

Министерство транспорта Российской Федерации

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА (МИИТ)»**

Кафедра «Электропоезда и локомотивы»

Н.И.ДОЛГАЧЕВ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
В СРЕДЕ MathCad**

Часть IV

*Учебно-методическое пособие
к лабораторным работам*

МОСКВА - 2018

Министерство транспорта Российской Федерации

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА (МИИТ)»**

Кафедра «Электропоезда и локомотивы»

Н.И.ДОЛГАЧЕВ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В СРЕДЕ MathCad**

Часть IV

Учебно-методическое пособие

для студентов IV курса

специальности 23.05.03

«Подвижной состав железных дорог»

специализации «Локомотивы»

Москва - 2018

УДК 629.424.1:519.2

Д64

Долгачев Н.И. Математическое моделирование в среде MathCad. Ч. 4: Учебно-методическое пособие. – М.: РУТ (МИИТ), 2018. – 33 с.

Математический пакет MathCad помимо стандартного обеспечения, присущего большинству Windows-приложений, имеет свой особый интерфейс, который облегчает, ускоряет и оптимизирует вычислительные процессы. Приведенный на его основе материал позволит студентам специальности «Подвижной состав железных дорог» изучить аналитические методы решения задач с помощью символьной математики, а также численные методы решения алгебраических и дифференциальных уравнений, многие встроенные функции и прекрасные графические возможности для реализации математических моделей работы устройств локомотивов на лабораторных и практических занятиях в компьютерных классах университета.

Рецензент: доцент кафедры «Машиноведение, проектирование, стандартизация и сертификация» РУТ (МИИТ), к.т.н. Козлов В.В.

© РУТ (МИИТ), 2018

ВВЕДЕНИЕ

В процессе лабораторных и практических занятий по дисциплине «Математическое моделирование» студенты применяют программу MathCad. Данное учебно-методическое пособие составлено с целью помочь студентам быстрее и качественнее освоить приемы и методы работы в среде MathCad для реализации разработанных математических моделей по специальности.

В третьей и четвертой части учебно-методического пособия приведены примеры составления математических моделей более сложных, как по объёму, так и по содержанию задач по сравнению с примерами из первых двух частей. Однако решение этих задач основано на тех же методах, которые изложены в первых двух частях учебно-методического пособия.

Первая задача в третьей части о том, как правильно разместить оборудование на локомотиве, чтобы равномерно распределить нагрузку на оси колёсных пар (расчёт так называемой развески проектируемого тепловоза).

Во второй задаче третьей части используются комплексные числа, участвующие при расчёте в частотной области показателей динамических качеств движущегося локомотива при случайных колебаниях экипажа от вертикальных неровностей пути.

В первой и второй задачах четвертой части приведены математические модели, описывающие процессы геометрического и динамического вписываний локомотивов в кривые.

Третья задача в четвертой части – универсальная модель расчёта расхода воздуха через дизель, являющаяся составной частью математической модели работы конкретного дизеля в установившихся и переходных режимах.

1 МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ВПИСЫВАНИЯ ЛОКОМОТИВА В КРИВУЮ

Схема экипажа локомотива представлена на рисунке 1.1.

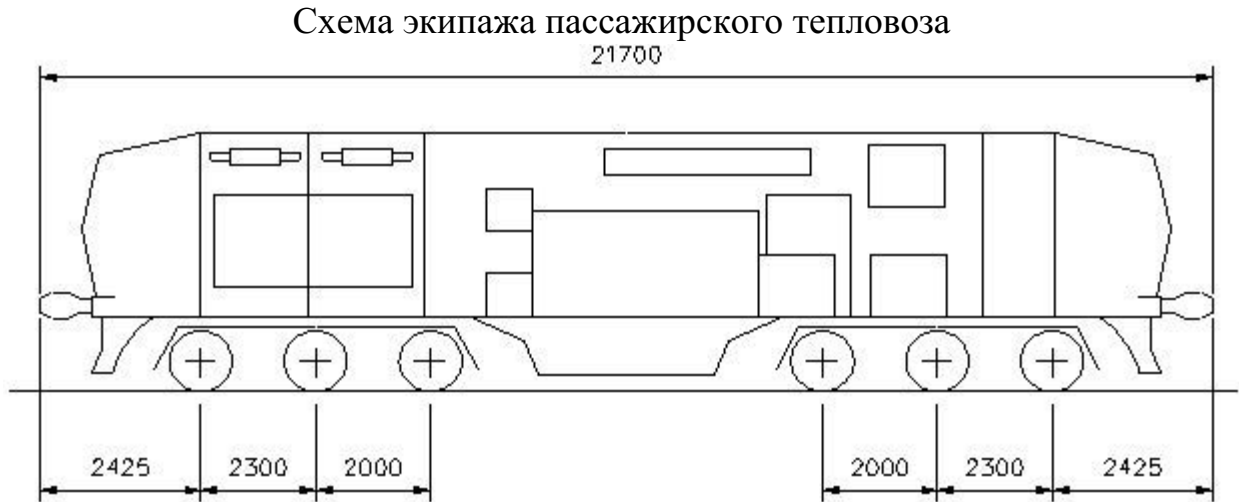


Рисунок 1.1 – Схема экипажа пассажирского тепловоза

$$m := m \quad \text{мм} := 10^{-3} \cdot \text{м}$$

Для решения задачи геометрического вписывания воспользуемся методом параболической диаграммы [1].

Выполним геометрическое вписывание локомотива (см. рисунок 1.1) в кривую радиусом $R := 125 \cdot \text{м}$. Схема вписывания представлена на рисунке 1.2.

Примем:

$$m_y := 1 \quad \text{– масштаб по оси } OY; \quad m_x := \frac{1}{50} \quad \text{– масштаб по оси } OX;$$

$\sigma_{\text{мин}} := 7 \cdot \text{мм}$ – минимальная величина суммарного зазора между гребнями бандажей колёс и внутренними гранями головок рельсов [2];

$\Delta := 15 \cdot \text{мм}$ – уширение колеи для кривых радиусом менее 300 м [2].

Введём обозначения:

l_{01} – расстояние от оси автосцепки до 1-й (6-й) колёсной пары;

l_{02} – расстояние между 1-й и 2-й (6 и 5) колёсными парами;

l_{03} – расстояние между 2-й и 3-й (5 и 4) колёсными парами;

L_T – длина локомотива по осям автосцепок;

$l_{к1}$ – абсцисса 1-й со знаком « - » (6-й со знаком « + ») колёсной пары;

$l_{к2}$ – то же 2-й (5-й);

$l_{к3}$ – то же 3-й (4-й).

$$l_{o1} := 2425 \cdot \text{мм} \quad l_{o2} := 2300 \cdot \text{мм} \quad l_{o3} := 2000 \cdot \text{мм} \quad L_T := 21700 \cdot \text{мм}$$

$$l_{к1} := \frac{L_T}{2} - l_{o1} \quad l_{к1} = 8425 \text{ мм} \quad l_{к2} := \frac{L_T}{2} - (l_{o1} + l_{o2})$$

$$l_{к2} = 6125 \text{ мм} \quad l_{к3} := \frac{L_T}{2} - (l_{o1} + l_{o2} + l_{o3}) \quad l_{к3} = 4125 \text{ мм}$$

Схема вписывания экипажа пассажирского тепловоза в кривую

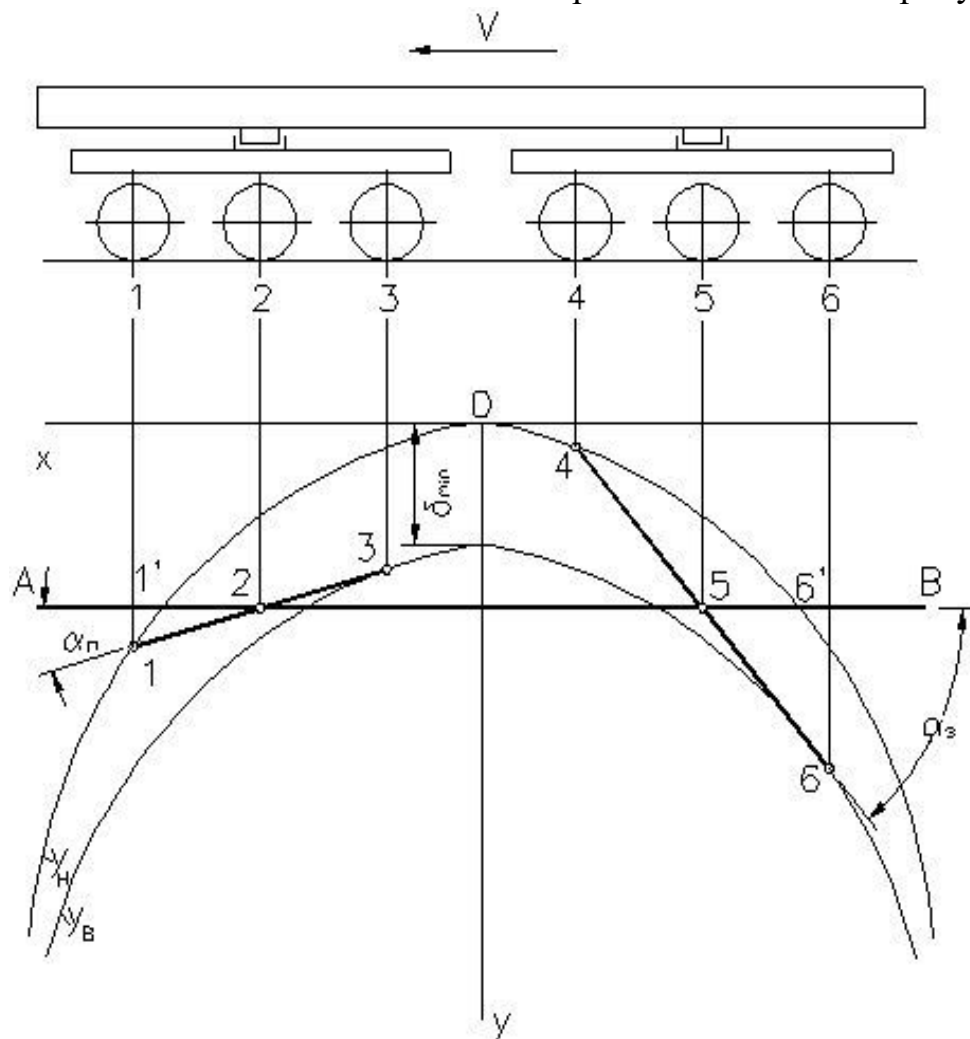


Рисунок 1.2 – Схема вписывания экипажа пассажирского тепловоза в кривую

$$K := \frac{m_y}{m_x^2 \cdot 2 \cdot R} \quad \text{– коэффициент пропорциональности;}$$

$$y_H(x) := -K \cdot x^2 \quad \text{– уравнение параболы наружного рельса;}$$

$$\delta_{\min} := \sigma_{\min} + \Delta \quad \text{– смещение параболы внутреннего рельса относительно наружного;}$$

$$y_B(x) := y_H(x) - \delta_{\min} \quad \text{– уравнение параболы внутреннего рельса;}$$

$$Y_{K1} := y_H(-l_{K1} \cdot m_x) \quad Y_{K1} = -283.922 \text{ мм} \quad \text{– ордината первой колёсной пары (точка 3 на рис. 1.2);}$$

$$Y_{K3} := y_B(-l_{K3} \cdot m_x) \quad Y_{K3} = -90.062 \text{ мм} \quad \text{– ордината третьей колёсной пары (точка 3 на рис. 1.2);}$$

$$Y_{K4} := y_H(l_{K3} \cdot m_x) \quad Y_{K4} = -68.062 \text{ мм} \quad \text{– ордината четвёртой колёсной пары (точка 4 на рис. 1.2);}$$

$$Y_{K6} := y_B(l_{K1} \cdot m_x) \quad Y_{K6} = -305.922 \text{ мм} \quad \text{– ордината шестой колёсной пары (точка 6 на рис. 1.2);}$$

$$Y_{\text{тел1}}(x) := Y_{K1} + \frac{Y_{K3} - Y_{K1}}{(l_{K1} - l_{K3}) \cdot m_x} \cdot (x + l_{K1} \cdot m_x). \quad \text{– уравнение первой по ходу}$$

движения тележки (прямая **1-3** на рис. 1.2);

$$Y_{K2} := Y_{\text{тел1}}(-l_{K2} \cdot m_x) \quad Y_{K2} = -180.23 \text{ мм} \quad \text{– ордината второй колёсной пары (точка 2 на рис. 1.2);}$$

$$Y_{\text{тел2}}(x) := Y_{K4} + \frac{Y_{K6} - Y_{K4}}{(l_{K1} - l_{K3}) \cdot m_x} \cdot (x - l_{K3} \cdot m_x). \quad \text{– уравнение второй по ходу}$$

движения тележки (прямая **4-6** на рис. 1.2);

$$Y_{K5} := Y_{\text{тел2}}(l_{K2} \cdot m_x) \quad Y_{K5} = -178.695 \text{ мм} \quad \text{– ордината пятой колёсной пары (точка 5 на рис. 1.2);}$$

$$Y_{\text{рама}}(x) := Y_{K2} + \frac{Y_{K5} - Y_{K2}}{2 \cdot l_{K2} \cdot m_x} \cdot (x + l_{K2} \cdot m_x) \quad \text{– уравнение рамы тепловоза (прямая **AB** на рис. 1.2);}$$

$\Delta_{\text{раб_2_КП}} := Y_{\text{к2}} - y_{\text{в}}(-l_{\text{к2}} \cdot m_{\text{х}})$ – поперечный разбег второй колёсной пары;

$$\Delta_{\text{раб_2_КП}} = -8.167 \text{ мм}$$

$\Delta_{\text{раб_5_КП}} := Y_{\text{к5}} - y_{\text{в}}(l_{\text{к2}} \cdot m_{\text{х}})$ – поперечный разбег пятой колёсной пары;

$$\Delta_{\text{раб_5_КП}} = -6.633 \text{ мм}$$

Полученные значения показывают, что для вписывания заданного локомотива в кривую радиусом 125 м необходимо обеспечить разбеги в сторону внутреннего рельса на 8,2 мм и 6,6 мм соответственно для второй и пятой колёсных пар. Эти разбеги не превышают допустимый конструктивными особенностями средней колесной пары тележки разбег, равный 14 мм.

$\delta_{\text{п}} := y_{\text{рама}}(-l_{\text{к1}} \cdot m_{\text{х}}) - Y_{\text{к1}}$ – расстояние первой колёсной пары до рамы тепловоза (*отрезок 1-1' на рис. 1.2*);

$$\delta_{\text{п}} = 103.402 \text{ мм}$$

$\alpha_{\text{п}} := \text{asin}\left(\frac{\delta_{\text{п}}}{l_{\text{о2}}}\right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$ $\alpha_{\text{п}} = 2.577$ град – угол поворота передней тележки.

$\delta_{\text{з}} := y_{\text{рама}}(l_{\text{к1}} \cdot m_{\text{х}}) - Y_{\text{к6}}$ – расстояние шестой колёсной пары до рамы тепловоза (*отрезок 6-6' на рис. 1.2*);

$$\delta_{\text{з}} = 127.513 \text{ мм}$$

$\alpha_{\text{з}} := \text{asin}\left(\frac{\delta_{\text{з}}}{l_{\text{о2}}}\right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}$ $\alpha_{\text{з}} = 3.178$ град – угол поворота задней тележки.

$$x_{\text{п}} := -11000 \cdot m_{\text{х}} \cdot \text{мм}, -11000 \cdot m_{\text{х}} \cdot \text{мм} + 1 \cdot \text{мм}.. 11000 \cdot \text{мм} \cdot m_{\text{х}}$$

$$x_{\text{т1}} := -l_{\text{к1}} \cdot m_{\text{х}}, -l_{\text{к1}} \cdot m_{\text{х}} + 1 \cdot \text{мм}.. -l_{\text{к3}} \cdot m_{\text{х}}$$

$$x_{\text{т2}} := l_{\text{к3}} \cdot m_{\text{х}}, l_{\text{к3}} \cdot m_{\text{х}} + 1 \cdot \text{мм}.. l_{\text{к1}} \cdot m_{\text{х}}$$

$$\text{FirstAxe}(x) := Y_{K1} \quad x_{T1_} := -l_{K1} \cdot m_x \quad \text{FirstAxe}(x_{T1_}) = -283.922 \text{ мм}$$

$$\text{ThirdAxe}(x) := Y_{K3} \quad x_{T3_} := -l_{K3} \cdot m_x \quad \text{ThirdAxe}(x_{T3_}) = -90.062 \text{ мм}$$

$$\text{ForthAxe}(x) := Y_{K4} \quad x_{T4_} := l_{K3} \cdot m_x \quad \text{ForthAxe}(x_{T4_}) = -68.062 \text{ мм}$$

$$\text{SixAxe}(x) := Y_{K6} \quad x_{T6_} := l_{K1} \cdot m_x \quad \text{SixAxe}(x_{T6_}) = -305.922 \text{ мм}$$



Направление движения тепловоза

Вписывание в кривую R=125 м

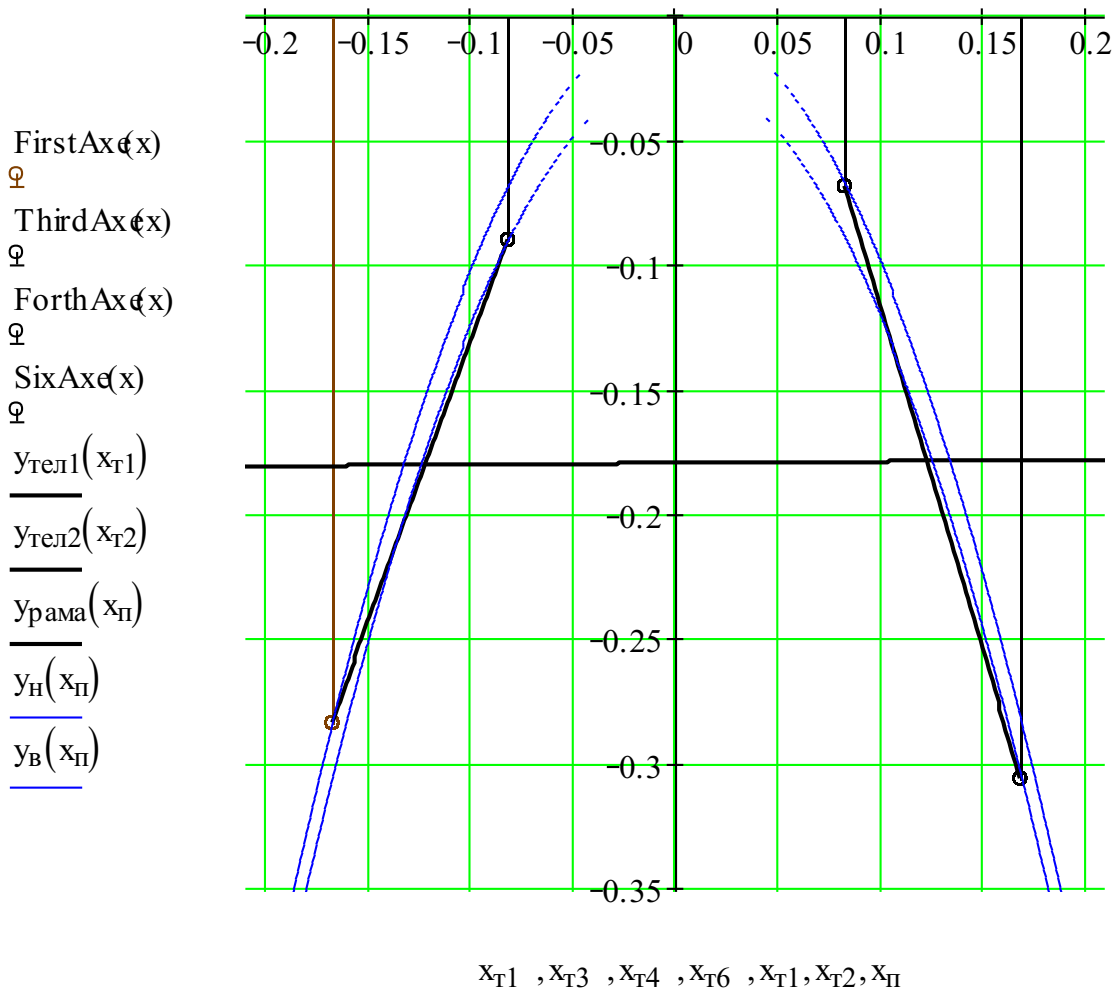


Рисунок 1.3 – Вписывание в кривую R=125 м

2. МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ВПИСЫВАНИЯ ТЕПЛОВОЗА В КРИВУЮ

Дано:

$R_{д} := 700$ – радиус кривой, м. При этом уширение рельсовой колеи $\Delta=0$;

$S2 := 1.6$ – расстояние между кругами катания бандажей, м;

$$S := \frac{S2}{2} \quad 2 \cdot S = 1.6 \text{ , м}$$

$L_{т} := 8.6$ – база тепловоза, м; $b := 3.6$ – база тележки, м;

$h := 127$ – превышение наружного рельса в кривых, мм;

$P_{ос} := 210$ – осевая нагрузка, кН;

$P_{л} := 1260$ – служебный вес тепловоза, кН;

$ж_{у} := 4$ – жёсткость пружины осевого упора, кН/мм;

$a := 16$ – начальная затяжка пружины осевого упора, кН;

$v_{к} := 100$ – конструкционная скорость тепловоза, км/ч;

$M := 33.75$ – суммарный момент от возвращающих сил и сил трения в опорно-возвращающих устройствах при повороте тележки вокруг центрального шкворня, кН·м;

$a_{н} := 0.7$ – допускаемая величина непогашенного ускорения, м/с^2 ;

$\sigma 2 := 14$ – номинальная величина суммарного зазора между гребнями бандажей колёс и внутренними гранями головок рельсов, мм [2];

$$\sigma := \frac{\sigma 2}{2} \quad 2 \cdot \sigma = 14 \text{ , мм} \quad n_{ос_т} := 3 \text{ – число осей тележки;}$$

$\mu := 0.25$ – коэффициент трения между рельсами и бандажами колёс;

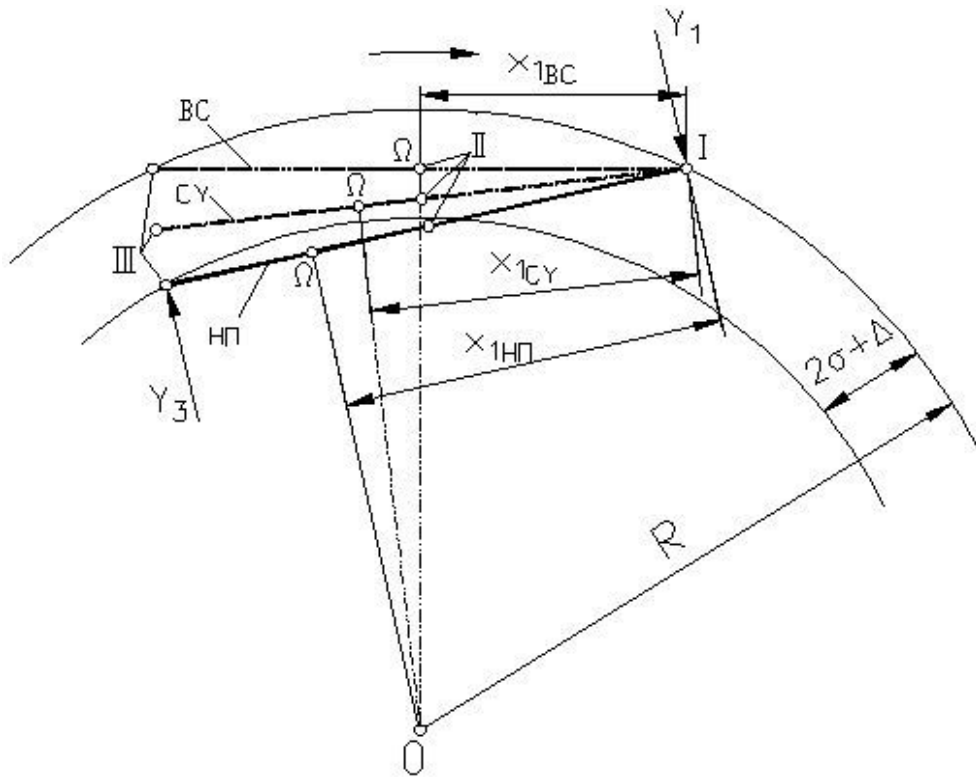
$h_{с} := 1.6$ – высота центра тяжести тепловоза над уровнем головок рельсов, м;

Тип рельса: рельсы Р65 $r_{к} := 0.525$ – радиус колеса, м;

$g := 9.81$ – ускорение свободного падения, м/с^2 .

Решение задачи ведётся в соответствии с методикой, изложенной в [1, 3]. Расчетная схема динамического вписывания тепловоза в кривую представлена на рисунке 2.1.

a)



б)

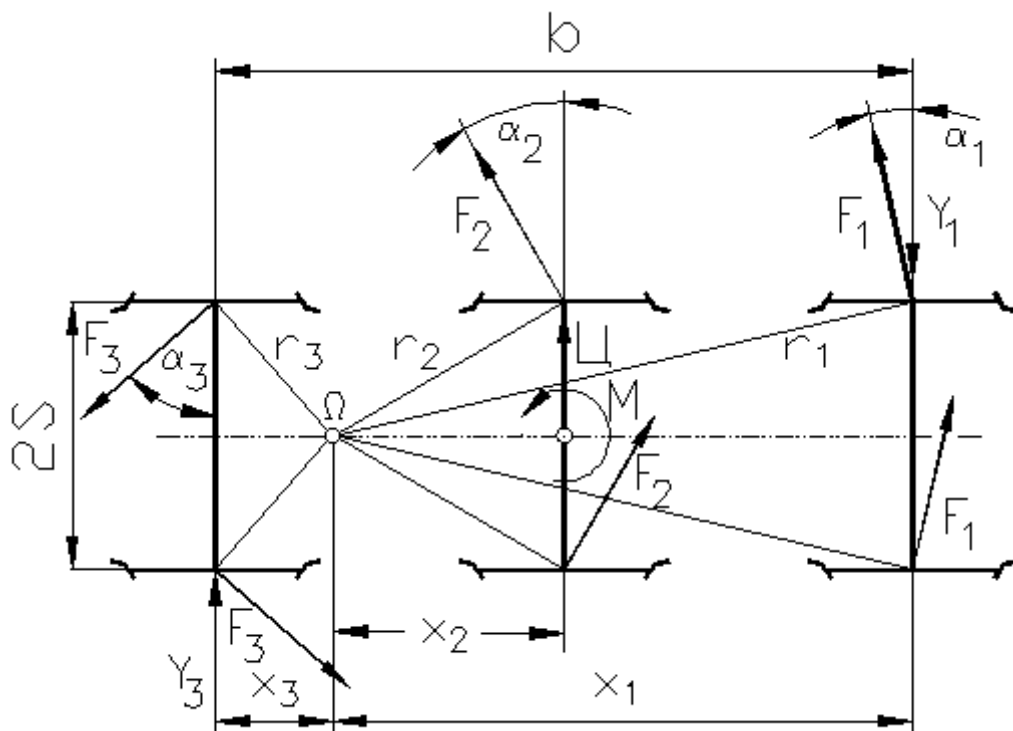


Рисунок 2.1 – Расположение трёхосной тележки в круговой кривой (а) и действующие на неё силы (б)

НП, СУ, ВС - положения тележки в кривой, соответствующие установкам наибольшего перекоса, свободной установки, высоких скоростей соответственно.

1. Допускаемая скорость движения $v_{\text{доп}}$ локомотива в кривой.

$$V_{\text{доп}}(R, h, a_H) := \sqrt{R \cdot (0.08 \cdot h + 13 \cdot a_H)} \quad , \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{доп}} := V_{\text{доп}}(R_d, h, a_H) \quad v_{\text{доп}} = 116.1 \quad , \text{ км/ч}$$

2. Полусное расстояние $x_{\text{НП}}$ тележки в положении НП (см. рисунок 2.1).

$$X_{\text{НП}}(b, R, \sigma^2) := \frac{b}{2} + \frac{R}{b} \cdot \sigma^2 \quad , \text{ м}$$

$$x_{\text{НП}} := X_{\text{НП}}(b, R_d, 2 \cdot \sigma \cdot 10^{-3}) \quad x_{\text{НП}} = 4.52 \quad , \text{ м}$$

С целью упрощения решения составим зависимости:

а) для расчёта расстояний x_2 и x_3 в функции от полусного расстояния x_1 (см. рисунок 2.1):

$$x_2(x_1) := x_1 - \frac{b}{2} \quad , \text{ м} \quad x_3(x_1) := b - x_1 \quad , \text{ м}$$

б) для расчёта радиусов r_i в функции от расстояния x_i , где $i=1,2,3$ (см. рисунок 2.1):

$$r(x) := \sqrt{x^2 + S^2} \quad , \text{ м}$$

в) для расчёта значения $\cos \alpha_i$ и $\sin \alpha_i$ в функции от расстояния x_i :

$$\cos_{\alpha}(x) := \frac{x}{r(x)} \quad \sin_{\alpha}(x) := \sqrt{1 - \cos_{\alpha}(x)^2}$$

3. Скорость перехода $v_{\text{НП}}$ из установки НП в СУ.

Для решения указанной задачи составим систему уравнений (2.1), описывающую равновесие тележки в положении наибольшего перекоса (см. рисунок 2.1) при условии, что задняя ось на грузку на внутренний рельс не передаёт ($Y_3 = 0$). При составлении системы также учитывается, что у трёхосных тележек современных тепловозов свободный разбег средней колёсной пары достигает 14 мм и поэтому первая составляющая от силы F_2 , равная $2F_2 \cos \alpha_2$, на раму тележки не передаётся и в системе не учитывается.

В системе (2.1) сила Ц – это разность между центробежной силой С, приходящейся на одну тележку, и силой C_1 , возникающей от возвышения наружного рельса h, т.е. Ц = С - C_1 .

$$C(G_T, R_d, v) := \frac{G_T \cdot v^2}{3.6^2 \cdot g \cdot R_d}, \text{ кН} \quad G_T := \frac{P_{\text{л}}}{2} - \text{часть веса тепловоза,}$$

приходящаяся на одну тележку, кН.

$$C_1(G_T, h, S) := \frac{G_T \cdot h}{2 \cdot S}, \text{ кН} \quad G_T = 630, \text{ кН}$$

$$\Pi(v) := C(G_T, R_d, v) - C_1(G_T, h \cdot 10^{-3}, S), \text{ кН}$$

$$F_1 := \mu \cdot \frac{P_{\text{ос}}}{2} \quad F_1 = 26.25, \text{ кН} \quad F_2 := F_1, \text{ кН} \quad F_3 := F_1, \text{ кН}$$

$$\Xi F(x_1) := 2 \cdot F_1 \cdot r(x_1) + 2 \cdot F_2 \cdot \sin_{\alpha}(x_2(x_1)) \cdot S + 2 \cdot F_3 \cdot r(x_3(x_1)), \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$\Xi F(x_1)$ – функция для расчёта моментов сил трения F_1 , F_2 и F_3 относительно центра поворота Ω (см. рисунок 2.1,б)

Для расчета применяем блок Given - Find:

Given

Алгебраическая сумма проекций сил на ось, перпендикулярную оси тележки:

$$\overline{-Y_1 + \Pi(v) + 2 \cdot F_1 \cdot \cos_{\alpha}(x_1) - 2 \cdot F_3 \cdot \cos_{\alpha}(x_3(x_1))} = 0 \quad (2.1)$$

Алгебраическая сумма моментов всех сил относительно центра Ω :

$$\overline{Y_1 \cdot x_1 - \Pi(v) \cdot (x_2(x_1)) - M - \Xi F(x_1)} = 0$$

$\text{Force_1}(x_1, Y_1, v) := \text{Find}(Y_1, v)$ – функция для расчёта скорости перехода из установки НП в СУ.

$Y_1 := 0 \quad v := 50$ – начальные приближения.

$\begin{pmatrix} Y_{1\text{НП}} \\ v_{\text{НП}} \end{pmatrix} := \text{Force_1}(x_{\text{НП}}, Y_1, v)$ – обращение к функции Force_1 с фактическими параметрами.

Результаты решения:

$v_{\text{НП}} = 46.6, \text{ км/ч} \quad C(G_T, R_d, v_{\text{НП}}) = 15.37, \text{ кН}$ – центробежная сила

$Y_{1\text{НП}} = 56.72, \text{ кН} \quad \Pi(v_{\text{НП}}) = -34.63, \text{ кН}$

Полученная скорость $v_{\text{НП}} = 46.6$ км/ч ниже конструкционной.

Исследуем положение тележки в СУ и установке ВС.

4. Скорость перехода $v_{\text{ВС}}$ из СУ в установку ВС.

Для расчёта скорости $v_{\text{ВС}}$ примем расстояние x_1 равным $b/2$ и решим систему (2.1).

$$x_1 := \frac{b}{2} \quad \begin{pmatrix} Y_{1\text{BC}} \\ v_{\text{BC}} \end{pmatrix} := \text{Force_1}(x_1, Y_1, v) \quad v_{\text{BC}} = 170.999$$

Полученная скорость $v_{\text{BC}} = 171$ км/ч выше конструкционной, поэтому исследование положения тележки в установке ВС не имеет смысла.

Определим положение мгновенного центра поворота в положении СУ при $v_{\text{к}} = 100$ км/ч. Для этого решим систему (2.1) относительно x_1 и Y_1 (см. ниже блок (2.2) - функцию Force_cy).

Given

$$\begin{cases} -Y_1 + \Pi(v) + 2 \cdot F_1 \cdot \cos_{\alpha}(x_1) - 2 \cdot F_3 \cdot \cos_{\alpha}(x_3(x_1)) = 0 \\ Y_1 \cdot x_1 - \Pi(v) \cdot (x_2(x_1)) - M - \Xi F(x_1) = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Force_cy(v, Y_1, x_1) := Find(Y_1, x_1) – функция для расчёта положения полюса x_1 в СУ при заданном значении скорости движения в кривой

$$Y_1 := 0 \quad x_{\text{cy}} := \frac{b}{2} \quad \text{– начальные приближения.}$$

$\begin{pmatrix} Y_{1\text{cy}} \\ x_{\text{cy}} \end{pmatrix} := \text{Force_cy}(v_{\text{к}}, Y_1, x_{\text{cy}})$ – обращение к функции Force_cy для расчёта положения полюса x_{cy} в СУ при конструкционной скорости $v_{\text{к}}$.

$$x_{\text{cy}} = 3.87 \text{ , м} \quad Y_{1\text{cy}} = 88.82 \text{ , кН} \quad \Pi_{\text{cy}} := \Pi(v_{\text{к}})$$

$$\Pi_{\text{cy}} = 20.78 \text{ , кН} \quad C_{\text{cy}} := C(G_{\text{Т}}, R_{\text{д}}, v_{\text{к}}) \quad C_{\text{cy}} = 70.79 \text{ , кН}$$

5. Исследование сил в положении СУ (см. рисунок 2.1).

Для расчёта сил в положении СУ решим систему (2.1) для ряда значений полюсного расстояния $x_{\text{П}}$, находящихся в диапазоне от $x_{\text{СУ}} = 3.87$ м до $x_{\text{НП}} = 4.52$ м (используем блок Given - Find с функцией Force_1).

$$\Delta x := \frac{(x_{\text{НП}} - x_{\text{СУ}})}{25} \quad j := 0..25 \quad x_{\text{П}j} := x_{\text{СУ}} + \Delta x \cdot j \quad \text{— формирование массива } x_{\text{П}}$$

$$Y_1 := 0 \quad v := 50 \quad \text{— начальные приближения.}$$

$\begin{pmatrix} Y_{1\text{су}j} \\ v_{\text{су}j} \end{pmatrix} := \text{Force_1}(x_{\text{П}j}, Y_1, v)$ — обращение к функции Force_1 для расчёта сил $Y_{1\text{вс}}$ и скоростей $v_{\text{су}}$ в положении СУ при различных значениях полюсного расстояния $x_{\text{П}}$.

$$\Psi_{\text{су}j} := \Psi(v_{\text{су}j}) \quad C_{\text{су}j} := C(G_{\text{T}}, R_{\text{д}}, v_{\text{су}j})$$

Результаты расчёта этих сил отражены на графике рисунке 2.2.

6. Исследование сил в положении установки НП (см. рисунок 2.1).

Для исследования положения НП, но в случае, когда задняя колёсная пара прижата к внутреннему рельсу ($Y_3 \neq 0$), необходимо задать несколько значений скоростей от 0 до $v_{\text{НП}}$ и решить систему (2.3) уравнений, приведённую ниже, относительно неизвестных Y_1 и Y_3 :

Given

$$-Y_1 + \Psi(v) + Y_3 + 2 \cdot F_1 \cdot \cos_{\alpha}(x_1) - 2 \cdot F_3 \cdot \cos_{\alpha}(x_3(x_1)) = 0 \quad (2.3)$$

$$Y_1 \cdot x_1 - \Psi(v) \cdot (x_2(x_1)) + Y_3 \cdot (x_3(x_1)) - M - \Xi F(x_1) = 0$$

$$\text{Force_2}(x_1, v, Y_1, Y_3) := \text{Find}(Y_1, Y_3)$$

$$\Delta v := 1 \quad n := \frac{\text{ceil}(v_{\text{НП}})}{\Delta v} \quad n = 47 \quad i := 0..n$$

Формирование массива скоростей: $v_i := 0 + \Delta v \cdot i$ $v_{\text{н}} := v_{\text{НП}}$

$Y_1 := 0$ $Y_3 := 0$ – начальные приближения.

$\begin{pmatrix} Y_{1-i} \\ Y_{3-i} \end{pmatrix} := \text{Force_2}(x_{\text{нп}}, v_i, Y_1, Y_3)$ – обращение к функции Force_2 для расчёта сил Y_1 и Y_3 .

$$\zeta_{\text{нп}_i} := \zeta(v_i) \quad C_{\text{нп}_i} := C(G_T, R_d, v_i)$$

Результаты расчёта этих сил отражены на графике (см. рисунок 2.2).

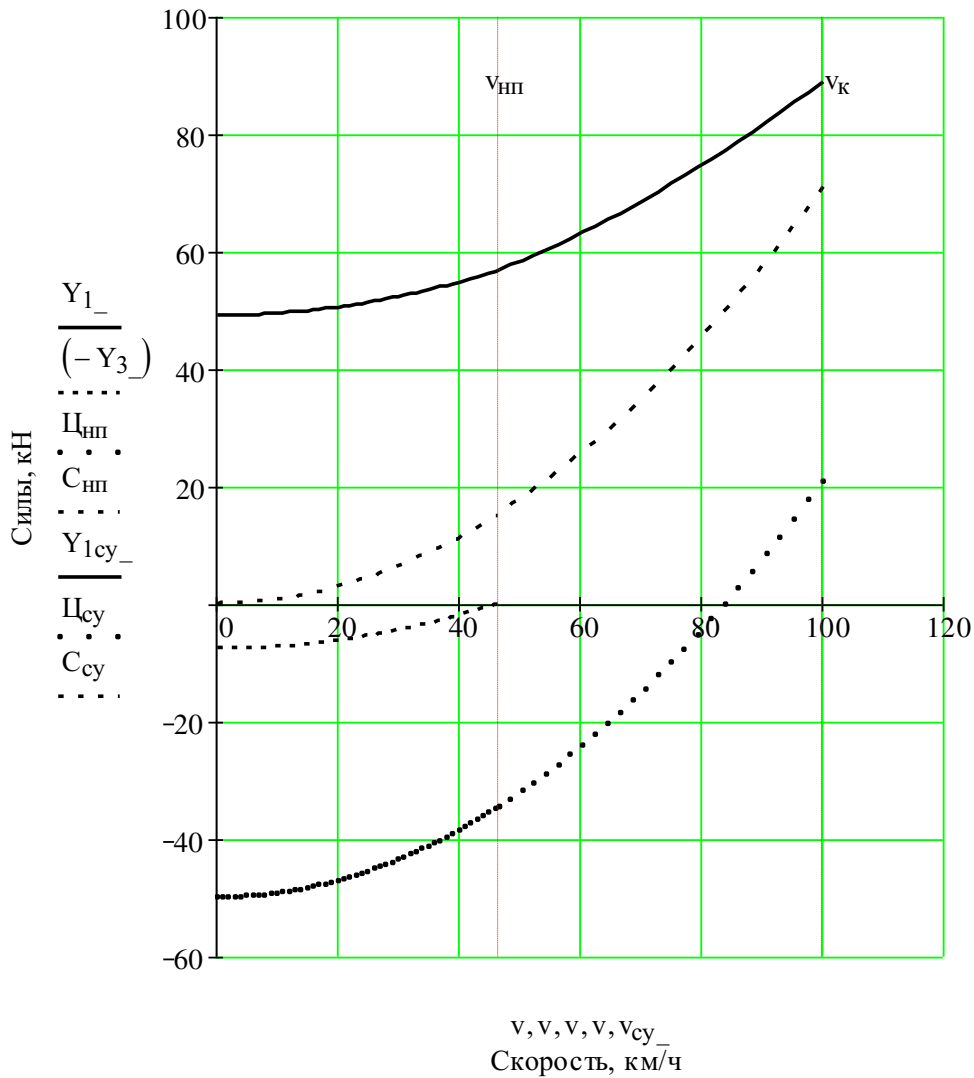


Рисунок 2.2 – Зависимости сил Y_1 , C , Y_3 , ζ от скорости движения

7. Расчёт значений бокового и рамного давления и коэффициента горизонтальной динамики.

7.1) Расчёт бокового давления $Y_1 := Y_{1cy}$:

$$Y'_1 := Y_1 - F_1 \cdot \cos_{\alpha}(x_{cy}) \quad Y'_1 = 63.11 \text{ , кН}$$

7.2) Расчёт рамного давления Y_p :

$$Y_p := Y_1 - 2 \cdot F_1 \cdot \cos_{\alpha}(x_{cy}) \quad Y_p = 37.41 \text{ , кН}$$

7.3) Расчёт коэффициента горизонтальной динамики $K_{ГД}$:

$$K_{ГД} := 1 + 0.002 \cdot v_k \quad K_{ГД} = 1.2$$

7.4) Расчёт бокового давления колеса на рельс $Y'_{1д}$ с учётом коэффициента горизонтальной динамики:

$$Y'_{1д} := (Y_1 - F_1) \cdot K_{ГД} \quad Y'_{1д} = 75.08 \text{ , кН}$$

8. Расчёт нагрузки от колеса на наружный рельс P_H :

$$P_{Нр}(P_{ос}, \Psi, S, h_c, n_{ос_т}, Y_p, r_k) := \frac{P_{ос}}{2} + \frac{\Psi \cdot h_c}{2 \cdot S \cdot n_{ос_т}} + \frac{Y_p \cdot r_k}{2 \cdot S}$$

$$P_H := P_{Нр}(P_{ос}, \Psi(v_k), S, h_c, n_{ос_т}, Y_p, r_k) \quad P_H = 124.2 \text{ , кН}$$

9. Расчёт упругого отжатия рельса y :

$$k := 10^3 \cdot g^{-1} \text{ - переводной коэффициент}$$

$$y(\alpha, \beta, f, Y'_1, P_H) := \left[\alpha \cdot Y'_1 \cdot k + \frac{(Y'_1 - f \cdot P_H) \cdot k}{\beta} \right] \cdot K_{ГД}$$

Для рельса Р65 значения коэффициентов a , b , f равны (см. [3]):

$$\alpha := 0.00007 \quad \beta := 1500 \quad f := 0.15$$

$u_{\max} := 6$ мм, наибольшее допустимое отжатие

$$u_{отж} := y(\alpha, \beta, f, Y'_1, P_H) \quad u_{отж} = 4.17 \text{ мм, боковое отжатие головки рельса.}$$

Таким образом, боковое отжатие головки рельса $u_{отж} = 4.17$ мм не превышает максимально допустимого $u_{\max} = 6$ мм.

10. Расчёт упругого перемещения передней колёсной пары s_1 :

$$s_1 := \frac{Y_p - a}{ж_y} \quad s_1 = 5.35 \text{ , ì}$$

11. Оценка безопасности движения в кривых.

Из [1, 3] известно, что для обеспечения безопасного движения в кривых необходимо обеспечить выполнение условия $\frac{Y'_{1д}}{\Pi} \leq 1.2$, где $\Pi := \frac{P_{ос}}{2}$ – нагрузка от колеса на рельс, кН.

$$\Pi = 105 \text{ , кН}$$

$$\frac{Y'_{1д}}{\Pi} = 0.715 \text{ , т.е. обеспечивается выполнение критерия безопасности движения}$$

12. Определение углов поворотов тележек в кривой [3].

12.1 Угол поворота α_{Π} передней тележки:

$$\alpha_{\Pi} := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{L_T}{2} - X_2(x_{\text{НП}})}{R_d}\right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi} \quad \alpha_{\Pi} = 0.129 \text{ }^\circ$$

12.2 Угол поворота α_3 задней тележки:

$$\alpha_3 := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{L_T}{2} + X_2(x_{\text{НП}})}{R_d}\right) \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi} \quad \alpha_3 = 0.575 \text{ }^\circ$$

ВЫВОДЫ

Анализ результатов расчёта показывает, что заданный тепловоз в кривой радиусом $R_d = 700$ м может следовать с конструкционной скоростью

$$v_k = 100 \text{ км/ч.}$$

3 УНИВЕРСАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА РАСХОДА ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ ДИЗЕЛЬ

Расчетная схема дизеля 16ЧН 26/26 представлена на рисунке 3.1.

Расчетная схема дизеля

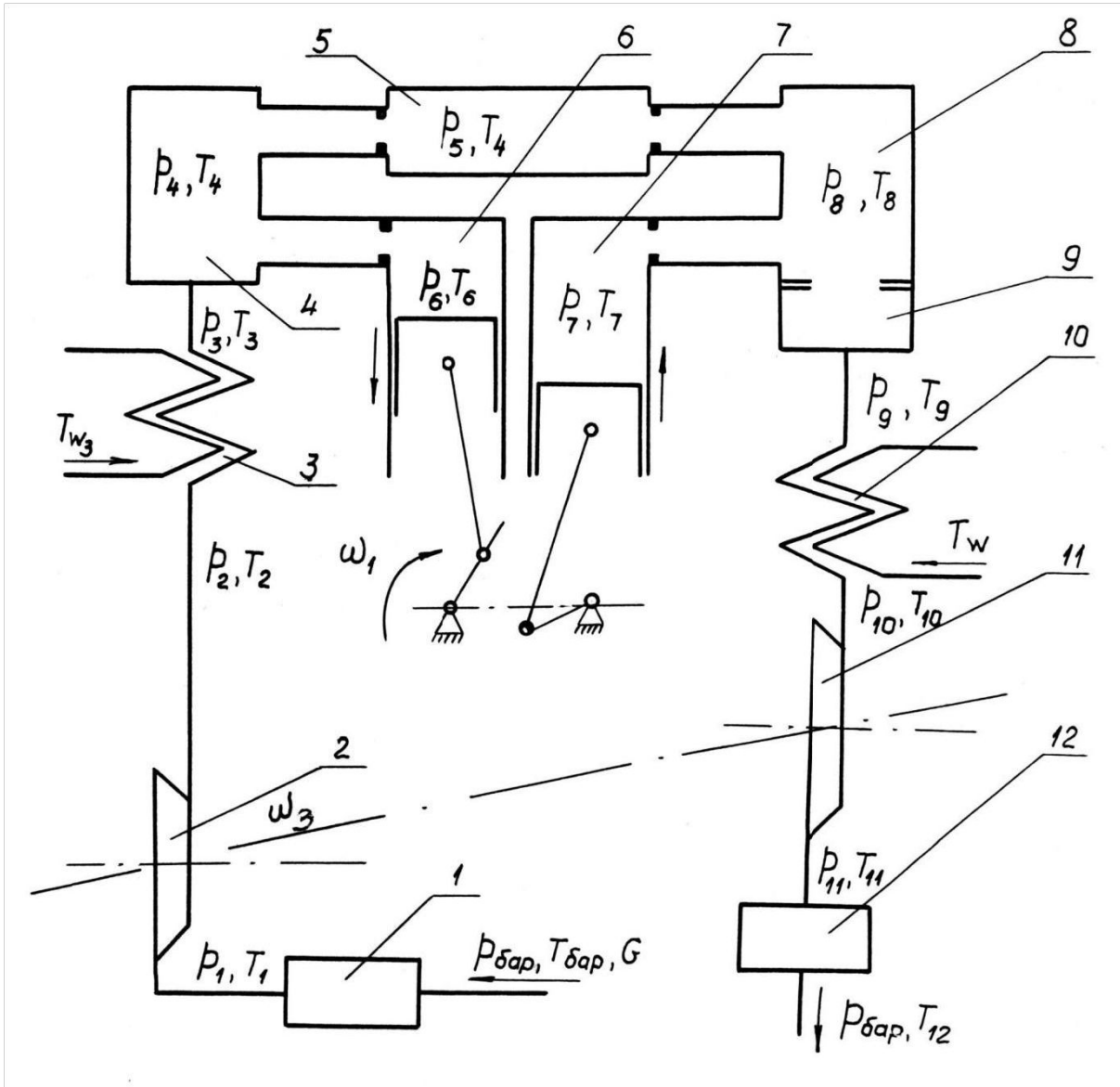


Рисунок 3.1 – Расчетная схема дизеля

- 1 – фильтр; 2 – компрессор; 3 - теплообменник наддувочного воздуха;
- 4 - впускной коллектор; 5 - объём камеры сгорания при продувке;
- 6 - объём цилиндров при наполнении; 7 - объём цилиндров при выпуске;
- 8 и 9 - выпускной коллектор; 10 - охлаждаемая часть выпускного коллектора;
- 11 - газовая турбина; 12 – глушитель

Данная задача является частью математической модели дизеля, разработанной на нашей кафедре [4], и включает нелинейные алгебраические

вательных этапов: истечения газа из цилиндров и продувки, перемешивания в полости 8 отработанного газа и продувочного воздуха, преодоления условного сопротивления между полостями 8 и 9, охлаждения рабочего тела в коллекторе 10 (см. рисунок 3.1). При рассмотрении истечения газа из объема 8 условно предполагалось, что скорость газа в этом объеме равна нулю и кинетическая энергия выпуска газа из цилиндров полностью преобразуется в потенциальную. Фактически часть кинетической энергии в виде волны давления распространяется вдоль газовыхлопного тракта и достигает турбины. В данной модели преобразование потенциальной энергии газа в кинетическую вынесено в условное сопротивление (диафрагму) между полостями 8 и 9 (см. рисунок 3.1), поэтому считалось, что температура газа после диафрагмы ниже температуры в объеме 8 на величину, соответствующую изменению кинетической энергии газа за счет адиабатического расширения.

В рассматриваемой модели учтён фактор нестационарности теплового состояния газовойпускного тракта за счет условного теплообменника 10, охлаждаемого теплоносителем. Теплообменник представлен на рисунке 3.2. Условия обтекания рабочим телом теплообменника неравнозначны. Имеются по крайней мере два типа обтекания: соударение струи газа со стенкой в зоне "а1" и обтекание вдоль поверхности коллектора в зоне "а2". В зоне "а1" в период свободного выпуска струя газа может ударяться в стенку коллектора и обтекать её с критической скоростью. Скорость обтекания остальных участков не превышает, как правило, 150 м/с.

С учетом принятых допущений в модели число объектов, по которым рассчитываются перепады давлений рабочего тела, установлено равным 7 (фильтр, компрессор, теплообменник наддувочного воздуха, часть дизеля между впускным и выпускным коллекторами, условная диафрагма, турбина и глушитель).

Исходные данные:

Коэффициенты аппроксимационных зависимостей:

1. используемые при расчете индикаторного КПД дизеля:

$$k_1 := 0.384 \quad k_2 := 0.73 \cdot 10^{-3} \quad k_3 := 0 \quad k_4 := 0.0158 \quad k_5 := 0.56 \cdot 10^{-3}$$

$$k_6 := 0.1 \quad k_7 := 0.24$$

2. используемые при расчете коэффициента потерь тепловой энергии от недожога топлива:

$$k_8 := 0.04 \quad k_9 := 0.325 \cdot 10^{-3} \quad k_{10} := 1.95 \quad k_{11} := 0.75 \cdot 10^{-2}$$

$$k26 := 1.356 \quad k27 := 0.8 \quad k28 := 1.4 \quad k29 := 0.78$$

$$k30 := 0.83 \quad k31 := 0.1 \quad k32 := 0.0035 \quad k33 := 500$$

5. учитывающие сопротивления фильтра и теплообменника наддувочного воздуха соответственно:

$$k34 := 30800 \quad k35 := 183000$$

6. учитывающие сопротивления между впускным и выпускным коллекторами, условной диафрагмы, глушителя выхлопа соответственно:

$$k36 := 83 \cdot 10^6 \quad k37 := 52 \cdot 10^4 \quad k38 := 29 \cdot 10^3$$

7. используемые при расчете расхода рабочего тела в процессе наполнения цилиндров дизеля:

$$k39 := 1 \quad k40 := 0.22$$

8. используемые при расчете перепада давлений по условной диафрагме:

$$k41 := 1.4 \quad k42 := 3.5$$

9. учитывающие теплоёмкость газа и площадь сечения выпускного коллектора на входе в турбину соответственно:

$$k43 := 1096 \quad k44 := 0.042$$

10. используемые при расчете коэффициента теплоотдачи от газа стенкам коллектора:

$$k45 := 0.65 \quad k46 := 2.5$$

11. учитывающие доли теплоотдачи от газа стенкам коллектора в зонах "a1" и "a2" соответственно:

$$k47 := 800 \quad k48 := 50$$

12. используемые при расчете перепада давлений по турбине:

$$k49 := 0.054 \quad k50 := 0.4 \quad k51 := 1960 \quad k52 := 0.009$$

$$k53 := 0.51 \quad k54 := 4.5$$

13. используемые при расчете КПД турбины:

$$k55 := 0.7921 \quad k56 := 1.633 \quad k57 := 0.58$$

Далее следуют переменные программы, обозначения которых приближены к математическим обозначениям и к обозначениям на рисунках 3.1, 3.2.

Постоянные параметры дизеля:

$$V_h := 0.2204 \quad \text{— рабочий объём цилиндра, м}^3;$$

$$z := 16 \quad \text{— число цилиндров;} \quad \tau := 2 \quad \text{— тактность;}$$

$$R_T := 286.5 \quad \text{— газовая постоянная, Дж/(кг} \cdot \text{°K);}$$

- $L_O := 14.3$ – теоретически необходимое количество воздуха для сгорания 1 кг топлива, кг;
 $H_u := 425 \cdot 10^5$ – теплотворная способность топлива, Дж/кг;
 $k_T := 1.33$ – показатель адиабаты отработанного газа;
 $k_B := 1.4$ – показатель адиабаты воздуха;
 $P_{бар} := 99400$ – давление окружающей среды, Па;
 $T_{бар}$ – температура окружающей среды, °К;
 $P_{ст} := 101300$ – стандартное атмосферное давление воздуха, Па;
 $T_{ст} := 293$ – стандартное значение температуры воздуха, °К;
 $r_K := 0.19$ – радиус рабочего колеса компрессора, м;
 $\eta_x := 0.8$ – коэффициент эффективности теплообменника наддувочного воздуха;
 $T_{w3} := 313$ – температура воды контура теплообменника наддувочного воздуха, °К;
 $T_4 := 313$ – температура рабочего тела во впускном коллекторе, °К;
 $f_1 := 0.6$ – площадь поверхности жаровой трубы в зоне "a₁", м²;
 $f_2 := 3.6$ – площадь поверхности жаровой трубы в зоне "a₂", м²;
 $TA1 := 400$ – температура стенок охлаждаемой части выпускного коллектора в зоне "a₁", °К;
 $TA2 := 366$ – температура стенок охлаждаемой части выпускного коллектора в зоне "a₂", °К;

Начальные значения изменяющихся параметров дизеля (содержание обозначений см. ниже):

$$P_8(G_B) := 105000$$

$$T_{10'}(G_B) := 370$$

$$T_{10}(G_B) := 370$$

Уравнения, не зависящие от расхода воздуха:

Параметры А, В, С характеристики компрессора:

$$A := k_{21} \cdot \left(.01 \cdot r_K \cdot \omega_{TK} \cdot \sqrt{\frac{T_{ст}}{T_{бар}}} \right)^{k_{22}} \quad C := k_{23} \cdot \left(.01 \cdot r_K \cdot \omega_{TK} \cdot \sqrt{\frac{T_{ст}}{T_{бар}}} \right)^{k_{24}} + k_{25}$$

Цикловая подача топлива:

$$B := k_{26} \cdot \left(.01 \cdot r_K \cdot \omega_{TK} \cdot \sqrt{\frac{T_{ст}}{T_{бар}}} \right)^{k_{27}} + k_{28} - A \quad q_{ц} := \frac{b_T \cdot \tau \cdot 2 \cdot \pi}{\omega_D \cdot z}$$

КПД компрессора:

$$\eta_K := k29 - k32 \cdot \left(1 - \frac{\omega_{TK}}{k33}\right)^2$$

Действительная работа компрессора:

$$L2 := \frac{k_B}{k_B - 1} \cdot R_{\Gamma} \cdot T_{\text{бар}} \cdot \frac{(C + k30) \left(\frac{k_B - 1}{k_B} - 1\right)}{\eta_K}$$

Температура воздуха после компрессора:

$$T2 := T_{\text{бар}} + \frac{k_B - 1}{k_B} \cdot \frac{1}{R_{\Gamma}} \cdot L2$$

Температура воздуха после теплообменника наддувочного воздуха:

$$T3 := T2 \cdot (1 - \eta_X) + T_{w3} \cdot \eta_X$$

Уравнения, зависящие от расхода воздуха:

$$\alpha(G_B) := \frac{G_B}{b_T \cdot L_0} \quad \text{— коэффициент избытка воздуха.}$$

Индикаторный КПД дизеля $\eta_d(G_B)$:

$$\eta_{d2}(G_B) := k1 + k2 \cdot (\omega_d - k3) - k4 \cdot (\alpha(G_B) - 3)^2$$

$$\eta_{d1}(G_B) := k1 + k2 \cdot (\omega_d - k3) - k5 \cdot (\alpha(G_B) - 3)^2$$

$$\eta_{d4}(G_B) := \text{if}(\alpha(G_B) > 3, \eta_{d1}(G_B), \eta_{d2}(G_B))$$

$$\eta_{d3}(G_B) := k6 + k7 \cdot \alpha(G_B)$$

$$\eta_d(G_B) := \text{if}(\eta_{d3}(G_B) - \eta_{d4}(G_B) \leq 0, \eta_{d3}(G_B), \eta_{d4}(G_B))$$

Коэффициенты использованной и потерянной теплоты $\xi(G_B)$ и $\xi_1(G_B)$ соответственно:

$$\xi_{01}(G_B) := -(k8 + k9 \cdot \omega_d) \cdot (\alpha(G_B) - k10 - k11 \cdot \omega_d)^2 + k12 + k13 \cdot \omega_d$$

$$\xi_{02} := k12 + k13 \cdot \omega_d$$

$$\xi(G_B) := \text{if}(\alpha(G_B) > k10 + k11 \cdot \omega_d, \xi_{02}, \xi_{01}(G_B))$$

$$\xi_{03}(G_B) := k14 + \frac{k15}{\alpha(G_B)^4} + k16 - k17 \cdot \frac{\omega_d - 36.65}{\omega_d} + k18 \cdot \frac{q_{\text{ц}}}{P8(G_B)}$$

$$\xi_{04}(G_B) := k19 - k20 \cdot \alpha(G_B) + k16 - k17 \cdot \frac{\omega_d - 36.65}{\omega_d} + k18 \cdot \frac{q_{\text{ц}}}{P8(G_B)}$$

$$\xi_1(G_B) := \text{if}(\alpha(G_B) < 1, \xi_{04}(G_B), \xi_{03}(G_B))$$

Приведенный расход воздуха через Перепад давлений по фильтру $\pi_\phi(G_B)$: компрессор:

$$G_{Kпр}(G_B) := G_B \cdot \frac{P_{ст}}{P_{бар}} \cdot \sqrt{\frac{T_{бар}}{T_{ст}}} \quad \pi_\phi(G_B) := k_{34} \cdot G_B^2 \cdot \frac{T_{бар}}{P_{бар}^2} + 1$$

Степень повышения давления воздуха в компрессоре $\pi_K(G_B)$:

$$\pi_K(G_B) := C \cdot \left[1 - \left(\left| \frac{G_{Kпр}(G_B) - A}{B} \right| \right)^5 \right] - k_{31} \cdot (G_{Kпр}(G_B) - A) + k_{30}$$

Перепад давлений по теплообменнику надувочного воздуха $\pi_{ТНВ}(G_B)$:

$$\pi_{ТНВ}(G_B) := k_{35} \cdot G_B^2 \cdot \frac{T_3}{\left(\pi_K(G_B) \cdot \frac{P_{бар}}{\pi_\phi(G_B)} \right)^2} + 1$$

$P_4(G_B) := \frac{\pi_K(G_B)}{\pi_\phi(G_B) \cdot \pi_{ТНВ}(G_B)} \cdot P_{бар}$ – давление воздуха во впускном коллекторе.

Расход рабочего тела в процессе наполнения цилиндров дизеля:

$$G_d(G_B) := \left[1 - k_{40} \cdot \left(k_{39} - \frac{35}{\omega_d} \right) \right] \cdot \omega_d \cdot P_4(G_B) \cdot \frac{V_h}{T_4 \cdot R_T \cdot 2 \cdot \pi \cdot \tau}$$

Расход продувочного воздуха: $G_5(G_B) := G_B - G_d(G_B)$

Перепад давлений по дизелю между впускным и выпускным коллекторами $\pi_d(G_B)$:

$$\pi_{d1}(G_B) := k_{36} \cdot G_5(G_B)^2 \cdot \frac{T_4}{P_4(G_B)^2} + 1 \quad P_{8A}(G_B) := \frac{P_4(G_B)}{\pi_{d1}(G_B)}$$

$$\pi_{d2}(G_B) := k_{36} \cdot G_5(G_B)^2 \cdot \frac{T_{10'}(G_B)}{P_8(G_B)^2} + 1 \quad P_{8B}(G_B) := P_4(G_B) \cdot \pi_{d2}(G_B)$$

Давление рабочего тела в выпускном коллекторе:

$$P_8(G_B) := \text{if}(G_5(G_B) < 0, P_{8B}(G_B), P_{8A}(G_B))$$

$$\pi_d(G_B) := \frac{P_4(G_B)}{P_8(G_B)} \quad \text{Расход газа: } G_T(G_B) := G_B + b_T$$

Температура рабочего тела в выпускном коллекторе:

$$T8(G_B) := b_T \cdot H_u \cdot \frac{(\xi(G_B) - \eta_d(G_B) - \xi_1(G_B))}{k43 \cdot G_T(G_B)} + \frac{G_B}{G_T(G_B)} \cdot T3$$

Перепад давлений по условной диафрагме выпускного коллектора $\pi_{уд}(G_B)$:

$$\pi_{уд}(G_B) := \left[k41 - k42 \cdot \left(\frac{\omega_d - 71}{104.7} \right)^2 \right] \cdot k37 \cdot G_T(G_B)^2 \cdot \frac{T8(G_B)}{P8(G_B)^2} + 1$$

Давление и температура рабочего тела после диафрагмы:

$$P9(G_B) := \frac{P8(G_B)}{\pi_{уд}(G_B)}$$

$$T9(G_B) := T8(G_B) - \frac{k_T - 1}{2 \cdot k_T} \cdot G_T(G_B)^2 \cdot T10(G_B)^2 \cdot \frac{R_T}{k44^2 \cdot P9(G_B)^2}$$

Коэффициент теплоотдачи от газа стенкам охлаждаемого водой выпускного тракта:

$$\alpha_T(G_B) := G_T(G_B)^{k45} \cdot k46$$

Температура газа после прохождения зоны «а₁» выпускного коллектора:

$$T10'(G_B) := \frac{T9(G_B) \cdot k43 \cdot G_T(G_B) + 0.5 \cdot k47 \cdot \alpha_T(G_B) \cdot f1 \cdot (2 \cdot TA1 - T9(G_B))}{k43 \cdot G_T(G_B) + 0.5 \cdot k47 \cdot \alpha_T(G_B) \cdot f1}$$

Температура газа после прохождения зоны «а₂» выпускного коллектора:

$$T10(G_B) := \frac{T10'(G_B) \cdot k43 \cdot G_T(G_B) + 0.5 \cdot k48 \cdot \alpha_T(G_B) \cdot f2 \cdot (2 \cdot TA2 - T10'(G_B))}{k43 \cdot G_T(G_B) + 0.5 \cdot k48 \cdot \alpha_T(G_B) \cdot f2}$$

Приведенный расход газа через турбину:

$$G_{Гпр}(G_B) := G_T(G_B) \cdot \frac{P_{ст}}{\sqrt{T_{ст} \cdot P9(G_B)}} \cdot \sqrt{T10(G_B)}$$

Перепад давлений по турбине $\pi_T(G_B)$:

$$\pi_{T1}(G_B) := 1 + k49 \cdot G_{Гпр}(G_B) \cdot \left[1 + k50 \cdot \left(1 - \frac{\omega_{ТК}}{k51} \right) \right]$$

$$\pi_{T2}(G_B) := 1 + k49 \cdot G_{Гпр}(G_B) \cdot \left[1 + k50 \cdot \left(1 - \frac{\omega_{ТК}}{k51} \right) \right] + k52 \cdot \left| (G_{Гпр}(G_B) - k53)^{k54} \right|$$

$$\pi_T(G_B) := \text{if}(G_{\Gamma_{\text{пр}}}(G_B) < 0.96, \pi_{T1}(G_B), \pi_{T2}(G_B))$$

Адиабатная работа 1 кг газа в турбине:

$$H_T(G_B) := \frac{k_{\Gamma}}{k_{\Gamma} - 1} \cdot R_{\Gamma} \cdot T_{10}(G_B) \cdot \left[1 - \pi_T(G_B)^{\frac{(1-k_{\Gamma})}{k_{\Gamma}}} \right]$$

Эффективный КПД турбины:

$$\eta_{T1} := 0.1 \quad \eta_{T2}(G_B) := k55 - k56 \cdot \left(r_{\text{к}} \cdot \frac{\omega_{\text{тк}}}{\sqrt{2 \cdot H_T(G_B)}} - k57 \right)^2$$

$$\eta_T(G_B) := \text{if}(\eta_{T2}(G_B) < 0.1, \eta_{T1}, \eta_{T2}(G_B))$$

Температура газа за турбиной:

$$T_{11}(G_B) := T_{10}(G_B) \cdot \left[1 - \left[1 - \pi_T(G_B)^{\frac{(1-k_{\Gamma})}{k_{\Gamma}}} \right] \cdot \eta_T(G_B) \right]$$

Перепад давлений по глушителю выхлопа газа $\pi_{\Gamma_{\text{л}}}(G_B)$:

$$\pi_{\Gamma_{\text{л}}}(G_B) := k38 \cdot G_{\Gamma}(G_B)^2 \cdot \frac{T_{11}(G_B)}{\left(\frac{P9(G_B)}{\pi_T(G_B)} \right)^2} + 1$$

Для удобства расчета расхода воздуха различными численными методами обозначим в виде функции $y1(G_B)$ разность $(\Pi \pi_{\Gamma} - 1)$, тогда величина G_B будет являться корнем, обращающим выражение, стоящее в правой части равенства, в ноль:

$$y1(G_B) := \pi_{\phi}(G_B) \cdot \frac{1}{\pi_{\text{к}}(G_B)} \cdot \pi_{\text{тнв}}(G_B) \cdot \pi_{\text{д}}(G_B) \cdot \pi_{\text{уд}}(G_B) \cdot \pi_T(G_B) \cdot \pi_{\Gamma_{\text{л}}}(G_B) - 1$$

Далее следует задать параметры режима работы дизеля (величины угловых скоростей ротора турбокомпрессора $\omega_{\text{тк}}$ от 100 до 2000 рад/с и коленчатого вала дизеля $\omega_{\text{д}}$ от 36.7 до 104.7 рад/с, секундного расхода топлива $b_{\text{т}}$ от 0.01 до 0.14 кг/с). Минимальные значения параметров соответствуют работе дизеля на холостом ходу, а максимальные значения – номинальному режиму работы дизеля, при этом расход воздуха изменяется от 0.5 до 4.5 кг/с соответственно. Подбор расхода воздуха G_B может производиться как в установившихся режимах, так и в переходных. Контролировать это можно по значению коэффициента избытка воздуха $\alpha(G_B)$. При $\alpha(G_B) < 1.2$ работа дизеля нежелательна, поэтому следует увеличить значение начального приближения G_B , либо изменить задание параметров режима. При $\alpha(G_B)$

>1.8 режим работы дизеля можно принять установившимся, а ниже этого значения – считать переходным.

Для расчета расхода воздуха применены численные методы с помощью: 1) функции `root`, 2) блока `Given – Find`, 3) блока `Given – Minerr` и 4) программного блока, включающего метод Ньютона. Все они требуют задания начального приближения расхода воздуха. Если начальное значение расхода воздуха G_v далеко от точного значения, программа может не найти решения. В этом случае нужно поварьировать начальными значениями G_v . Такой подбор по каждому методу действительно производился вручную для разных режимов работы дизеля как при переходных, так и установившихся процессах. Было выявлено, что, если по одному из четырех численных методов подобрать начальное значение G_v , это значение подходит и для других методов.

При использовании 1-го и 4-го методов можно создать программный блок, который автоматически будет подбирать начальное значение для нахождения точного решения. Это показано ниже на примере 1-го метода и основано на использовании специального оператора программирования `on error` (оператора перехвата ошибок). Подобранный начальное значение автоматически передается 2, 3, 4 методам для нахождения точного решения. Для того, чтобы коэффициент избытка воздуха соответствовал установившимся режимам работы дизеля, подбор всегда начинается с наибольшего значения расхода воздуха, равного 5 кг/с, независимо от задания параметров режима работы дизеля.

Начальное приближение G_v (не менять): $G_v \equiv 5$

Задание параметров режима работы дизеля (можно менять):

$$\omega_{\text{TK}} \equiv 2000 \qquad \omega_{\text{д}} \equiv 104.7 \qquad b_{\text{T}} \equiv 0.136$$

Решение задачи с помощью:

1. встроенной функции `root` (метод секущих), помещенной в программный блок `RZ1`, который автоматически выбирает начальное значение расхода воздуха и находит точное решение:

$$\text{RZ1} := \left| \begin{array}{l} G_n \leftarrow G_v \\ \text{for } n \in 1..9 \\ G_n \leftarrow G_n - 0.5 \quad \text{on error return } R^{(0)} \leftarrow \left(\begin{array}{c} G_n \\ \text{root}(y1(G_n), G_n) \end{array} \right) \end{array} \right.$$

`нач_знач := RZ10 точн_знач := RZ11`

Проверка обращения функции `y1` в ноль:

$$\text{нач_знач} = 4.5 \quad \text{точн_знач} = 4.37969 \quad y1(\text{точн_знач}) = 7.73735 \times 10^{-5} .$$

Оператор on error работает следующим образом: если в выражении, стоящем справа от оператора возникает ошибка (функция root не может найти решение), выполняется выражение, стоящее слева от оператора on error, т.е. изменяется (уменьшается) в цикле начальное значение расхода воздуха G_n . Как только величина G_n станет приемлемой для функции root, она найдёт точное решение и возвратит его по оператору return имени блока RZ1. По этому же оператору возвращается и подобранное начальное значение G_n .

2.вычислительного блока Given - Find (метод итераций):

$$\text{Given} \quad y1(\text{нач_знач}) = 0 \quad G1 := \text{Find}(\text{нач_знач})$$

Истинные значения расхода воздуха и коэффициента избытка воздуха:

Проверка обращения функции $y1$ в ноль:

$$G1 = 4.37966 \quad \alpha(G1) = 2.25198 \quad y1(G1) = -8.1405 \times 10^{-8} .$$

3.вычислительного блока Given - Minerr:

$$\text{Given} \quad y1(\text{нач_знач}) = 0 \quad G2 := \text{Minerr}(\text{нач_знач})$$

$$G2 = 4.37966 .$$

Проверка обращения функции $y1$ в ноль:

$$y1(G2) = -8.1405 \times 10^{-8} .$$

4.программного блока Z(y, x), использующего метод Ньютона (касательных):

$$Z(y, x) := \left| \begin{array}{l} x1 \leftarrow x + 2 \cdot \text{TOL} \\ \text{while } |x1 - x| > \text{TOL} \\ \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow x1 \\ dyx \leftarrow \frac{d}{dx} y(x) \\ x \leftarrow x + 0.0001 \text{ if } dyx = 0 \\ x1 \leftarrow x - \frac{y(x)}{dyx} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$G3 := Z(y1, \text{нач_знач})$$

Проверка обращения функции $y1$ в ноль:

$$G3 = 4.37966 . \quad y1(G3) = 1.03968 \times 10^{-5} .$$

Другой, более наглядный, способ проверки полученного решения: вывод на экран значения произведения перепадов давлений π_i по i -ым эле-

ментам расчетной схемы дизеля (см. рисунок 3.1), которое должно равняться единице, т.е. $\prod \pi_i = 1$, где $i = 1, 2, \dots, 7$. Для этого нужно набрать произведение соответствующих функций и нажать клавишу "=" (в скобках, после имени функции, указать точное значение расхода воздуха):

$$\pi_{\phi}(G2) \cdot \frac{1}{\pi_{\kappa}(G2)} \cdot \pi_{\text{тнв}}(G2) \cdot \pi_{\text{д}}(G2) \cdot \pi_{\text{уд}}(G2) \cdot \pi_{\text{т}}(G2) \cdot \pi_{\text{гл}}(G2) = 1.$$

По аналогии можно также вывести значение любого из расчетных параметров математической модели. К примеру, вывести величины цикловой подачи топлива и давления рабочего тела во впускном коллекторе:

$$q_{\text{ц}} = 1.02019 \times 10^{-3} \quad P4(G1) = 2.38062 \times 10^5$$

Следует отметить, что при решении большинства задач, приведенных в 1-ой части методических указаний, длительность расчетов для получения решения составляла не более 1 минуты. При решении данной задачи, включающей около 50 уравнений для расчёта расхода воздуха, требуется в Mathcad 11 от одной до трёх минут в зависимости от метода решения и задания режима работы дизеля. Быстрее считают 1, 2 и 3 методы. Точнее считают 2 и 3 методы (см. выше проверку обращения $y1()$ в ноль).

В заключение, убедившись в достоверности результата, полученного разными методами, исследуем влияние на расход воздуха $G_{\text{в}}$, например, изменения температуры окружающей среды $t_{\text{бар}}$ от -30°C до 30°C с шагом 15°C . Действия пользователя по выполнению аналогичного исследования подробно описаны в 1-ой части методических указаний в разделе 1. Однако при желании можно в этом разобраться самостоятельно (см. ниже).

Функция формирования матрицы результата:

Обращение к функции RZ(d):

$$T_{\text{бар}} \equiv 288 \quad RZ(d) := \begin{pmatrix} d \\ G1 \end{pmatrix} \quad RZ(T_{\text{бар}}) = \begin{pmatrix} 288 \\ 4.37966 \end{pmatrix}.$$

Занесение результатов (копирование) в матрицы X1, X2, X3, X4, X5:

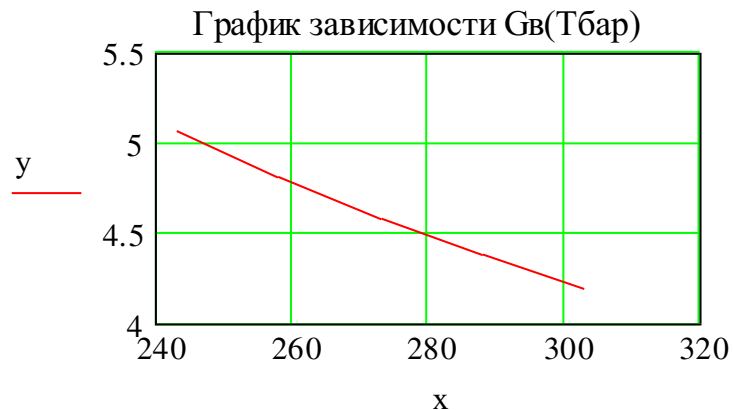
$$X1 := \begin{pmatrix} 243 \\ 5.0611 \end{pmatrix} \quad X2 := \begin{pmatrix} 258 \\ 4.80861 \end{pmatrix} \quad X3 := \begin{pmatrix} 273 \\ 4.58296 \end{pmatrix}$$

$$X4 := \begin{pmatrix} 288 \\ 4.37966 \end{pmatrix} \quad X5 := \begin{pmatrix} 303 \\ 4.19504 \end{pmatrix}$$

Объединение матриц в матрицу M, её транспонирование в матрицу Q, выделение из матрицы Q векторов аргумента и функции ($x = T_{\text{бар}}$, $y = G_{\text{в}}$):

$$M := \text{augment}(X1, X2, X3, X4, X5) \quad Q := M^T \quad x := Q^{(0)} \quad y := Q^{(1)}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 243 & 5.0611 \\ 258 & 4.80861 \\ 273 & 4.58296 \\ 288 & 4.37966 \\ 303 & 4.19504 \end{pmatrix}$$



$$\delta := \frac{y_0 - y_4}{y_0} \cdot 100 \quad \delta = 17.11209$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что летом при $t = 30^\circ \text{C}$ расход воздуха, проходящего через дизель в секунду на номинальном режиме работы, меньше на величину $\delta = 17\%$ по сравнению с зимним временем года при $t = -30^\circ \text{C}$. Объясните это с физической точки зрения.

Попробуйте выявить на этом же режиме работы дизеля влияние давления окружающей среды на расход воздуха при $T_{\text{бар}} = 288^\circ \text{K}$. Рассчитайте затем расход воздуха G_v на установившихся режимах работы дизеля при следующих заданиях параметров режима :

1) $\omega_{\text{ТК}} = 100$ рад/с, $\omega_{\text{д}} = 36.7$ рад/с, $b_{\text{Т}} = 0.01$ кг/с – работа дизеля на холостом ходу;

2) $\omega_{\text{ТК}} = 1000$ рад/с, $\omega_{\text{д}} = 80$ рад/с, $b_{\text{Т}} = 0.06$ кг/с – работа дизеля под нагрузкой на промежуточном режиме (между холостым ходом и номинальным режимом).

Попробуйте также поменять местами 1 и 4 методы. Уберите функцию root из программного блока, оставив её на листовом поле, а сам блок используйте (или создайте аналогичный). В нем вместо функции root поставьте обращение к основному программному блоку, использующему метод Ньютона для расчета расхода воздуха. По результатам расчета убедитесь в правильном взаимодействии программных блоков (вспомогательный блок расположен под основным).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Конструкция и динамика тепловозов: Учебник для вузов ж.-д. трансп. / В.Н.Иванов, В.В.Иванов, Н.И.Панов и др.; под ред. В.Н.Иванова. – 2-е изд., доп. – М.: Транспорт, 1974. – 336 с.
2. Правила технической эксплуатации железных дорог Российской Федерации: № ЦРБ- 756: Утв.: 26 мая 2000 г. / МПС РФ. – М.: Техинформ, 2000. – 190 с.
3. Иванов В.В., Кононов В.Е., Скалин А.В. Конструкция и динамика тепловозов. М.: ВЗИИТ, 1978. – 34 с.
4. Косов Е.Е. Повышение производительности и топливной экономичности тепловозов путем оптимизации режимов работы дизелей: Дисс. ... докт. техн.наук: 05.22.07/МИИТ. – М., 1987. – 386 с.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
1. МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ВПИСЫВАНИЯ ЛОКОМОТИВА В КРИВУЮ	4
2. МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ВПИСЫВАНИЯ ТЕПЛОВОЗА В КРИВУЮ	9
3. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА РАСХОДА ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ ДИЗЕЛЬ	18
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	32

Учебно-методическое издание

Долгачев Николай Иванович

Математическое моделирование в среде MathCad

Часть IV

Учебно-методическое пособие к лабораторным работам

Изд. № 144-18
