Институт пути, строительства и сооружений
Кафедра «Начертательная геометрия и черчение»

Н.П. ГОРБАЧЕВА

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рекомендовано редакционно-издательским советом университета в качестве методических указаний для студентов ИПСС

Москва - 2008

УДК 513
Г 67

Горбачева Нина Петровна. Начертательная геометрия. - М.: МИИТ, 2008.- 21с.

Настоящие методические указания составлены с целью оказания помощи студентам в процессе выполнения домашней работы №1 по начертательной геометрии по теме «Точка, прямая, плоскость».

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания составлены с целью оказания помощи студентам в процессе выполнения домашней работы по начертательной геометрии № 1.

Работа №1 – «Взаимное расположение точки, прямой и плоскости», содержит метрические, позиционные и некоторые конструктивные задачи, связанные с построением проекций геометрических фигур, отвечающих определенным условиям.

В этой работе студент выполняет три задачи:

1) построение плоской фигуры по заданным условиям;

2) построение проекций линии пересечения двух плоскостей и определение относительной видимости;

3) определение натуральной величины расстояния от точки до плоскости.

Для выполнения указанных задач необходимо знание следующих разделов курса: сущность метода ортогонального проецирования и понятия о координатах точки; основные свойства параллельного проецирования; различные положения прямой относительно плоскостей проекций; определение длины отрезка прямой;

теорема о проецировании прямого угла; плоскость и ее главные линии; пересекающиеся плоскости; теорема о перпендикуляре к плоскости.

Работа выполняется в карандаше на чертежной бумаге формата А3 (297×420). Пример оформления работы приведен на рис.12. В левой половине листа выполняются задачи №1 и 3, на правой половине – задача №2. В правом нижнем углу формата размещается основная надпись (размер 134×40) и таблица определителей.

ЗАДАЧА№1

Построить проекции равнобедренного прямоугольного треугольника ABC, если известно, что катет BC принадлежит прямой KL.

Исходными данными задачи является точка A – вершина треугольника и прямая KL, на которой расположен его катет BC (см рис.1). Прямая KL – линия уровня (параллельна плоскости проекций $П_1$или $П_2$).

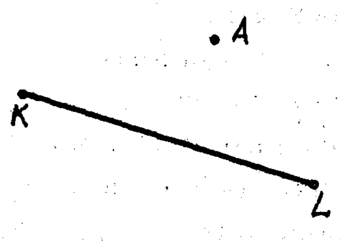


Рис. 1

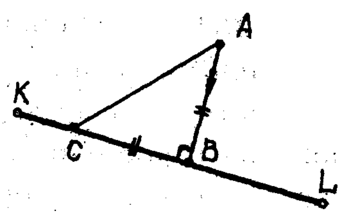


Рис. 2

Построение точки A на эпюре выполняется по заданным координатам.

Известно, что каждая проекция точки определяется двумя координатами: горизонтальная проекция координатами X и Y – $A_1(X,Y)$, фронтальная – $A_2(X,Z)$. Поэтому на оси абсцисс (OX) от начала координат O откладывается отрезок, равный X_A. Затем, через полученную точку перпендикулярно к оси OX проводится линия проекционной связи, на которой откладываются отрезки, равные Y_A и Z_A (с учетом знака координат). Построение проекций прямой KL выполняется по двум ее точкам K и L, координаты которых заданы.

Так как эти точки прямой находятся на одном расстоянии от плоскости проекций Π_1 или Π_2, то справедливы равенства $Z_K=Z_L$ или $Y_K=Y_L$. Из этого следует, что заданная прямая KL – прямая уровня, т.е. либо она горизонтальная (при $Z_K=Z_L$), либо фронтальная (при $Y_K=Y_L$).

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Из точки A опускают перпендикуляр на прямую KL (так как искомый треугольник прямоугольный, а вершина A задана) рис.2.

2. Отмечают основание перпендикуляра – точку B.

3. Определяют натуральную величину катета AB треугольника ABC.

4.На прямой KL от точки B в любую сторону откладывают натуральную величину катета AB (так как в равнобедренном прямоугольном треугольнике оба катета равны). Получают точку C. Задача может иметь два решения, так как на прямой KL можно найти вершину C′, симметричную C относительно точки B.

5. Соединяют точку A с точкой C. Треугольник ABC – искомый.

Решение задачи №1 на эпюре приведено на рис.3. С левой стороны исходные данные задачи.

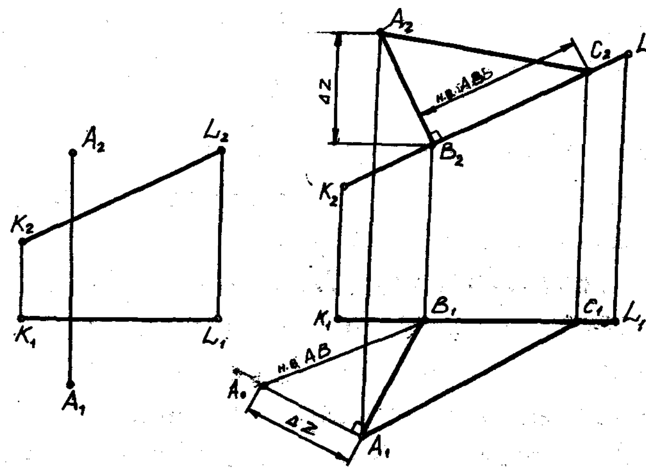


Рис. 3

1. Из точки A опускают перпендикуляр на прямую KL. Так как заданная прямая параллельна плоскости $П_2$, прямой угол между перпендикуляром и прямой KL проецируется в натуральную величину на ту же плоскость. (На основании теоремы о проецировании прямого угла). При решении задачи вначале строят фронтальную проекцию перпендикуляра.

2. Отмечают фронтальную проекцию B_2 точки пересечения перпендикуляра с прямой KL. A_2B_2 – фронтальная проекция перпендикуляра.

3. В проекционной связи на K_1L_1определяют горизонтальную проекцию B_1 – основания перпендикуляра.

4. Соединив A_1 с B_1 получают горизонтальную проекцию перпендикуляра A_1B_1. Отрезки A_1B_1 и A_2B_2 – проекции катета AB треугольника ABC.

5. Для построения второго катета BC (BC=AB) необходимо знать действительную величину отрезка AB (катет AB представляет собой прямую общего положения, которая не проецируется в натуральную величину ни на одну из плоскостей проекций). Для определения ее натуральной величины использован способ прямоугольного треугольника. Так, на эпюре натуральная величина AB определена как

гипотенуза прямоугольного треугольника $A_1B_1A_0$, катетами которого являются отрезки A_1B_1 и ΔZ как - разность координат Z_A и Z_B.

6. Так как второй катет по условию задачи расположен на фронтали, то от точки B_2 на фронтальной проекции K_2L_2 прямой KL в любую сторону откладывают величину отрезка B_1A_0 и отмечают точку C_2.

7. В проекционной связи на K_1L_1 находят точку C_1.

8. Соединив C_2 с A_2 и C_1 с A_1 получают проекции искомого треугольника.

ЗАДАЧА№2

Построить линию пересечения двух плоскостей и определить их относительную видимость.

Линией пересечения двух плоскостей является прямая линия, для построения которой необходимо знать: либо две точки, общие для этих плоскостей, либо одну точку и направление линии пересечения.

Сначала рассмотрим частные случаи пересечения плоскостей.

1. Одна из заданных плоскостей – плоскость проецирующая.

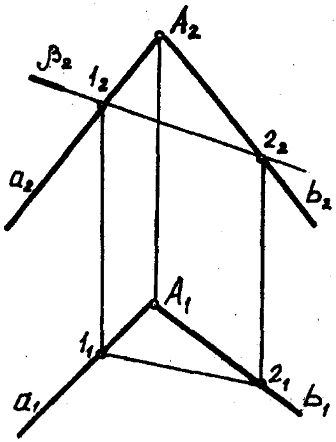


Рис.4

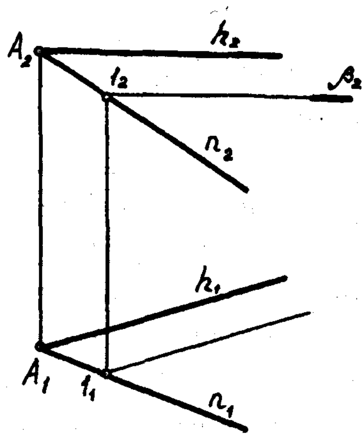


Рис. 5

На рис.4 построена линия пересечения плоскости общего положения, заданной двумя пересекающимися прямыми $\alpha(a \cap b)$, с фронтальнопроецирующей плоскостью $\beta(\beta \perp \Pi_2)$.

Линия пересечения данных плоскостей определяется двумя точками 1 и 2, в которых прямые a и b плоскости α пересекают проецирующую плоскость β.

Сначала строится фронтальная проекция линии пересечения $1_2 - 2_2$, а затем в проекционной связи ее горизонтальная проекция $1_1 - 2_1$. Следует заметить, что фронтальная проекция линии пересечения заданных плоскостей $1_2 - 2_2$ совпадает с фронтальным следом проецирующей плоскости β.

2. Одна из заданных плоскостей - плоскость уровня.

В этом случае для построения линии пересечения плоскостей достаточно знать лишь одну точку, общую обеим плоскостям, и направление линии пересечения.

Так на рис.5 плоскость общего положения $\alpha(h \cap n)$ пересекается с горизонтальной плоскостью β по горизонтальной линии, направление которой известно. Поэтому горизонтальная проекция линии пересечения пройдет через общую обеим плоскостям точку 1_1 и параллельно горизонтальной проекции горизонтали h_1.

Общий прием построения линии пересечения двух плоскостей приведен на рис.6.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Плоскости α и β пересекают вспомогательной плоскостью γ.

2. Строят линии пересечения вспомогательной плоскости с заданными α и β. Это линии 1-2 и 3-4.

3. Отмечают точку пересечения построенных линий $1\text{-}2 \cap 3\text{-}4 = M$.

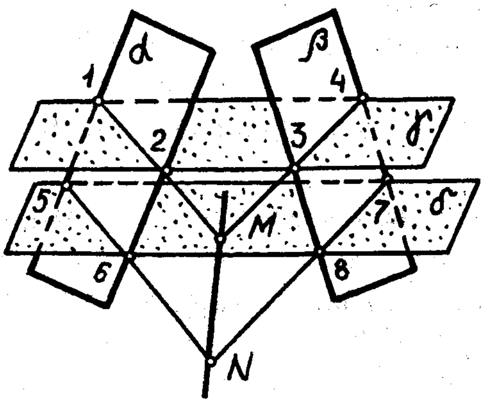


Рис.6

Для построения второй точки N алгоритм решения повторяют.

Пример. Построить проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения.

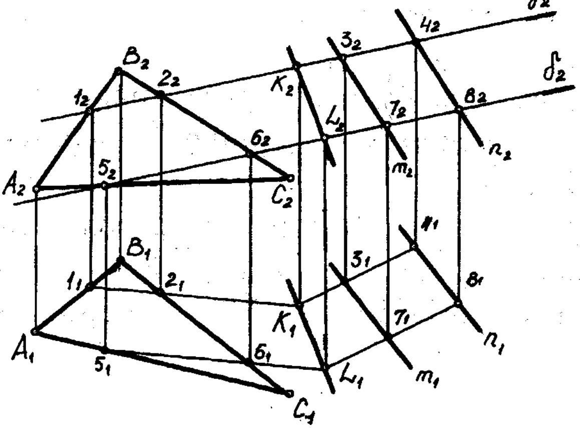


Рис.7

Как видно из рис.7 одна из плоскостей α задана треугольником α(ABC), а вторая β – параллельными прямыми (m $\|$ n). Для решения задачи обе плоскости пересечены вспомогательными проецирующими плоскостями γ_2 и δ_2.

(В качестве вспомогательных плоскостей можно было провести плоскости уровня). Плоскость γ_2 пересекает плоскость α(ABC) по линии 1-2, а плоскость β(m $\|$ n) по линии 3-4. В пересечении этих линий определена точка K, общая для двух плоскостей.

Аналогично пересекая заданные плоскости второй вспомогательной плоскостью δ_2, можно найти вторую точку L общую обеим плоскостям.

Следует заметить, что если вспомогательные плоскости γ и δ параллельны, то и линия пересечения 1-2 параллельна 5-6, а линия 3-4 параллельна линии 7-8.

Прямая, проходящая через точки K и L, определяет искомую линию пересечения плоскостей α и β.

В работе №1 студенты строят линию пересечения двух плоскостей заданных треугольниками α(DEF) и β(RMN), координаты вершин которых заданы в таблице исходных данных.

Решение задачи можно упростить (рис.8) если вспомогательные проецирующие плоскости провести через прямые, задающие плоскость.

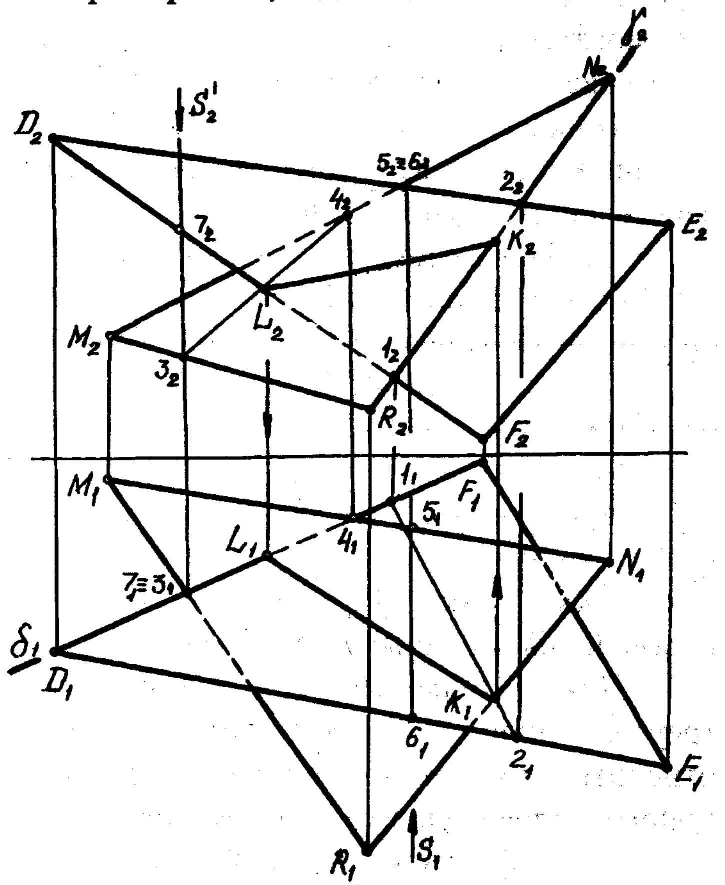


Рис. 8

Так точка K этой линии определена с помощью фронтальнопроецирущей плоскости γ_2, проведенной через сторону RN треугольника MNR. Именно линия RN является линией пересечения плоскости треугольника β(RMN) с вспомогательной плоскостью γ. Та же плоскость пересекает треугольник α(DEF) по линии 1-2.

Точка K, общая для трех плоскостей (двух заданных α и β и вспомогательной γ), находится в пересечении прямых 1-2 и RN.

Следует отметить, что если вспомогательная плоскость γ фронтальнопроецирущая, то сначала определяется горизонтальная проекция точки K_1, т.е. $K_1 = 1_1\text{-}2_1 \cap R_1N_1$, а затем по линии проекционной связи находится K_2 – фронтальная проекция точки K.

Аналогично, заключая сторону DF в горизонтальнопроецирующую плоскость δ_1, находится точка L. Прямая KL – линия пересечения заданных плоскостей.

Для определения видимости этих треугольников достаточно установить относительное расположение одной из сторон одного треугольника относительно стороны другого треугольника. Таким образом, вопрос видимости плоскостей сводится к определению видимости двух скрещивающихся прямых.

Например, определим видимость стороны DE треугольника DEF относительно стороны MN треугольника RMN на фронтальной плоскости проекции (см рис.8). Для этого проведем луч зрения s перпендикулярно $П_2$ через точку пересечения фронтальных проекций D_2E_2 и M_2N_2. В пересечении D_2E_2 и M_2N_2 расположены две конкурирующие по видимости точки (5_2 и 6_2). Точка 5 принадлежит стороне MN, а точка 6 – стороне DE. По горизонтальной проекции устанавливаем, что луч зрения сначала встретит D_1E_1 в точке 6_1, а затем M_1N_1 в точке 5_1. Следовательно, фронтальная проекция D_2E_2 – видима.

Аналогично определяется видимость треугольников и на горизонтальной проекции. Луч зрения при этом следует провести перпендикулярно к $П_1$ через две конкурирующие на $П_1$ точки скрещивающихся прямых (например, луч s', проходящий через точки 3 и 7, соответственно принадлежащие прямым MR и DF).

<u>ЗАДАЧА№3</u>

Определить натуральную величину расстояния от точки P до плоскости.

Кратчайшим расстоянием от точки до плоскости является отрезок перпендикуляра.

Для решения задачи необходимо:

1. Из заданной точки Р опустить перпендикуляр на плоскость α.

2. Определить точку пересечения (точка К) перпендикуляра с плоскостью.

3. Определить натуральную величину перпендикуляра.

Рассмотрим более подробно каждый пункт приведенного выше алгоритма.

Пример 1. Из точки Р опустить перпендикуляр n на плоскость $\alpha(a \cap b)$ (рис.9)

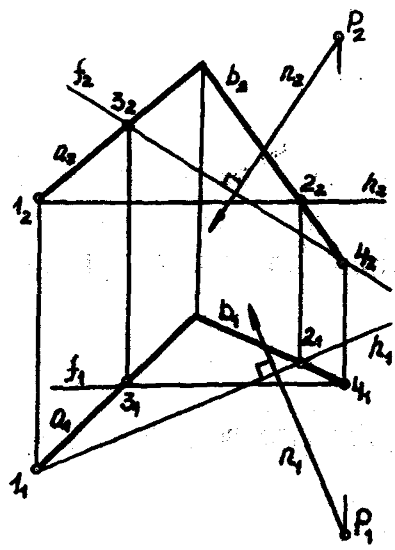


Рис.9

На основании теоремы о перпендикуляре к плоскости горизонтальная проекция n_1 перпендикуляра n проводится перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали h. Независимо от горизонтальной проекции строится его фронтальная проекция. Для этого по плоскости $\alpha(a \cap b)$ проведена произвольная фронталь f. Фронтальная проекция перпендикуляра должна быть перпендикулярна фронтальной проекции фронтали f.

Пример 2. Построить точку пересечения прямой n с плоскостью α. Пространственное решение задачи на рис.10.

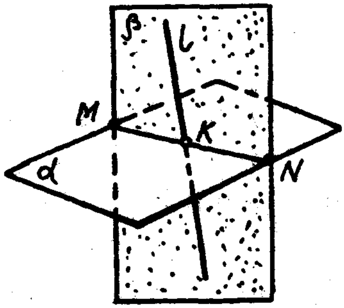


Рис.10

Задача решается в три этапа:

1. Данная прямая n заключается во вспомогательную плоскость β

$$n \in \beta$$

Построения будут простейшими, если β будет проецирующей;

2. Строится линия пересечения MN вспомогательной плоскости β с заданной α

$$\beta \cap \alpha = MN;$$

3. В пересечении полученной линии MN с заданной n находится искомая точка K

$$MN \cap n = K$$

Пример 3. Определить точку K пересечения перпендикуляра n с плоскостью $\alpha(h \cap f)$ и натуральную величину перпендикуляра (рис.11).

Прямая n заключена во фронтальнопроецирующую плоскость β, $n \in \beta$. Затем определена линия пересечения 1-2 вспомогательной плоскости β с заданной плоскостью $\alpha(h \cap f)$, $1\text{-}2=\beta \cap \alpha$.

В пересечении линии 1-2 с прямой n найдена искомая точка K. Сначала определяется горизонтальная проекция $K_1(K_1=1_1\text{-}2_1 \cap n_1)$, а затем по линии проекционной связи определена ее фронтальная K_2 проекция.

Натуральная величина перпендикуляра определена способом прямоугольного треугольника.

Исходными данными для решения задачи 3 являются точка Р, заданная координатами и плоскость треугольника АВС, проекции которого построены в задаче № 1.

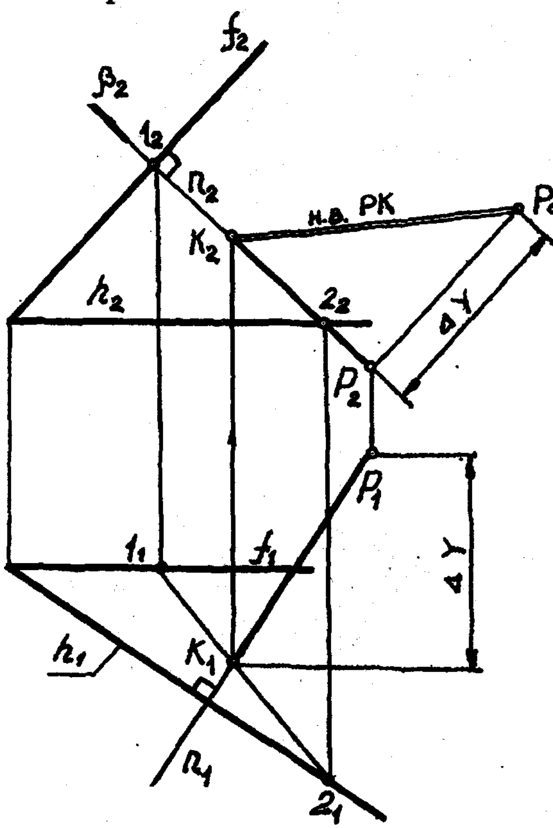
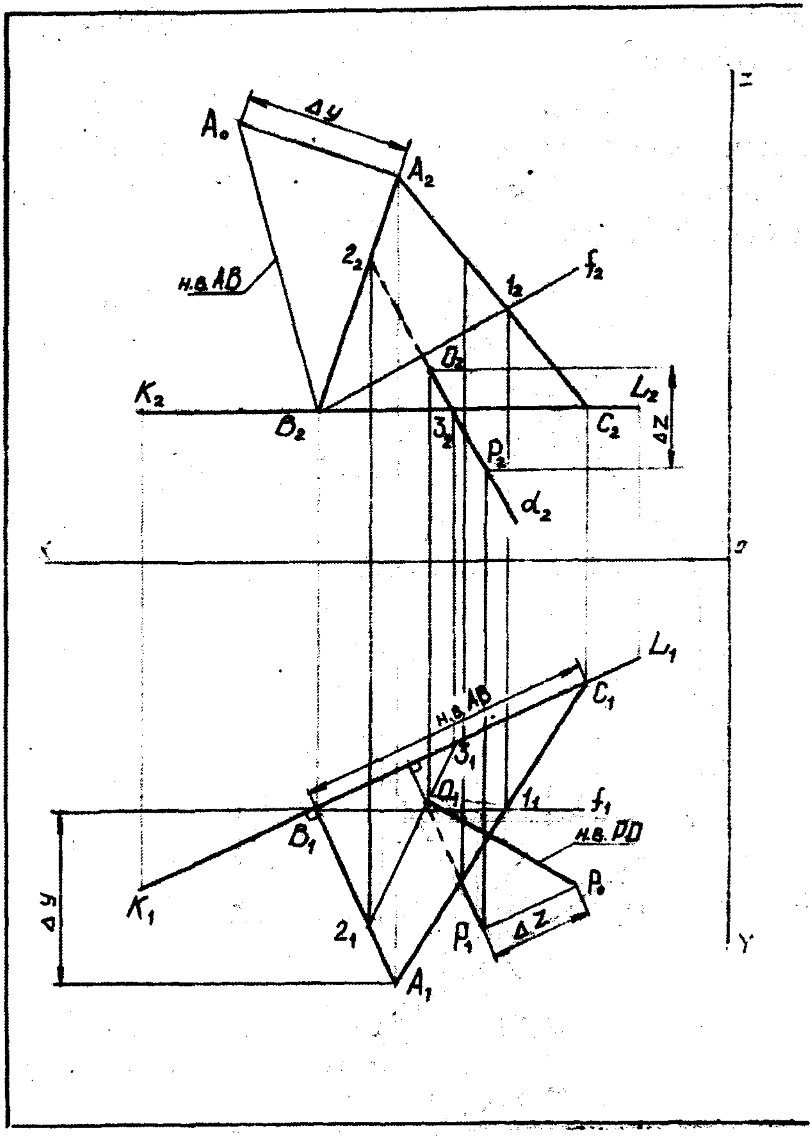
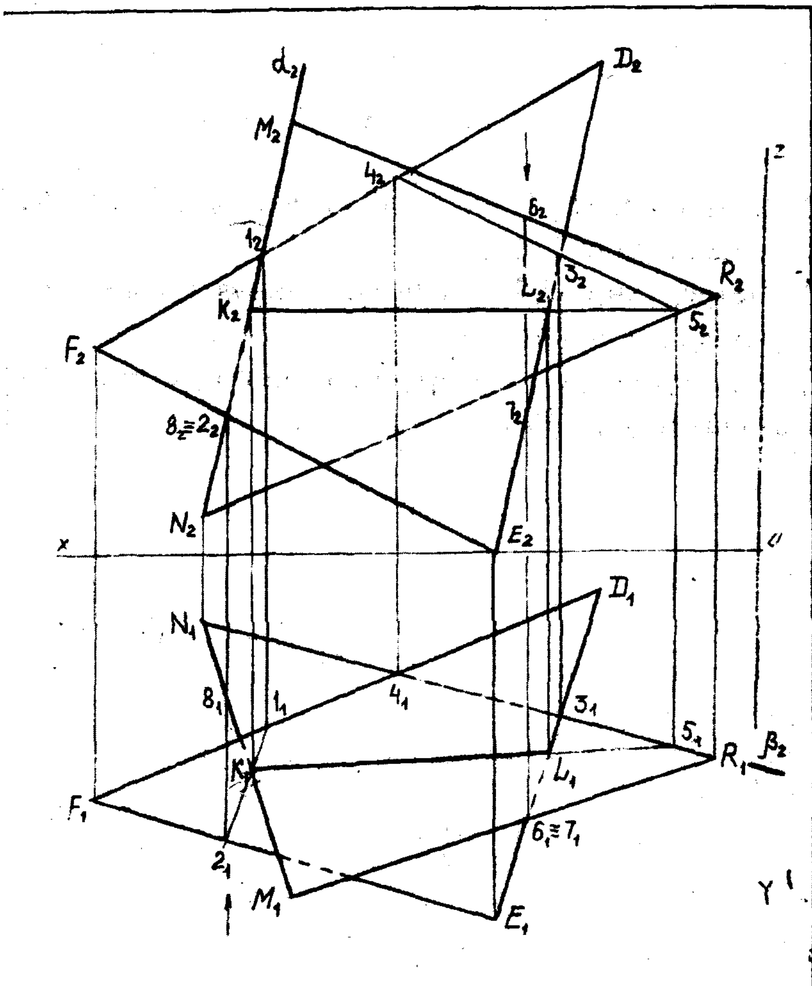


Рис.11



Δy
A₀
A₂
2₂
н.в. AB
f₂
1₂
O₂
K₂
L₂
B₂
C₂
3₂
P₂
Δz
d₂
L₁
C₁
н.в. AB
3₁
O₁
1₁
f₁
B₁
н.в. PD
Δy
K₁
P₀
2₁
P₁
Δz
A₁



	A	K	L	D	R	M	N	D	E	F
X	150	150	10	40	150	100	87	50	70	160
Y	10	100	100	30	40	100	20	10	90	80
Z	40	110	10	110	10	80	10	160	0	10

М 1:1	Точка, прямая, плоскость			
Чертил.	Иванов		МИИТ	N 1
К защите			гр СМТ-111	в. 3
Зачтено				

Список литературы

1. Крылов Н.Н., Начертательная геометрия – М.: Высщая школа, 2005г.
2. Четверухин Н.Ф., Начертательная геометрия – М.: Высшая школа, 1963г.
3. Кузнецов Н.С., Начертательная геометрия – М.: Высшая школа, 1982г.

Учебно-методическое издание

Горбачева Нина Петровна
Начертательная геометрия
Методические указания к
выполнению работы №1

Подписано в печать-03.07.08. Формат 60х84/16 Тираж 300 экз.

Усл.-печ. л. 1,5 Изд. №27-08 Заказ №341.

127994, Москва, ул. Образцова, 15. Типография МИИТа