связываются в модели на основании гипотез об алгебраических видах их связей и предполагаемых значениях всех параметров. В результате используется нисходящий способ моделирования, в котором основными являются общие знания и суждения разработчика модели о значениях данных и математических связях между ними, а также о будущем применении этих общих знаний. Полученные таким образом модели изначально являются недостаточно обеспеченными данными и содержат лишь десятки или сотни элементов данных, часто выраженных как предполагаемые параметры модели.

При *восходящем моделировании* исходят из того, что модель можно разработать, сфокусировав внимание на переменных, отражающих собранные данные, затем объединить их в модель, определив путем анализа данных связи между ними и оценив значения всех параметров. В результате модели строятся восходящим способом, а главным являются точные, легко доступные данные и суждения об их будущем применении. Полученные модели с самого начала хорошо обеспечены данными и содержат сотни или тысячи элементов данных, которые впоследствии уточняются, чтобы оценить параметры модели в процессе так называемого извлечения информации из данных.

Изображенная на рисунке 3.4 схема также иллюстрирует, что все четыре его грани схемы должны использоваться в процессе построения модели, в частности, на ранних стадиях ее формирования. Построение модели редко сводится к использованию одного направления или к простому следованию некоему рецепту комбинирования направлений. Элементы модели нужно опробовать, протестировать, оценить (часто вначале субъективно), исправить, вновь оценить и т.д., последовательно переходя с одной «грани» схемы на другую, используя при этом весь свой творческий потенциал.

Создание моделей последовательно (метод проб и ошибок) – творческий процесс. Именно поэтому построение управленческих моделей является скорее искусством, нежели наукой. И, как в искусстве, чтобы чему-то научиться, необходим критический

взгляд на то, что сделано другими, а также практика, практика и практика.

### **3.9. Моделирование и принятие решений в реальном мире**

Применение моделирования в процессе принятия реальных решений можно разделить на четыре этапа, которые в значительной степени совпадают с представленными на рис. 3.1 этапами самого процесса принятия решений.

1. Три этапа моделирования (изучение среды, формализация задачи и построение модели), которым соответствует процесс отбора реальных ситуаций, их обобщение и формализация, и последующая разработка математических закономерностей символической модели.

2. Анализ модели с целью получения результатов, т.е. «решение» модели – выполнение вычислений и других необходимых действий.

3. Интерпретация и проверка адекватности результатов моделирования, чтобы убедиться, что информация, полученная в результате анализа модели, приемлема в контексте реальной исходной ситуации.

4. Реализация, т.е. применение новых знаний, полученных из интерпретации результатов моделирования, для принятия решений в реальных ситуациях.

Как и при построении моделей, перечисленные четыре этапа практически никогда не выполняются строго последовательно. Их реализуют итеративно, по крайней мере, первые три этапа. Итеративно строится модель (как описано в предыдущем разделе). Затем она анализируется с целью получения результатов. Результаты критически интерпретируются, чтобы получить рекомендации, которые зачастую не выдерживают простейшей проверки: соответствуют полученные результаты и рекомендации элементарному здравому смыслу?

Соответствие здравому смыслу наиболее очевидный тест для проверки достоверности модели. Если после устранения легко обнаружимых логических ошибок в модели результаты или рекомендации противоречат требованиям здравого смысла, не остается ничего иного, как вернуться к предыдущему этапу, чтобы выяснить, что же произошло: может, неверно определена ситуация,

или при формализации был утрачен реализм, или сама модель оказалась несовершенной. Как правило, необходимо сделать немало итераций по первым трем планам моделирования, прежде чем будет получена приемлемая модель или составитель модели осознает, что его понимание ситуации изначально неверно. В любом случае не следует думать, что эта работа выполнена напрасно, сам процесс является весьма поучительным и позволяет значительно усовершенствовать как модель, так и понимание ситуации.

#### *Проверка достоверности модели.*

Сам по себе здравый смысл вряд ли можно считать научным способом проверки достоверности модели. К сожалению, другие методы проверки достоверности также имеют свои недостатки. Например, часто в заключении о проверке модели говорится, что организация сэкономила  $X$  средств на издержках или получила  $Y$  дополнительной прибыли в результате использования модели принятия решений. При этом возникает вопрос: вдруг такого же (или даже более значительного) повышения доходности можно добиться без данной модели?

Поскольку в реальном мире контролируемые эксперименты, как правило, невозможны, одним из весьма несовершенных способов проверки правильности модели является ее ретроспективное использование: данные о решениях, параметрах и результатах для аналогичной ситуации, имевшей место в прошлом, помещаются в модель. Затем результаты, полученные с помощью модели, сравниваются с известными реальными результатами. Наконец, модель анализируется, и любое дополнительное улучшение рекомендаций по принятию решения становится доказательством того, что модель заслуживает доверия.

На этапе заключительного анализа следует помнить, что условия принятия решений постоянно меняются. Поскольку методы поддержки принятия решений предназначены для тех же самых ситуаций, нет смысла подгонять модели под более высокие, практически недостижимые научные стандарты. При заключительном анализе суждение о правильности модели, равно как и об ее полезности, выносится на основании здравого смысла.

### 3.10. Подведение итогов

В разрешении разнообразных управленческих ситуаций часто применяются условная оптимизация и принятие решений в условиях риска. К сожалению, для того, чтобы правильно использовать подобные модели, не достаточно просто описать их. Прежде чем использовать их на интуитивном уровне, необходимо понять, как такие модели создаются, какие связи существуют между решениями и результатами. Нужно изучить модели и их применение в различных ситуациях, только после этого могут появиться собственные идеи. Требуется уделить время критическому анализу чужих работ, а также попрактиковаться самому.

Оптимальное решение дает наилучший ответ для абстрактной задачи, сформулированной в модели. Но будет ли это решение лучшим ответом в реальной ситуации, для которой создавалась модель? На этот вопрос необходимо ответить до того, как реализовать рекомендации модели. Всегда приходится принимать решение о том, следует ли реализовывать конкретную рекомендацию, но качество этого решения в значительной мере будет зависеть от того, насколько четко установлена взаимосвязь между моделью и реальной ситуацией, которую она отражает.

Важно также оценить чувствительность результата, т.е. насколько рекомендуемые моделью решения зависят от значений конкретных параметров, служащих входами модели. Предпочтительнее решения, которые остаются в силе для широкого диапазона входных значений. Следовательно, хорошее решение не должно превращаться в плохое при незначительном изменении одного из входов модели.

Большинство терминов, используемых при описании процесса моделирования, интуитивно понятны, тем более, что по мере развития модели эта терминология приобретает все более точный смысл. Необходимость точного определения переменных и связей модели (переменная решения, параметр, внешняя переменная и т.п.) встречает определенное сопротивление, возражения и непонимание со стороны других специалистов, которые часто играют ключевую роль в реализации решений, полученных на основе анализа модели. В табл. 3.3 представлены термины, используемые в моделировании, их определение и соответствующие примеры.

Таблица 3.3.

## Терминология моделирования

Термин	Определение	Пример
Переменная решения	Контролируемая внешняя входная величина	Объем инвестиций, потоки отказов
Параметр	Неконтролируемая внешняя входная величина	Процентная ставка, вид отказа
Результирующая переменная	Внутренняя выходная величина	Выплаченные комиссионные, время простоев в ремонте
Показатель эффективности	Внутренняя переменная, используемая для оценки решения (целевая функция)	Дивиденды, затраты на ремонт

Непосредственная работа с моделями учит анализировать и разбивать на части путь от начальных предположений к заключениям. Первый шаг на пути к хорошему решению – постановка правильных вопросов. Практикуясь в моделировании, вы получите возможность развить этот важный навык.

### 3.11. Основные термины и определения по главе 3

*Анализ чувствительности* - определение степени воздействия, оказываемого (незначительным) изменением внешней переменной на другую переменную.

*Аналоговая модель* - модель, использующая различные средства для представления значений действительных величин (например, положение стрелок часов на циферблате для представления времени).

*Вероятностная модель* - модель, в которой некоторые данные не являются достоверно известными, их неопределенность описывается посредством вероятностных распределений.

*Внешние переменные* - количественные переменные, значения которых определяются вне символической модели, входы символической модели.

*Внутренние переменные* - количественные переменные, значения которых определяются внутри символической модели, выходы символической модели.

*Восходящее моделирование* - построение количественной модели, при котором переменные, параметры и математические связи между ними оцениваются на основании анализа имеющихся данных.

*Данные* - числовые данные, которые количественно отражают взаимосвязи факторов управленческой ситуации.

*Детерминированная модель* - модель, в которой все данные достоверно известны.

*Линейное программирование* - детерминированная модель, состоящая из линейных уравнений и неравенств и одного показателя эффективности (целевой функции), который нужно оптимизировать при наличии заданного набора ограничений.

*Методы управления* - систематическое применение процесса моделирования в управленческих ситуациях.

*Модель "черного ящика"* - неполная символическая модель, в которой определены только переменные входа и выхода, а математические связи не выявлены.

*Модель решения* - символическая модель, в которой существуют переменные решения и хотя бы один показатель эффективности.

*Нисходящее моделирование* - построение символической модели, при котором переменные, параметры и математические связи между ними определяются на основании ранее полученных знаний.

*Параметр* - внешняя переменная, значение которой не зависит от решений, принимаемых специалистом, а определяется внешней средой.

*Поддержка принятия решений* - процесс использования данных, моделей и результатов их анализа для получения информации, помогающей при принятии решений.

*Показатель эффективности (критерий, целевая функция)* - внутренняя переменная, позволяющая определить, насколько модель близка к цели.



*Постановка проблемы* - выявление возможных решений и метод измерения их эффективности.

*Процесс моделирования* - итеративный процесс абстрагирования, построения модели, ее анализа и интерпретации, дополненный интуицией и суждениями специалиста, призванный содействовать принятию решений.

*Результирующая переменная* - внутренняя переменная, поставляющая дополнительную информацию, которая призвана помочь специалисту в интерпретации результатов модели.

*Решение (переменная решения)* - внешняя переменная, значение которой контролирует и определяет принимающий решение специалист.

*Символическая модель (количественная модель)* - модель, использующая данные, переменные и математические связи для представления абстрактных ситуаций (например, модель экономики определенной страны, процесс резания грунта).

*Символическая модель линейного программирования* – математическое представление модели линейного программирования.

*Структурирование* - искусство перехода от признаков (ситуативных факторов) к четкой постановке проблемы.

*Физическая модель* - модель, подобная модели самолета, компонентами которой являются физические артефакты, обладающие действительными свойствами моделируемой сущности.

### **Контрольные вопросы и тесты по главе 3**

*Данная группа вопросов предполагает выбор из двух вариантов ответов (Да / Нет):*

1. Чем сложнее модель, тем она полезней.
2. В моделях значительная часть окружающего мира обычно игнорируется.
3. В моделях принятия решений переменные решения получают числовые значения.
4. Модель принятия решения, как правило, отражает взаимодействия и зависимости между представляющими интерес переменными.
5. Обычно невозможно указать единственно правильный способ построения модели управленческой ситуации.

6. Одним из преимуществ процесса моделирования является то, что он зачастую позволяет избежать необходимости хорошо знать внешнюю среду.

7. На практике модели иногда создаются группами специалистов, имеющих разные специальности.

8. Оптимизационные модели всегда обеспечивают наилучшее решение в реальной ситуации.

9. Модель может с успехом заменить суждения и опыт специалиста.

10. Важная роль управления заключается в оценке решения, предоставляемого моделью (при этом решается, следует ли использовать модель и реализовывать ее результаты).

11. Хотя электронные таблицы позволяют легко выполнять вычисления, они не оказывают заметного влияния на принятие решений.

12. Модели, отвечающие на вопрос «Что будет, если...?», полезны только для исследования изменений в значениях переменных решения.

13. Данные нужны только после того, как модель уже построена.

14. Начиная выдвигать гипотезы о существовании какой-либо связи между данными, вы переходите к формулированию уравнений модели.

15. Данные используются для построения моделей.

16. Модель предлагает целостные средства интерпретации и оценки данных.

17. Агрегированные (сгруппированные) данные содержат больше информации, чем неагрегированные.

18. Модель можно использовать для генерирования данных.

## *Часть 2*

Данная группа вопросов предполагает выбор правильного ответа из предложенных вариантов.

1. Модель – это:

- a) частичное представление реальности;
- b) абстракция;
- c) приближение;
- d) идеализация;
- e) все вышеперечисленное.

2. Решения в реальных бизнес-ситуациях обычно основываются на:

- a) оценке числовых данных;
- b) числовых значениях, полученных с помощью модели;
- c) использовании интуитивных представлений;
- d) всем вышеперечисленном.

3. Модель:

- a) не может быть полезной, если она не отражает реальную ситуацию во всех подробностях;
- b) является вспомогательным средством для человека, принимающего решения;
- c) после разработки редко пересматривается;
- d) обладает всеми вышеперечисленными свойствами.

4. Модель:

- a) заставляет специалиста явно указать поставленные цели;
- b) заставляет специалиста явно указать типы решений, влияющих на цели;
- c) заставляет специалиста четко указать ограничения, налагаемые на значения, которые могут принимать переменные;
- d) обладает всеми вышеперечисленными качествами.

5. Модели:

- a) играют различные роли на разных уровнях управления компанией;
- b) редко используются в процессе стратегического планирования;
- c) дорогостоящий способ принятия рутинных ежедневных решений;
- d) все вышеперечисленное.

6. Условная оптимизация подразумевает:

- a) лежащая в основе модель является очень точным представлением реальности;
- b) достижение наилучшего возможного (в математическом смысле) результата с учетом ограничений;
- c) истинны оба приведенных выше высказывания.

7. Представим специалиста, интересы и возможности которого далеки от сферы количественных методов. При изучении курса количественного моделирования перед ним встанут следующие задачи:

- a) осознанно принимать или отвергать использование количественных методов;
- b) получить в свое распоряжение новые способы исследования окружающей среды;
- c) ознакомиться с теми вспомогательными средствами, которые могут предоставить электронные таблицы;
- d) все вышеперечисленные.

8. В результате анализа «Что - если» можно гарантированно найти:

- a) оптимальное решение;
- b) хорошее решение;
- c) возможное решение (если такие решения существуют);
- d) ничего из вышеперечисленного.

9. В вероятностной модели некоторый элемент проблемы:

- a) является случайной величиной с известным распределением;
- b) является случайной величиной, о которой ничего не известно;
- c) принимает различные значения, которые необходимо точно оценить до начала вычислений;
- d) не будет известен до тех пор, пока модель не будет четко формализована.

10. который желает максимизировать прибыль и минимизировать издержки:

- a) должен задать две цели в своей модели;
- b) может получить желаемый результат при решении задачи максимизации (доход минус издержки);
- c) поставил перед собой недостижимую задачу и должен выбрать одну цель;
- d) должен использовать вероятностную модель.

11. Каждая количественная модель:

- a) представляет данные в числовой форме;

- b) требует использования компьютера для нахождения полного решения;
- c) должна быть детерминированной;
- d) обладает всеми вышеуказанными свойствами.

12. Использование моделей принятия решений:

- a) возможно только тогда, когда все переменные достоверно известны;
- b) снижает роль суждений и интуиции в принятии управленческих решений;
- c) требует от специалистов высокой степени профессионализма в работе с компьютером;
- d) не обладает ни одним из вышеуказанных качеств.

### Ответы

#### Часть 1:

1. Нет. 2. Да. 3. Да. 4. Да. 5. Да. 6. Нет. 7. Да. 8. Нет. 9. Нет. 10. Да. 11. Нет. 12. Нет. 13. Нет. 14. Да. 15. Да. 16. Да. 17. Нет. 18. Да.

#### Часть 2:

1. e; 2. d; 3. b; 4. d; 5. a; 6. b; 7. d; 8. d; 9. a; 10. c; 11. a; 12. d.

## Глава 4. РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ НАСТРОЙКИ EXCEL «ПОИСК РЕШЕНИЯ»

### 4.1. Свойства модели.

#### Правила моделирования на основе электронных таблиц

Моделирование с использованием электронных таблиц не сводится к простому расчету уравнений, связывающих переменные. При задании модели нужно предвидеть, как она будет анализироваться, и, исходя из этого, так представить модель на рабочем листе **Excel**, чтобы она обладала следующими свойствами:

- 1) была логически корректной;
- 2) представляла основные альтернативы для сравнения;
- 3) с ней было удобно проводить манипуляции, необходимые для анализа;
- 4) люди, не участвовавшие в создании модели, могли ее легко понять;
- 5) внешнее оформление модели было привлекательным.

Хотя многие «признаки» хорошей модели можно легко описать и зафиксировать, однако существуют определенные эстетические моменты, которыми можно овладеть только с помощью практики. Ниже перечислены основные правила, которыми следует руководствоваться, чтобы создать качественную модель на основе электронных таблиц:

- 1) необходимо четко обозначить все переменные;
- 2) следует четко обозначить входы модели, переменные решения и параметры;
- 3) надо указать критерии эффективности и выходные переменные;
- 4) не следует жестко привязывать значения параметров к формулам - параметры должны храниться в отдельных ячейках рабочего листа для удобства документирования и анализа;
- 5) если это возможно, надо отделять переменные, представляющие физические величины, от финансовых переменных;
- 6) следует использовать предоставляемые **Excel** возможности форматирования для выделения заголовков таблиц и ячеек.

Существует проблема, с которой сталкиваются те, кто стремится документировать все параметры модели и в то же время

пытается сделать рабочий лист **Excel**, на котором представлена модель, компактным и свободным от излишних технических деталей. В **Excel** есть две возможности, которые помогают разрешить это противоречие:

- структурирование, позволяющее скрыть строки и столбцы, содержащие «технические» детали;
- разделение окна рабочей книги на два или четыре подокна для выполнения подобной задачи.

Хотя анализ «что - если» является основным видом анализа моделей, построенных в электронных таблицах, он непригоден для серьезной оценки сложных моделей. При проведении этого анализа предшествующие результаты заменяются новыми, поэтому невозможно одновременно представить результаты нескольких сценариев, т.е. анализ является недостаточно систематичным.

Можно использовать подход, при котором исходная модель записывается в одном столбце, тогда в другие столбцы можно заносить копии модели, представляющие различные сценарии анализа «что - если». Это упрощает анализ чувствительности и графическое представление его результатов. Кроме того, появляется возможность исследовать диапазон входных параметров для поиска таких их значений, которые определяют если не оптимальные, то наиболее благоприятные значения критерия эффективности.

При расширении модели с целью включения в нее нескольких временных периодов или нескольких продуктов следует учитывать два фактора.

*Первый* заключается в том, что в хорошо структурированной модели базовая структура просто дублируется для последующих временных периодов или других аналогичных продуктов, что позволяет сохранить концептуальные основы модели. В этой структуре просто меняются значения параметров, чтобы новые модели описывали новые продукты или временные периоды. Именно так на основе небольшой удачной модели строятся крупные модели. Разобрав базовую структуру небольшой модели, несложно понять структуру гораздо более крупной, созданной на основе ее дублирования.

*Другой* фактор (как следствие первого) заключается в том, что в созданных путем дублирования моделях данные и формулы располагаются в нескольких строках и столбцах, поэтому

дальнейшее копирование модели, как это было с моделями, располагающимися в одном столбце, для проведения анализа чувствительности становится затруднительным, а то и вовсе невозможным. В этом случае можно скопировать модели на другие листы рабочей книги **Excel**, а затем на одном листе свести в общую модель основные переменные со всех листов.

Другим выходом из создавшегося положения является использование таблиц подстановки. Существует два типа этих таблиц.

*Таблица подстановки с двумя входами* позволяет варьировать две входные переменные и вычислять одну выходную переменную (как правило, критерий эффективности).

*Таблица подстановки с одним входом* позволяет изменять одну входную переменную и вычислять при этом любое число выходных переменных.

Оба варианта таблиц подстановки имеют определенные ограничения, но творческий подход к их комбинированию обычно позволяет получить нужный результат. Более того, созданный с помощью таблицы подстановки массив значений идеально подходит для проведения анализа чувствительности и визуального представления зависимостей с помощью графиков.

Наконец, можно использовать средство **Подбор параметра**. Это средство используется, если известно желаемое значение выходной переменной (например, дохода как критерия эффективности) и необходимо определить, при каком значении входной переменной получится требуемый результат. Кроме того, **Подбор параметра** можно использовать для определения точки безубыточности, а также точки безразличия при существовании альтернативных решений. Несмотря на то, что **Подбор параметра** - мощное средство, у него также есть определенные недостатки:

- можно манипулировать только одной входной переменной;
- нельзя одновременно применять его для нескольких выходных переменных;
- оно не позволяет проводить оптимизацию, осуществляя поиск наибольшего или наименьшего значения выходной переменной, что часто требуется в *управленческих* моделях.



## 4.2. Оптимизационные модели

Оптимизационные модели, как и любые математические или табличные, являются количественными моделями принятия решений. Они задают связи между переменными решения и параметрами и вычисляют показатель эффективности, а также результирующие переменные. Однако данные модели не могут точно дать ответ на поставленный вопрос, поскольку точно не определена цель. К сожалению, ни один из описанных выше аналитических методов не в состоянии учесть все имеющиеся ограничения.

Модель, в которой необходимо максимизировать (минимизировать) некий показатель эффективности, зависящий от переменных решений, которые, в свою очередь, подчиняются ряду ограничений, является типичным примером задачи условной оптимизации. Ограничения сужают диапазон допустимых решений. Как правило, приходится принимать большую часть решений в условиях, когда допустимые решения тем или иным образом ограничены. В своей частной жизни мы также часто сталкиваемся с ограничениями – с нехваткой времени, денег, пространства или сил. При решении реальных задач нужно принимать во внимание требования к капиталовложениям, наличие персонала, график поставок комплектующих, квоты на импорт, требования профсоюзов, производственные возможности завода, требования по охране окружающей среды, затраты на хранение, требования законодательства и множество других факторов. Поэтому нет ничего удивительного в том, что условная оптимизация – достижение наилучшего из возможных результатов при наличии существующих ограничений – является одним из наиболее активно развивающихся направлений исследований в науке.

Существует несколько надстроек для программы Excel, предназначенных для оптимизации моделей при наличии ограничений. Примерами таких надстроек являются Solver (*Поиск решения*) и What's Rest. Excel содержит сокращенную версию надстройки *Поиск решения*.

Есть два представления модели: символическая (математическая) модель линейного программирования (ЛП) и ее представление в электронной таблице, которую будем называть табличной моделью.

Электронная таблица хорошо подходит для представления моделей ЛП, особенно при проведении анализа «что - если». Однако новичкам не следует формировать модель ЛП сразу в электронной таблице. Пока нет достаточного опыта, для создания «правильной» модели ЛП в Excel данный процесс лучше разбить на три этапа:

1) *написание и проверка символической модели ЛП*. Модель записывается на бумаге в математическом виде. Это не займет много времени и поможет при отладке окончательного варианта табличной модели в Excel. Затем анализируются формулировки математической задачи с целью выявления возможных логических ошибок;

2) *создание и отладка табличной модели ЛП*. На основе символической модели ЛП создается ее представление в Excel. Затем производится проверка полученной табличной модели путем задания различных значений переменных решения с целью выявить возможные очевидные ошибки (например, для заведомо допустимых решений нарушаются ограничения, значения в ячейках левых частей или критерий эффективности оказываются лишены смысла и т.д.);

3) *попытка оптимизации модели с помощью надстройки Поиск решения*. Если модель некорректно сформирована, результатом чаще всего будет сообщение об ошибке. Тогда нужно исправить модель, возможно, вернувшись к первому этапу.

Созданная на первом этапе математическая модель полезна для целей документации, она позволяет увидеть всю модель целиком, что облегчает понимание табличной модели в Excel. Для достаточно сложных моделей проще сначала проанализировать структуру символической модели ЛП, а не ее представление в Excel. Из-за неправильного построения моделей в Excel часто не удается получить нужные результаты на этапе оптимизации.

При составлении математической модели в Excel следует придерживаться следующих рекомендаций:

- каждая переменная решения располагается в отдельной ячейке. Ячейки группируются по строкам или столбцам, каждому ограничению отводится отдельная строка или столбец таблицы. (Чаще всего переменные решения расположены в столбцах, а ограничения – в строках);

- переменные решения группируются в отдельный блок столбцов/строк. Аналогично ограничения группируются в свой блок строк/столбцов;

- все ячейки, содержащие переменные решения и целевую функцию, имеют заголовки в верхней части своего столбца, а все ограничения имеют заголовки в крайней слева ячейке своей строки;

- коэффициенты целевой функции хранятся в отдельной строке, располагаясь непосредственно под или над соответствующими переменными решения. Формула для вычислений целевой функции находится в соседней ячейке;

- чтобы модель была понятней, ячейки с переменными решения и целевой функцией выделяются рамкой по границе ячеек или заливкой ячеек;

- коэффициент перед определенной переменной решения в каком-либо ограничении записывается в ячейку на пересечении столбца (строки), содержащего данную переменную решения, и строки (столбца), содержащей это ограничение;

- в каждой строке ограничений за ячейками, содержащими коэффициенты данного ограничения, следует ячейка, в которую записано вычисленное значение функции ограничения (значение левой части неравенства), за ней следует ячейка, в которой стоит соответствующий знак неравенства, а затем ячейка, содержащая значение правой части неравенства. Дополнительно может включаться ячейка с формулой вычисления резерва, т.е. разности между значениями левой и правой частей неравенства, вычисляемой таким образом, чтобы она была неотрицательной при соответствии ограничению;

- ячейки, содержащие правые части ограничений, должны включать константы или формулы, в которые не входят переменные решения, - все формулы в правой части, прямо или косвенно связанные с переменными решения, должны быть перенесены в левую часть с помощью алгебраических преобразований данного неравенства;

- не следует использовать в формулах модели ЛП функции Excel ЕСЛИ, ABS, MAX, MIN и другие нелинейные функции. Такие функции могут использоваться в формулах рабочего листа, но только в том случае, если они не влияют (прямо или косвенно) на вычисление целевой функции;

- условия неотрицательности переменных решения не обязательно включать в табличную модель. Как правило, они опускаются и указываются непосредственно в диалоговом окне средства *Поиск решения*.

Одним из результатов выполнения этих рекомендаций является то, что все основные коэффициенты модели содержатся в отдельных ячейках, поэтому их легко изменять, не меняя формул модели. Кроме того, группирование переменных решения и ограничений позволяет копировать формулы для создания аналогичных формул. Благодаря группированию также упрощается работа со средством *Поиск решения*, поскольку для указания переменным решения или ограничений можно использовать диапазоны ячеек рабочего листа.

### 4.3. Основные термины и определения

***Альтернативные оптимумы*** - оптимизируемая модель имеет несколько оптимальных решений.

***Анализ компромиссов*** - показывает, на сколько нужно снизить один показатель эффективности, чтобы добиться улучшения другого показателя.

***Анализ «что - если»*** - подстановка значений входных переменных и/или параметров в модель, чтобы определить их воздействие на показатель эффективности или результирующие переменные.

***Анализ чувствительности*** - вычисление воздействия заданного изменения внешней переменной на другую переменную. Исследование воздействия на оптимальное решение (значения переменных решения и значение целевой функции) изменений различных параметров модели.

***Ветвь*** - другое название дуги.

***Вырожденное решение*** - решение задачи ЛП, в котором число имеющих положительные значения переменных меньше числа лимитирующих ограничений. На вырожденное решение обычно указывают теневые цены с нулевым значением допустимого увеличения или уменьшения.

***Графический метод решения*** - двухмерный геометрический анализ моделей ЛП с двумя переменными решения.

**Диаграмма влияния** - иерархическая блок-схема. Начинается с показателя эффективности, с помощью стрелок показаны его связи с переменными и параметрами модели.

**Диапазоны целевых коэффициентов** - задают диапазоны изменений коэффициентов целевой функции, при которых оптимальное решение не изменяется.

**Динамическая модель** - модель, связывающая принятие решений в течение нескольких временных периодов, когда принятые в более ранние периоды времени решения оказывают влияние на последующие допустимые решения.

**Динамическая модель управления запасами** - динамическая модель принятия решений об объеме запасов в течение нескольких временных периодов.

**Допустимая область** - множество значений переменных решения, удовлетворяющих всем ограничениям и условиям неотрицательности одновременно, т.е. множество допустимых решений.

**Допустимое решение** - решение, которое удовлетворяет всем ограничениям модели, включая условия неотрицательности. Графически между допустимыми решениями и точками допустимой области существует взаимно однозначное соответствие.

**Допустимый диапазон изменения правой части** - диапазон значений правой части, для которых теневая цена остается постоянной.

**Единица воздействия** - субъективная мера полезности рекламного объявления, используемая при выборе средств массовой информации.

**Задача максимизации потока** - задача маршрутизации, позволяющая направить через сеть максимальный поток.

**Задача нахождения кратчайшего пути** - задача нахождения кратчайших маршрутов от указанного узла (источника) до каждого из остальных узлов сети.

**Значения решения** - набор числовых значений переменных решения.

**Избыточное ограничение** - ограничение, удаление которого не влияет на допустимую область.

**Излишек** показывает, на сколько вычисленная при оптимальных значениях переменных левая часть ограничения вида « $\leq$ » превышает правую часть. Излишек всегда неотрицателен.

**Источник** - узел сети с положительным значением предложения места назначения. Узел сети с положительным значением спроса.

**Крайняя точка** - угловая точка допустимого множества. Если задача ЛП имеет решение, всегда существует как минимум одно решение в крайней точке.

**Лимитирующее ограничение** - ограничение, для которого значение левой части, вычисленное в оптимальной точке, равно значению правой части.

**Линейная функция** - функция, в которую все переменные входят в виде отдельных членов. В такой функции нет степеней, отличных от 1, логарифмических, экспоненциальных, тригонометрических или подобных выражений.

**Метод ветвей и границ** - метод оптимизации моделей ЦЛП, основанный на разбиении исходной модели на последовательность подмоделей ЛП, решения которых не пересекаются.

**Множественные оптимумы** - то же, что и альтернативные оптимумы.

**Модель двоичного целочисленного линейного программирования** - модель ЦЛП, в которой все переменные решения могут принимать только два значения – 0 или 1.

**Модель назначений** - модель определения оптимального распределения  $n$  неделимых агентов или объектов по  $n$  заданиям.

**Модель перевозки грузов с учетом пропускных способностей** - сетевая модель, в которой одни пункты выступают источниками предложения, другие являются пунктами спроса, и существуют альтернативные маршруты поставок, проходящие через промежуточные узлы от исходных пунктов к пунктам назначения.

**Модель производства** - модель принятия решения, в которой переменные решения указывают, какое количество одного или нескольких товаров следует производить.

**Модель условной оптимизации** - модель, цель которой состоит в том, чтобы найти значения переменных решения, оптимизирующие целевую функцию при условии соблюдения ограничений.

**Модель фиксированных затрат** - модель, в которой заданная переменная решения может быть отличной от нуля только после внесения фиксированной платы.

**Модель целочисленного линейного программирования (ЦЛП)** - модель линейного программирования, в которой некоторые или все переменные должны принимать целочисленные значения.

**Модель частично-целочисленного линейного программирования** – модель целочисленного линейного программирования, в которой только некоторые переменные должны быть целыми числами.

**Невозвратные издержки** - затраты, значения которых уже определены, и поэтому на них не могут повлиять будущие решения.

**Невырожденное решение** - решение задачи ЛП, в котором число имеющих положительные значения переменных равно числу лимитирующих ограничений. Как правило, все теневые цены невырожденного решения имеют ненулевые значения допустимого увеличения и допустимого уменьшения.

**Недопустимая модель** - задача ЛП, область допустимых решений которой является пустым множеством. Такая задача не имеет решений.

**Неограниченная допустимая область** - допустимая область, в которой по крайней мере одна переменная решения может принимать произвольно большие значения.

**Неограниченная модель** - модель ЛП, в которой значение целевой функции может неограниченно увеличиваться (уменьшаться). Такая модель не имеет решения.

**Неограниченная целевая функция** - целевая функция, которая на допустимом множестве может принимать в модели максимизации сколь угодно большие положительные, а в модели минимизации – сколь угодно большие отрицательные значения.

**Оптимальное решение** - допустимый набор значений переменных решения, оптимизирующий целевую функцию оптимизационной модели.

**Оптимизационная модель** - детерминированная модель принятия решения, содержащая единственный показатель эффективности (целевую функцию), который необходимо оптимизировать при условии соблюдения набора заданных ограничений.

**Оптимизация** - максимизация или минимизация целевой функции.

**Ограничение в форме неравенства** - ограничение, требующее, чтобы некая функция переменных решения была больше или равна ( $>$ ) или меньше или равна ( $<$ ) определенной константы.

**Ограничение в форме равенства** - ограничение, требующее, чтобы некая функция переменных решения была в точности равна некоторой константе.

**Ограничение** - математическое выражение в форме неравенства или равенства, которому должны удовлетворять переменные модели.

**Округленное решение** - допустимое решение задачи ЦЛП, найденное путем упрощения модели ЛП и последующего округления всех переменных, которые должны принимать целые значения.

**Оптимальное решение** - допустимое решение, оптимизирующее целевую функцию (т.е. обеспечивающее максимум или минимум целевой функции). Точка допустимой области, в которой целевая функция достигает оптимума (максимума или минимума).

**Оптимальное целевое решение (оптимальное значение)** - оптимальное значение целевой функции, т.е. значение целевой функции, вычисленное в точке оптимального решения.

**Оптимальный ассортимент продукции** - то же, что и оптимальный производственный план.

**Оптимальный производственный план** - оптимальное решение производственной модели, определяющее оптимальные количества производимых продуктов.

**Оптимизировать** - максимизировать или минимизировать целевую функцию.

**Ослабление ограничения** - изменение правой части ограничения — неравенства, в результате которого данное ограничение становится легче удовлетворить. Это происходит при уменьшении правой части ограничения вида  $>$  и при увеличении правой части ограничения вида  $<$ .

**Параметрический анализ** - то же, что и анализ чувствительности.

**Переменные затраты** - затраты, значения которых будут определяться выбранным решением.

**Переменные решения** - переменные, значениями которых управляет человек, принимающий решение.



**Подбор параметра** - нахождение значения внешней переменной, которое приводит к заданному значению внутренней переменной.

**Поиск решения** - надстройка (средство) Excel, которая может оптимизировать табличные модели ЛП.

**Полный перебор** - решение задачи ЦЛП, при котором совершается обход всех допустимых точек, в каждой из них вычисляется значение целевой функции и затем выбирается наилучшее решение.

**Правая часть ограничения** - число, стоящее в правой части неравенства, задающего ограничение.

**Превышение** - величина, на которую значение левой части ограничения вида  $\leq$ , вычисленное в оптимальной точке, превышает значение правой части. Превышение всегда неотрицательно.

**Промежуточные переменные** - внутренние переменные модели, созданные для удобства, которые математически комбинируются с другими переменными, чтобы получить выходы модели – показатель эффективности и результирующие переменные.

**Прямая целевой функции** - множество всех значений переменных  $(x_1, x_2)$ , при которых целевая функция  $f(x_1, x_2)$  принимает указанное значение.

**Резерв** - величина, на которую значение левой части ограничения вида  $<$ , вычисленное в оптимальной точке, меньше значения правой части. Резерв всегда неотрицателен. Показывает, на сколько левая часть ограничения вида « $<$ », вычисленная при оптимальных значениях переменных, меньше, чем правая часть. Резерв всегда принимает неотрицательные значения.

**Сетевая диаграмма** - схема, состоящая из узлов и дуг, по которым могут перемещаться потоки.

**Сетевая модель** - данный термин обычно применяется по отношению к модели перевозки грузов с учетом пропускных способностей или одной из ее разновидностей.

**Символическая модель ЛП** - математическое представление задачи линейного программирования.

**Статическая модель** - модель, в которой решения принимаются на один временной период, независимо от того, как это повлияет на будущие периоды.

**Таблица подстановки** - представление значений показателя эффективности и/или результирующих переменных в виде таблицы

для заданного диапазона значений одной или двух внешних переменных.

**Теневая цена** - значение в столбце **Теневая цена отчета** по устойчивости средства **Поиск решения** – это коэффициент изменения оптимального значения целевой функции при увеличении правой части ограничения на единицу.

**Технологические коэффициенты** - коэффициенты, на которые умножаются переменные решения, образуя формулы левых частей ограничений.

**Точка безубыточности** - набор значений входных переменных модели, который приводит к нулевому значению стоимостного показателя эффективности.

**Транспортная модель** - модель линейного программирования для нахождения наиболее дешевого способа удовлетворения спроса в  $n$  пунктах назначения посредством поставок из  $n$  исходных пунктов.

**Упрощение** - модель ЛП, которая получена из исходной модели ЦЛП путем удаления ограничений целочисленности.

**Уравнение баланса потоков** - в сетевой модели ограничение в виде уравнения баланса, которое предусматривает, что сумма предложения и входящего в узел суммарного потока должна быть равна сумме спроса и потока, выходящего из данной узла.

**Усиление ограничения** - изменение правой части ограничения неравенства, в результате которого данное ограничение становится сложнее удовлетворить. Это происходит при увеличении правой части ограничения вида  $>$  и при уменьшении правой части ограничения вида  $<$ .

**Условие целочисленное** - требование, чтобы одна или несколько переменных модели принимали только целочисленные значения.

**Условия неотрицательности** - условия модели, требующие, чтобы переменные решения принимали только неотрицательные (положительные или нулевые) значения.

**Фиктивный исходный пункт** - воображаемый источник поставок, который вводится в транспортную модель, чтобы сделать суммарное предложение равным суммарному спросу.

**Функция ограничения** - левая часть неравенства, задающего ограничение, которое зависит от переменных решения.

**Целевая функция** - в каждой задаче линейного программирования имеется линейная целевая функция,

представляющая показатель эффективности, которую необходимо максимизировать или минимизировать.

**Целочисленное программирование** - модель, в которой одна или несколько переменных могут принимать только целые значения.

**Эвристический метод** - метод оптимизации, позволяющий находить хорошие, но не обязательно оптимальные, решения задачи ЦЛП.

## **Контрольные вопросы и тесты по главе 4**

### *Часть 1*

Данная группа вопросов предполагает выбор из двух вариантов ответов (**Да / Нет**):

1. Не имеет большого значения, как модель представлена на листе рабочей книги, если вычисления выполнены правильно.

2. Помещение числовых значений в формулы позволяет улучшить документирование модели.

3. В табличную модель следует включать единицы измерения.

4. На основе значений двух переменных средство Excel для построения линии тренда позволяет исследовать зависимость между этими переменными и построить соответствующие формулы.

5. Как правило, диаграмму влияния можно начертить несколькими способами.

6. Временные значения всегда содержатся в столбцах модели Excel.

7. В моделях показателем эффективности всегда является прибыль.

8. Подбор параметра – это процедура для оптимизации табличных моделей.

9. Специалистам не нужно разбираться в формулах модели, они имеют дело только с результатами.

10. С помощью группирования можно скрыть некоторые детали модели при печати рабочего листа.

11. Удобно отделить вычисления промежуточных переменных, описывающих физические величины, от вычисления переменных, описывающих финансовые показатели.

12. Анализ «что - если» пригоден исключительно для изучения изменений значений переменных решения.

13. Для фиксирования результатов анализа «что - если» полезно использовать таблицы подстановки.

14. Таблицы подстановки используются исключительно для создания данных, на основе которых строятся диаграммы.

15. С помощью средства Подбор параметра можно найти значение внешней переменной, при котором значение показателя эффективности будет таким же, как в альтернативном решении.

16. В моделировании условия, сужающие область допустимых решений, называются ограничениями.

17. Модель линейного программирования (ЛП) не обязательно содержит ограничения.

18. Любая модель, содержащая целевую функцию, ограничения и переменные решения, является моделью линейного программирования.

19. Ограничения задаются неравенствами типа «>».

20. Условия неотрицательности означают, что все переменные решения должны быть положительными.

21. Поскольку дробные значения переменных решения могут не иметь физического смысла, на практике оптимальное решение задачи ЛП часто округляется до целочисленных значений.

22. Все ограничения в линейных моделях являются неравенствами.

23. Правильное определение переменных решения является ключевым этапом формирования модели.

24. Целевая функция модели минимизации затрат должна учитывать только переменные затраты.

25. Специалист должен знать, каким образом реальная ситуация формализована в модели ЛП, поскольку рано или поздно ему придется оценить правильность данной модели.

26. Коэффициент при переменной  $x_{ij}$  в целевой функции транспортной модели – это стоимость пересылки единицы товара из  $i$  в  $j$ .

27. Если в транспортной модели суммарное предложение превышает суммарный спрос, одним из способов нахождения решения является добавление фиктивного пункта назначения, стоимость транспортировки в который из любого исходного пункта равна нулю.

28. Транспортная модель не может иметь целочисленного оптимального решения, если не будет выполнено условие о том, что

все значения спроса, предложения и затрат на транспортировку – целые числа.

29. В модели перевозки грузов с учетом пропускных способностей с каждым узлом связана одна переменная.

30. Транспортная модель - частный случай модели перевозки грузов с учетом пропускных способностей.

31. Если правая часть какого - либо неравенства, задающего пропускную способность дуги в модели перевозки грузов, равна нулю, задача не имеет допустимых решений.

32. Набор статических моделей для всех периодов планирования всегда дает результат не хуже, чем единая динамическая модель, определенная для всего периода планирования в целом.

33. В табличной модели функция ограничения представляется формулой в ячейке рабочего листа.

34. Если в табличной модели существуют ячейки резерва, то для допустимых решений эти ячейки будут содержать неотрицательные значения.

35. Excel можно использовать для создания табличной модели ЛП, но без средства *Поиск решения* оптимизировать модель не удастся.

36. На практике часто производится округление решений задач ЛП, чтобы удовлетворить требованию целочисленности переменных решения.

37. В общем случае решить задачу ЦЛП не сложнее, чем решить задачу ЛП.

38. Двоичные переменные можно использовать, в моделях ЦЛП вместо функции Excel *ЕСЛИ* для представления дихотомических решений.

39. В модели максимизации оптимальное значение целевой функции упрощенной модели ЛП является нижней границей оптимального значения целевой функции исходной модели ЦЛП или частично - целочисленного ЛП.

40. Первый шаг в получении округленного решения для модели частично - целочисленного ЛП заключается в решении ее упрощенной задачи ЛП.

41. Решение задачи ЦЛП методом полного перебора заключается в вычислении значений целевой функции во всех угловых точках допустимого множества ее упрощенной модели ЛП.

42. В упрощенной модели ЛП, построенной для модели ЦЛП распределения средств, количество ограничений равно количеству временных периодов.

43. В модели ЦЛП с  $n$  двоичными переменными, каждая из которых показывает, выбран или нет определенный вариант, ограничение, разрешающее выбирать не более  $k$  вариантов, можно описать с помощью неравенства  $x_1 + x_2 + \dots + x_n < k$ .

44. В модели размещения складов компании STECO оптимальные количества автофургонов, посылаемых с каждого склада на каждый завод, были целыми числами потому, что после того, как склады выбраны, данная модель превращается в транспортную модель с целочисленными значениями предложения и спроса.

45. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – двоичные переменные и  $x_i = 1$ , если принято решение построить завод в пункте  $i$ . Условие «завод в пункте 2 можно строить только в том случае, если строится завод в пункте 1» записывается с помощью неравенства  $x_1 \leq x_2$ .

46. Рассмотрим транспортную модель с целыми значениями предложения и спроса, в которой наложены дополнительные условия целочисленности на переменные решения  $x_{ij}$ . Поскольку эта модель является моделью ЦЛП, при ее создании с помощью средства **Поиск решения** нужно указать, что изменяемые ячейки должны быть целыми.

## Часть 2

Данная группа вопросов предполагает выбор правильного ответа из предложенных вариантов.

1. В хорошей модели на основе электронных таблиц:
  - a) четко определены результаты;
  - b) для переменных указаны единицы измерения;
  - c) входные переменные отделены от внутренних переменных;
  - d) четко видно, как внутренние переменные вычисляются на основании входных переменных;
  - e) все вышеперечисленное.
2. Оптимизационная модель содержит:
  - a) переменные решения;
  - b) целевую функцию;
  - c) и то и другое.

3. Оптимизационная модель:

- a) предлагает наилучшее решение в математическом смысле;
- b) предлагает наилучшее решение с учетом ограничений модели;
- c) может служить средством оценки различных вариантов возможных управленческих решений;
- d) все вышеперечисленное.

4. Анализ «что - если» позволяет найти:

- a) оптимальное решение;
- b) хорошее решение;
- c) возможное решение (если оно существует);
- d) ничего из указанного выше.

5. Именованные ячейки и именованные диапазоны:

- a) упрощают интерпретацию формул;
- b) помогают документировать модели, построенные в электронных таблицах;
- c) служат для сокрытия структуры формул;
- d) a) и b);
- e) a) и c).

6. Чтобы облегчить интерпретацию и документирование моделей, можно использовать следующие возможности **Excel**:

- a) выделение шрифтом;
- b) сдвиг содержимого ячеек, содержащих заголовки и результаты;
- c) подчеркивание и заливка ячеек;
- d) рамки вокруг ячеек;
- e) все вышеперечисленные.

7. Ограничение сужает диапазон значений, которые:

- a) может принимать целевая функция;
- b) могут принимать переменные решения;
- c) ни одно из вышеуказанных;
- d) a) и b).

8. Ограничения могут отображать:

- a) требования;

- b)* условия баланса;
- c)* все вышеперечисленное.

9. Модель линейного программирования - это:

- a)* модель условной оптимизации;
- b)* модель принятия решений при наличии ограничений;
- c)* модель математического программирования;
- d)* все перечисленное выше.

10. В модели максимизации:

- a)* находится максимум целевой функции;
- b)* находится максимум целевой функции, а затем определяются, является ли данное решение допустимым;
- c)* находится максимум целевой функции на множестве допустимых решений;
- d)* все вышеперечисленное.

11. Отличительной особенностью моделей линейного программирования (выделяющей их из более общего класса моделей математического программирования) является то, что:

- a)* модель ЛП имеет целевую функцию и ограничения;
- b)* все рассматриваемые функции линейны;
- c)* находятся оптимальные значения переменных решения.

12. При переходе от реальной проблемы к символической модели полезно:

- a)* словесно описать все ограничения;
- b)* дать словесное описание цели;
- c)* словесно определить переменные решения;
- d)* сделать все вышеуказанное.

13. Математическая формулировка модели важна потому, что:

- a)* позволяет использовать математические методы;
- b)* большинство специалистов предпочитает работать с символическими моделями;
- c)* заставляет специалиста четко решить поставленную задачу;
- d)* позволяет специалисту отложить принятие решения, делая вид, что он занят.



14.Требование неотрицательности включается в модель ЛП, поскольку:

- a) такую модель легче решать;
- b) такая модель больше соответствует реальной ситуации;
- c) ни первое, ни второе;
- d) и первое, и второе.

15.Транспортную модель можно использовать только в том случае, когда:

- a) спрос превышает предложение;
- b) предложение превышает спрос;
- c) спрос и предложение равны;
- d) во всех вышеперечисленных случаях.

16.Модель назначений:

- a) это частный случай транспортной модели;
- b) может быть решена с помощью средства *Поиск решения*,
- c) всегда имеет целочисленное оптимальное решение;
- d) обладает всеми вышеперечисленными свойствами.

### **Ответы**

Часть 1:

1. Нет. 2. Нет. 3. Да. 4. Да. 5. Да. 6. Нет. 7. Нет. 8. Нет. 9. Нет.  
10. Да. 11. Да. 12. Нет. 13. Да. 14. Нет. 15. Да. 16. Да. 17. Нет.  
18. Нет. 19. Нет. 20. Нет. 21. Да. 22. Нет. 23. Да. 24. Да. 25. Да.  
26. Да. 27. Да. 28. Нет. 29. Нет. 30. Да. 31. Нет. 32. Нет. 33. Да.  
34. Да. 35. Да. 36. Да. 37. Нет. 38. Да. 39. Нет. 40. Да. 41. Нет.  
42. Нет. 43. Да. 44. Да. 45. Нет. 46. Нет.

Часть 2:

1. e; 2. c; 3. d; 4. d; 5. d; 6. e; 7. d; 8. c; 9. d; 10. c; 11.b; 12. d; 13. c;  
14. b; 15. d; 16. d.

## Список литературы

1. Божко А.Е. Оптимальное управление в системах воспроизведения вибраций. – К.: Наук.думка, 1977. – 217 с.
2. Чернецкий в.И. Анализ точности нелинейных систем управления. – М.: Машиностроение, 1968. – 247 с.
3. Фурунжиев Р.И. Проектирование виброзащитных систем. – Мн.: Вышэйш.шк., 1977. – 320 с.
4. Кузьмин И.В. Оценка эффективности и оптимизация автоматических систем контроля и управления. – М.: Сов.радио, 1971. – 296 с.
5. Ли Э.Б. Основы теории оптимального управления. – М.: Наука, 1972. – 575 с.
6. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1969. – 408 с.
7. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969. – 384 с.
8. Беллман Р.Динамическое программирование. – М.: М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 400 с.
9. Беллман Р., Гликсберг И. Некоторые вопросы математической теории процессов управления. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 400 с.
10. Красовский Н.Н. Теория управления движения. – М.: Наука, 1968. – 475 с.
11. Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов. /Автоматика и телемеханика. – 1960, вып. № 4, 5. 6.
12. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1966. – 410 с.
13. Олейников В.А. и др. Основы оптимального и экстремального управления. – М.: Высш.шк., 1969. – 296 с.
14. Павлов А.А. Синтез релейных систем, оптимальных по быстродействию. \_ М.: Наука, 1966. – 391. с.
15. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1971. – 424 с.
16. Федоренко Р.П. Приближенные решения задач оптимального управления. – Наука, 1966. – 410 с.
17. Лавендел Э.Э. Синтез оптимальных вибромашин. – Рига, ЗИНАТНЕ, 1970 – 252 с.
18. Лернер А.Я., Розенман А.Я. Оптимальное управление. – М.: Энергия, 1970. – 360 с.
19. Волков А.А., Лыткин И.П. Инженерные методы синтеза оптимальных алгоритмов управления.// Приборы и системы автоматизи. – 1968. – Вып. 7. – С. 61-76.

Св. план 2017 г., поз.84

Сладкова Любовь Александровна

Моделирование при испытаниях

Учебное пособие