ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ"

Институт пути, строительства и сооружений (ИПСС)
Кафедра «Начертательная и прикладная геометрия»

Н.П. Горбачева

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рекомендовано редакционно-издательским
советом университета в качестве методических
указаний для студентов 1 курса
специальности ПГС

МОСКВА – 2012

УДК 514

Г 67

Горбачева Н.П. Начертательная геометрия. Методические указания. - М.: МИИТ, 2012. - 14 с.

Настоящие методические указания составлены с целью оказания помощи студентам в процессе выполнения домашней работы №3 по начертательной геометрии по теме "Кривые поверхности".

# ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания составлены с целью оказания помощи студентам в процессе выполнения домашней работы № 3 по начертательной геометрии «Пересечение поверхности конуса плоскостью и построение развертки».

Работа состоит из трех задач:

1. Построение фигуры сечения поверхности конуса проецирующей плоскостью.
2. Определение натуральной величины фигуры сечения.
3. Построение развертки поверхности конуса.

Для решения этих задач необходимо знать следующее:

1. Образование поверхности.
2. Её задание и изображение. Каркас и определитель поверхности.
3. Основные позиционные задачи на поверхности.
4. Способы преобразования чертежа.

Работа выполняется в карандаше на чертежной бумаге формата А3(297х420). Формат располагается вертикально. Пример оформления работы и варианты заданий размещены в конце методического указания.

Как известно, поверхность может быть задана перемещением в пространстве некоторой линии (или поверхности) по определенному закону. При этом перемещающаяся линия (поверхность) – образующая – может оставаться неизменной формы или непрерывно изменять её. Поверхность может быть задана либо каркасом, либо определителем.

**Каркасом** называется множество линий, заполняющих поверхность так, что через каждую точку этой поверхности в общем случае можно провести лишь одну линию каркаса. Проекции линий каркаса могут быть построены, если известен **определитель** поверхности – совокупность условий задающих поверхность в пространстве и на чертеже.

Разделяют две части определителя – геометрическую и алгоритмическую.

**Геометрическая** часть определителя представляет собой набор постоянных геометрических элементов (точек, прямых, плоскостей и т. п.)

**Алгоритмическая** часть (описательная) - содержит перечень операций, позволяющих реализовать переход от фигуры постоянных элементов к непрерывному каркасу.

Как известно, простейшие каркасы поверхности прямого кругового конуса состоят либо из его прямолинейных образующих, либо из параллелей – окружностей. Для построения линии пересечения этого конуса плоскостью необходимо уметь определять недостающие проекции точек.

Так, на рисунке 1, для построения недостающей горизонтальной проекции точки $1_1$ через ее фронтальную проекцию $1_2$ проведена образующая $S_2A_2$. Определена ее горизонтальная проекция $S_1A_1$ и на ней по линии проекционной связи горизонтальная проекция точки $1_1$.

На втором рисунке (рис.2) через фронтальную проекцию точки $1_2$ проведена параллель (окружность радиуса R). Построена ее горизонтальная проекция и на ней по линии проекционной связи точка $1_1$.

На первом и втором рисунках точка 1 расположена на видимой части поверхности конуса.

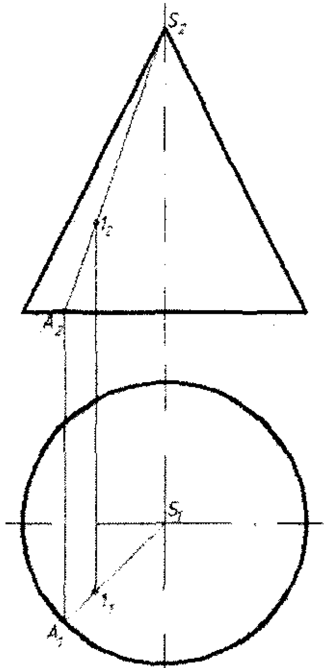



*Рис.1*

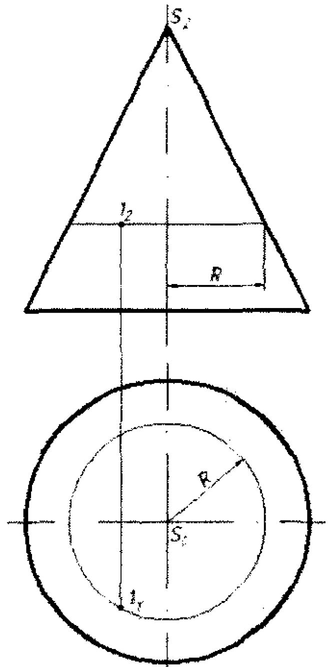



*Рис.2*

В большинстве случаев для решения задач возникает необходимость использовать как тот, так и другой каркас конической поверхности.

**Конические сечения.**

Линии, которые получаются при пересечении поверхности конуса второго порядка (в том числе прямого кругового конуса) плоскостью называются коническими сечениями. К ним относятся следующие: эллипс, парабола, гипербола, окружность и две образующие. Рассмотрим условия, при которых получается то или иное сечение:

а) если плоскость пересекает все образующие конуса, то кривая пересечения представляет собой эллипс или часть эллипса (рис.3в);

б) если секущая плоскость параллельна одной образующей конуса, то в сечении получается парабола (рис 3г);

в) если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса (рис.3д), то в сечении получается гипербола (это относится и к тому случаю, когда секущая плоскость параллельна оси конуса).

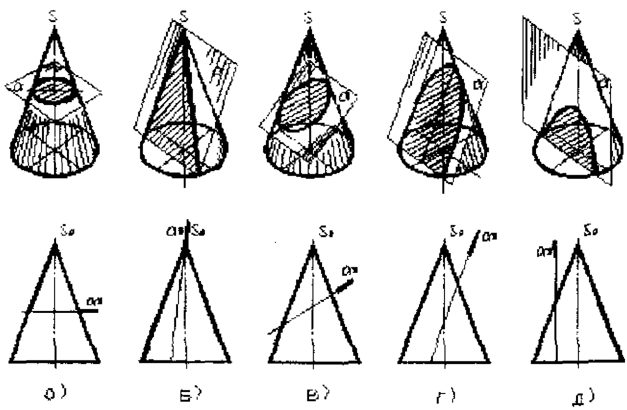


*Рис.3*

В тех же случаях, когда плоскость перпендикулярна оси конуса, в сечении получается окружность (рис.3а). И, наконец, любая секущая плоскость, проходящая через вершину конуса, в общем случае пересекает его по двум образующим (рис 3б).

При построении линии пересечения прежде всего, определяются характерные точки: высшая и низшая точки и точки видимости – лежащие на очерковых образующих.

**Задача 1. Построить фигуру сечения прямого кругового конуса фронтально проецирующей плоскостью $\alpha_2$** (Рис.4).

Вначале вычерчивают три проекции прямого кругового конуса (см. свой вариант задания, где указаны - диаметр окружности основания и высота конуса h). Затем указывают след-проекцию $\alpha_2$ секущей плоскости. В задании след плоскости проходит под определенным углом к основанию конуса (см. вариант задания).

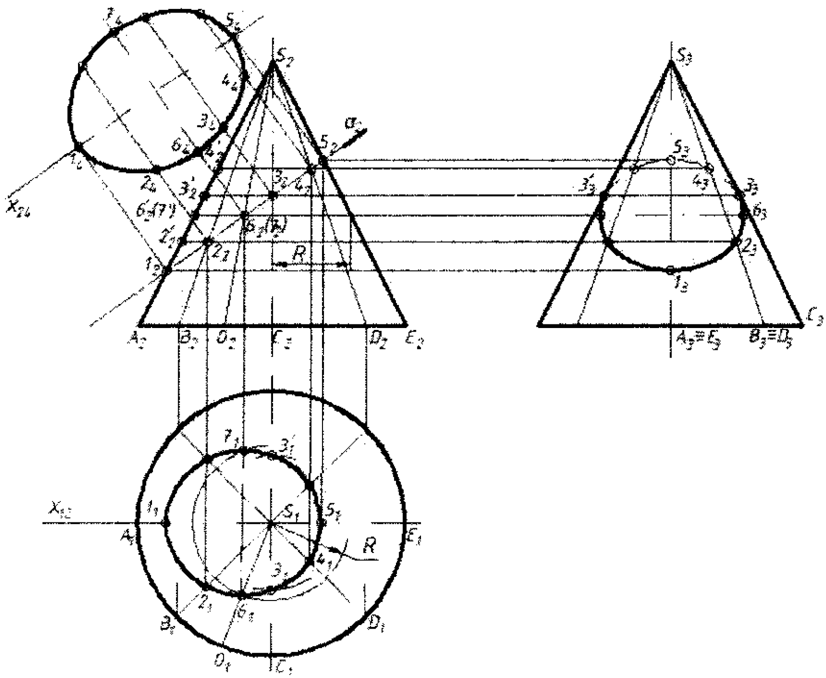


*Рис.4*

Горизонтальную проекцию окружности основания конуса делят на некоторое число равных частей, например, восемь, и из точек деления проводят горизонтальные проекции образующих $A_1S_1$, $B_1S_1$,….

Определяют фронтальные $A_2$,$B_2$,…. и профильные $A_3$,$B_3$,… проекции точек деления и проводят фронтальные и профильные проекции восьми образующих.

В сечении конуса плоскостью α получается полный эллипс, так как секущая плоскость пересекает все образующие конуса. Фронтальные проекции $1_2$, $2_2$, $3_2$,... точек эллиптического сечения совпадают со следом плоскости $\alpha_2$ т.е. отрезок $1_25_2$ является фронтальной проекцией фигуры сечения.

Определяют главные оси эллипса сечения. Большой осью будет отрезок $1_25_2$ , а малая ось проецируется на плоскость $П_2$ в точку $6_2(7_2)$ , находящуюся посередине отрезка $1_25_2$. Для определения горизонтальной проекции малой оси через точку $6_2(7_2)$ проводят параллель (окружность радиуса R). Строят горизонтальную проекцию этой окружности и на ней по линии проекционной связи находят точки $6_1(7_1)$. Проводя из точек $1_2$,$2_2$,$3_2$,… вертикальные и горизонтальные линии проекционной связи до пересечения с соответствующими проекциями образующих на $П_1$ и $П_3$, получают горизонтальные и профильные проекции точек эллипса - $1_1$,$2_1$,$3_1$ … и $1_3$,$2_3$,$3_3$, ….

Характерными точками фигуры сечения являются точки $1_2$,$5_2$ (низшая и высшая точки относительно плоскости $П_1$) и точки $3_3$,$3^1_3$, лежащие на очерковых образующих (точки видимости).

Точки фигуры сечения соединяют по лекалу в плавные кривые с учетом видимости.

**Задача №2. Построить натуральную величину фигуры сечения.**

Натуральную величину фигуры сечения можно построить, применив один из способов преобразования чертежа (способ замены плоскостей проекций, вращения или плоскопараллельного перемещения).

Так, на рис.4 натуральная величина фигуры сечения построена способом замены плоскостей проекций. Для этого параллельно секущей плоскости предварительно была расположена новая плоскость проекций $П_4$.

Натуральная величина фигуры сечения была построена по отдельным точкам, аналогично определению истинной величины сечения многогранника.

**Задача №3. Построить развертку конической поверхности.**

**Разверткой поверхности** называется плоская фигура, которая образуется совмещением поверхности с одной плоскостью.

Не всякую поверхность можно развернуть на плоскость без складок и разрывов. Лишь цилиндрическая, коническая и поверхность с ребром возврата (торс) обладают этим свойством.

Развертка боковой поверхности прямого кругового конуса представляет собой сектор круга, радиус дуги которого равен длине образующей конуса (рис.5). Центральный угол сектора определяется по формуле $\alpha^0 = r/l \times 360^\circ$, где r- радиус окружности основания, а l- длина образующей. Дугу развертки делят на восемь равных частей и проводят образующие конуса.

На каждую образующую переносят точку ее пересечения с секущей плоскостью $\alpha_2$(см. рис.4.5). $S_0 1_0$ и $S_0 5_0$ измеряют непосредственно, на фронтальной проекции и откладывают на развертке, т.е. $S_0 1_0 = S_2 1_2$; $S_0 5_0 = S_2 5_2$.

Чтобы получить на развертке точки $2_0, 3_0, 4_0$, нужно прежде всего переместить фронтальные проекции этих точек параллельно оси $X_{12}$ до положения $2_2^1, 3_2^1, 4_2^1$. Это соответствует вращению образующих конуса вокруг оси, проходящей через вершину конуса перпендикулярно к плоскости $П_1$, до положения, параллельного фронтальной плоскости проекций. Полученные после вращения натуральные величины отрезков образующих переносят на развертку, т.е. $S_0 2_0 = S_2 2_2^1$; $S_0 3_0 = S_2 3_2^1$;… Точки $1_0, 2_0, 3_0$… соединяют плавной кривой линией по лекалу и пристраивают к развертке боковой поверхности основание конуса.

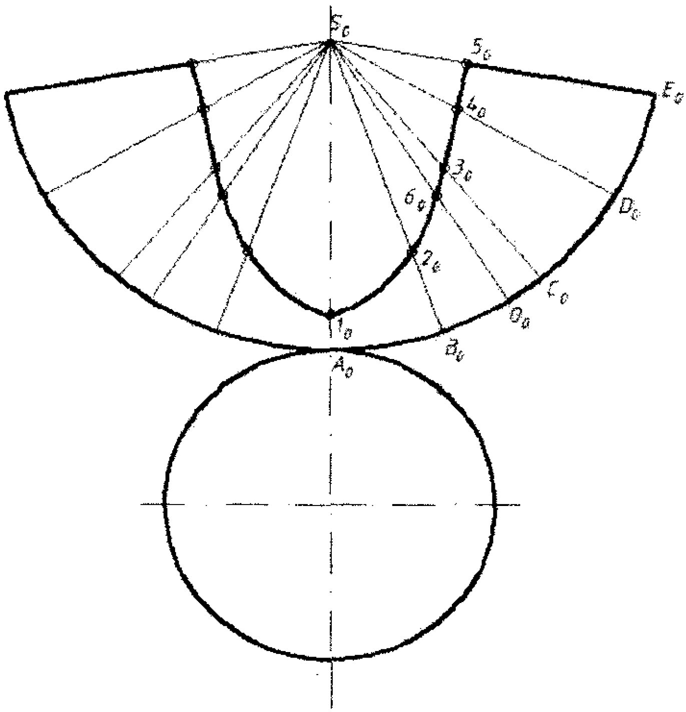



*Рис.5*

Пример оформления работы представлен на рис. 6.

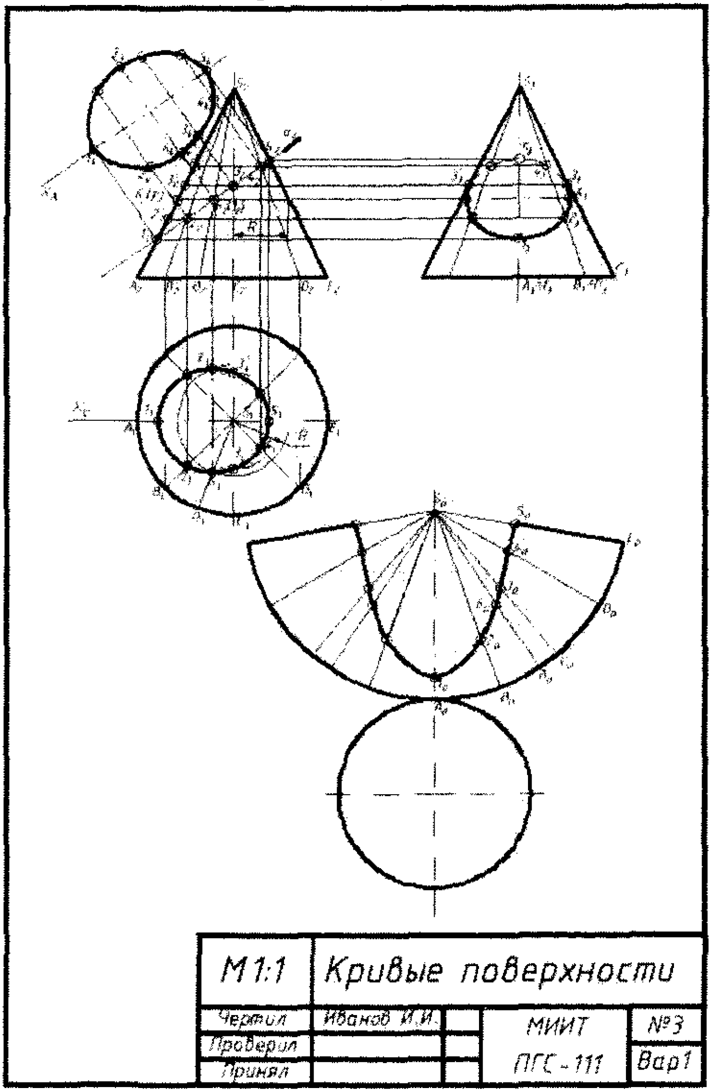
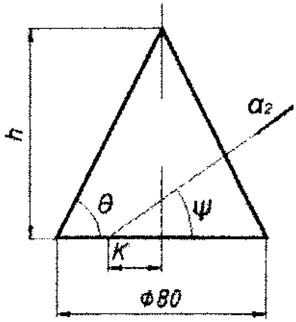



*Рис.6*

# ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ




| Вар. | h | К | ψ | Вар. | h | К | ψ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | мм | мм | град. | | мм | мм | град. |
| **1** | 90 | 15 | 40 | **11** | 80 | 40 | 45 |
| **2** | 100 | 50 | 45 | **12** | 80 | 20 | = θ |
| **3** | 90 | 30 | 30 | **13** | 90 | 50 | 45 |
| **4** | 100 | 40 | 30 | **14** | 90 | 50 | 30 |
| **5** | 90 | 25 | 60 | **15** | 90 | 30 | 30 |
| **6** | 100 | 50 | 30 | **16** | 80 | 30 | 45 |
| **7** | 100 | 20 | =θ | **17** | 90 | 60 | 30 |
| **8** | 80 | 40 | 30 | **18** | 80 | 30 | 30 |
| **9** | 80 | 25 | 60 | **19** | 100 | 40 | 45 |
| **10** | 100 | 20 | 30 | **20** | 80 | 50 | 45 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **21** | 80 | 60 | 30 | **26** | 80 | 50 | 30 |
| **22** | 90 | 35 | $= \theta$ | **27** | 90 | 60 | 45 |
| **23** | 80 | 30 | 30 | **28** | 100 | 60 | 30 |
| **24** | 100 | 15 | 60 | **29** | 90 | 30 | $= \theta$ |
| **25** | 100 | 25 | 60 | **30** | 90 | 20 | 45 |

Литература


1. Крылов Н.Н., «Начертательная геометрия» - М.: Высшая школа,2005.
2. Четверухин Н.Ф., «Начертательная геометрия» - М.: Высшая школа,1963.
3. Кузнецов Н.С., «Начертательная геометрия» - М.: Высшая школа,1982.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

Горбачева Нина Петровна

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

## Методические указания к выполнению домашней работы №3 по теме "Кривые поверхности"



| | | |
|---|---|---|
| Подписано в печать- | Формат 60×84 | Тираж 250 экз. |
| Усл. печ. л. 1,0 | Заказ № | Изд. №19-12 |

150048, г. Ярославль, Московский пр-т, д. 151.
Типография Ярославского филиала МИИТ.