

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Российский университет транспорта (МИИТ)»

Институт управления и информационных технологий

Кафедра «Физика»

С.М. Кокин, В.А. Никитенко

ФИЗИКА

Часть III

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Москва – 2017

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Российский университет транспорта (МИИТ)»

Институт управления и информационных технологий

Кафедра «Физика»

С.М. Кокин, В.А. Никитенко

ФИЗИКА

Часть III

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

для студентов специальностей и направлений ИУИТ, ИТТСУ,
ИПСС, ИЭФ, Вечернего факультета

Москва – 2017

УДК 53
К-59

Кокин С.М., Никитенко В.А. Физика: Часть III. Конспект лекций. – М.: РУТ (МИИТ), 2017. – 256 с.

Учебное пособие представляет собой конспект лекций по общей физике, включающий разделы: «Квантовая механика», «Физика конденсированного состояния», «Атомная и ядерная физика. Физика элементарных частиц». В основу конспекта положен материал лекций, которые авторы читают в МИИТе для студентов ИУИТ и ИТТСУ.

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей и направлений ИУИТ, ИТТСУ, ИПСС, ИЭФ, Вечернего факультета.

Рецензенты:

- д. ф.-м. н., профессор Г.П. Яблонский. Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси
- к. ф.-м. н., доцент Е.К. Силина РУТ (МИИТ)

© РУТ (МИИТ), 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.	8
РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	9
Лекция № 1 ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ.	9
1.1. Волны де Бройля	9
1.2 Опыт Дэвиссона и Джермера	10
1.3 Вероятностный смысл волн де Бройля	15
1.4 Соотношения неопределённости Гейзенберга	17
1.4.1 Соотношения неопределённости	17
1.4.2 Следствия из соотношения неопределённости	20
1.4.3 Принцип дополнительности	21
1.4.4 Принцип соответствия	21
Вопросы для повторения	22
Лекция № 2 УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА	23
2.1 Волновая функция. Уравнение Шредингера.	23
2.2 Движение свободной микрочастицы	28
2.3 Микрочастица у потенциального барьера-«ступеньки».	29
2.4. Туннельный эффект	32
Вопросы для повторения	36
Лекция № 3 МИКРОЧАСТИЦА В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ	37
3.1 Микрочастица в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками.	37
3.2 Линейный гармонический осциллятор	44
Вопросы для повторения	47
Лекция № 4 ЭЛЕКТРОНЫ В АТОМЕ	48
4.1 Квантовая теория водородоподобного атома	48
4.2 Спектр излучения атома водорода	52
4.3 Опыт Штерна и Герлаха.	54
4.4 Собственный момент импульса (спин).	58
4.5 Принцип Паули. Периодическая таблица элементов	60
Вопросы для повторения	63
Лекция № 5 ЭЛЕКТРОНЫ В КРИСТАЛЛАХ.	65
5.1 Связь атомов в молекулах и кристаллах	65
5.2 Твёрдое тело. Кристаллы	68

5.3	Приближение сильно связанных электронов. Зоны энергии	71
5.4	Зонные схемы металла, диэлектрика, полупроводника . . .	75
	Вопросы для повторения	79

Приложение к разделу I 80

I-1	Электроны в атоме. Эффект Зеемана. Спин-орбитальное взаимодействие.	80
I-2	Энергетические уровни молекул. Спектры излучения	83
I-3	Структура кристаллов	85
I-4	Колебания атомов кристаллической решётки. Фононы. . . .	88
I-5	Дефекты кристаллической решетки	91

РАЗДЕЛ II. ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ТВЁРДОГО ТЕЛА. . . . 97

Лекция № 6 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ 97

6.1	Вырожденные и невырожденные коллективы. Виды физических статистик.	97
6.2	Функция плотности энергетических состояний	99
6.3	Функции распределения частиц по энергетическим состояниям	102
	Вопросы для повторения	103

Лекция № 7 ЭЛЕКТРОННЫЙ ГАЗ В МЕТАЛЛЕ 104

7.1	Функция распределения электронов	104
7.2	Электронный газ в металле	108
	Вопросы для повторения	109

Лекция № 8 ГАЗ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ . . . 110

8.1	Собственные полупроводники	110
8.2	Примесные полупроводники	113
8.3	Закон Ома. Удельная электропроводность.	116
	Вопросы для повторения	120

Лекция № 9 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ. ЧАСТЬ I. 121

9.1	Зависимость подвижности носителей заряда от температуры	121
9.2	Зависимость электрических свойств полупроводников и металлов от температуры	124

9.2.1	Собственный полупроводник	124
9.2.2	Примесный полупроводник	125
9.3	Экспериментальное определение знака заряда, концентрации и подвижности носителей заряда. Эффект Холла.	126
	Вопросы для повторения	129
Лекция № 10 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ.		
	ЧАСТЬ II	131
10.1	Сверхпроводимость	131
10.2	Электропроводность кристаллов в сильных электрических полях.	137
	Вопросы для повторения	141
Лекция № 11 ПОГЛОЩЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ СВЕТА В КРИСТАЛЛАХ.		
	11.1 Поглощение света в кристаллах. Внутренний фотоэффект.	142
	11.2 Излучение света кристаллами. Люминесценция твёрдых тел	145
	11.3 Фотолюминесценция.	147
	Вопросы для повторения	150
Лекция № 12 ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ЛАЗЕРА. КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ (<i>p-n</i> -ПЕРЕХОД)		
12.1	Принципиальные основы работы лазера	153
12.2	Контакт двух полупроводников с разными типами проводимости (<i>p-n</i> -переход).	156
12.2.1	<i>P-n</i> -переход в состоянии равновесия	156
12.2.2	Прямое включение <i>p-n</i> -перехода	159
12.2.3	Обратное включение <i>p-n</i> -перехода	160
	Вопросы для повторения	162
Лекция № 13 ПОГЛОЩЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ СВЕТА В <i>p-n</i> -ПЕРЕХОДЕ		
13.1	Фотоэффект в <i>p-n</i> -переходе.	163
13.2	Излучение света в <i>p-n</i> -переходе	165
13.2.1	Излучение света при прямом смещении <i>p-n</i> -перехода (инжекционная электролюминесценция).	165
13.2.2	Излучение света при обратном смещении <i>p-n</i> -перехода (предпробойная электролюминесценция).	167
	Вопросы для повторения	168

	Приложение к разделу II	170
II-1	Функции распределения	170
II-1.1	Функция распределения Ферми-Дирака. Положение уровня Ферми	170
II-1.2	Функция распределения Бозе-Эйнштейна	172
II-1.3	Распределение Максвелла-Больцмана.	175
II-2	Сверхпроводимость. Эффект Джозефсона.	178
II-3	Контактные явления	180
II-3.1	Контакт двух металлов. Холодная эмиссия электро- нов	180
II-3.2	Контакт металла с полупроводником	182
II-3.3	Некоторые особенности ВАХ $p-n$ -перехода	188
II-3.4	Туннельный диод	189
II-3.5	Обращённый диод.	190
II-3.6	Транзистор	190
II-3.7	Физические основы ксерокопирования и лазер- ный принтер.	192

РАЗДЕЛ III АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА.

	ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ).	193
	Лекция № 14 СТРОЕНИЕ ЯДРА. РАДИОАКТИВНОСТЬ	193
14.1	Состав ядра	193
14.2	Ядерные силы.	196
14.3	Закон радиоактивного распада.	198
14.4	Виды радиоактивного распада.	199
	Вопросы для повторения	202
	Лекция № 15 РАДИАЦИОННАЯ ДОЗИМЕТРИЯ. ОСНОВЫ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ	203
15.1	Радиационная дозиметрия	203
15.2	Основы ядерной энергетики	208
15.2.1	Принципиальные пути получения ядерной энергии	208
15.2.2	Ядерные реакции деления.	209
15.2.3	Ядерные реакции синтеза.	211
	Вопросы для повторения	214
	Лекция № 16 ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ. ФУНДАМЕН- ТАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ	215

16.1	Элементарные частицы.	215
16.2	Типы фундаментальных взаимодействий	219
16.2.1	Гравитационное взаимодействие	220
16.2.2	Электромагнитное взаимодействие	222
16.2.3	Сильное взаимодействие	222
16.2.4	Слабое взаимодействие.	223
16.2.5	Сопоставление четырёх типов взаимодействий	224
	Вопросы для повторения	228
	Лекция № 17 ОСНОВЫ КОСМОЛОГИИ.	229
17.1	Эволюция взглядов на строение Вселенной	229
17.2	Возникновение и эволюция Вселенной.	233
17.3	Проблемы современной космологии	238
	Вопросы для повторения	241
	Приложение к разделу III.	241
III-1	О трансурановых элементах	242
III-2	Ядерная энергия и транспортная техника.	244
III-2.1	Атомный флот, авиация, автомобильный транспорт, космические аппараты.	244
III-2.2	Атомная физика – железнодорожному транспорту.	245
III-3	О «холодном» ядерном синтезе.	249
III-4	О массе электронного нейтрино	251
III-5	Астрофизика.	252
III-5.1	Оценка размеров Солнца	252
III-5.2	Оценка размеров чёрной дыры	253
	ЛИТЕРАТУРА	255

Предисловие

Настоящее пособие является конспектом курса лекций по заключительной части курса физики, которые авторы читают студентам ИТТСУ и ИУИТ. В зависимости от учебного плана курс может быть рассчитан на 18 или 36 часов (9 или 18 лекций, соответственно). В первом случае (это касается, прежде всего, будущих бакалавров) студентам излагаются материалы разделов I и III, а раздел II предлагается желающим для самостоятельной (факультативной) проработки. Во втором случае (специалитет) студенты знакомятся с материалами всех трёх разделов. Каждый раздел также имеет приложение, которое предназначено для более углублённого изучения курса.

Конспект не является самодостаточным изданием, он не заменит «живого» общения с лектором и восприятия лекций на слух, но поможет сэкономить время на лекциях при записи основных идей курса, при создании графиков, рисунков и т. д. Для освоения курса, необходимо не только посещать сами лекции, но и также прорабатывать рекомендованную учебную литературу (основную – см. [1-4] и дополнительную – см. [5-10]), а также отвечать на контрольные вопросы, предлагаемые в конце каждой лекции. Если говорить шире – полезно знакомиться с достижениями современной науки по научно-популярной литературе, журналам, интернет-публикациям, по библиотеке и фильмотеке Дома физики МИИТ.

Авторы с благодарностью примут все пожелания и замечания по данному пособию. Просим направлять их по адресу: 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, МИИТ, кафедра «Физика» или fizikamiit@mail.ru.

РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Лекция № 1 ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ

Квантовая механика является разделом физики, который устанавливает законы поведения *микрочастиц*. Эти законы составляют основу для изучения строения вещества и его широкого применения полученных знаний для создания новейших технологий, определяющих перспективы развития современной техники.

1.1 Волны де Бройля

Микрочастицы – объекты, линейные размеры которых менее или около 10^{-9} м, характеризуются свойствами, которых не наблюдается у обычных макрообъектов. Оказывается, в частности, что для описания поведения микрочастиц можно использовать такой же двойственный, корпускулярно-волновой подход, который уже применялся нами при рассмотрении явлений, связанных с испусканием, распространением и поглощением электромагнитного излучения.

Ещё в 1924 году в докладах Парижской Академии наук была опубликована работа Луи де Бройля, в которой он выдвинул *гипотезу* (Нобелевская премия 1929 года) о том, что движению любых микрочастиц следует сопоставить волновой процесс. При этом соответствующая длина волны λ связана с массой частицы m и её импульсом p формулой

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}, \quad (1.1)$$

где h – постоянная Планка.

Часто это соотношение записывают в виде

$$p\lambda = h. \quad (1.2)$$

Выражения (1.1) и (1.2) обычно называют формулой и, соответственно, *соотношением де Бройля*. Их значение заключается в том, что они связывают воедино корпускулярную (импульс p) и волновую (длина волны λ) характеристики микрочастиц.

Формулу (1.) можно также представить в виде $p = \frac{h}{\lambda}$.

Умножив и разделив правую часть этой формулы на 2π , получим ещё один вид записи соотношения де Бройля:

$$p = \hbar k, \quad (1.3)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – «приведённая» постоянная Планка, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Если скорость частиц очень велика, в соотношении де Бройля следует использовать релятивистское выражение импульса:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.4)$$

где c – скорость света в вакууме.

Для электромагнитного излучения соотношение (1.1) представляется очевидным. Действительно, учитывая связь длины волны λ с её частотой ν и скоростью c , а также принимая во внимание формулу Планка для расчёта энергии фотона $E = h\nu$ и формулу Эйнштейна $E = mc^2$, которая связывает полную энергию тела с его массой m , можно записать:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{hc}{E} = \frac{hc}{mc^2} = \frac{h}{mc} = \frac{h}{p},$$

то есть, мы действительно получаем выражение (1.1).

1.2 Опыт Дэвиссона и Джермера

Любая гипотеза является умозраительным построением до тех пор, пока она не окажется подтверждённой экспериментом. Первое экспериментальное подтверждение справедливости гипотезы де Бройля было получено в 1927 году в опытах, проведённых американскими учёными К. Дэвиссоном и Л. Джермером (*опыт Дэвиссона и Джермера*).

Исследователи изучали картину, полученную при отражении от поверхности монокристалла никеля направленного *пучка электронов*. Все измерения выполнялись в вакууме, при этом фиксировалась зависимость силы тока I , создаваемого отражённым пучком (движение отражённых электронов – заряженных частиц – и является этим током), от кинетической энергии падающих на кристалл электронов или, иначе говоря, от ускоряющего напряжения U :

$$eU = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad (1.5)$$

Схема опыта Дэвиссона и Джермера представлена на рис. 1.1.

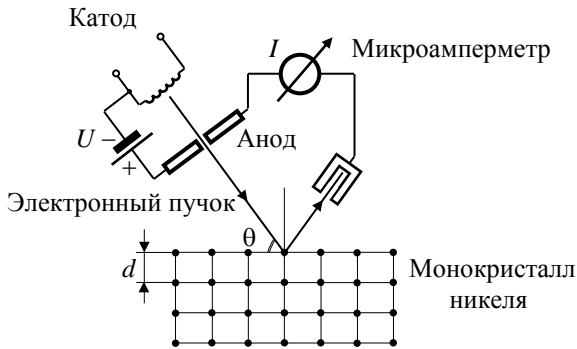


Рис. 1.1

Если бы электроны вели себя как классические заряженные частицы, то повышение ускоряющего напряжения U , приводящее к увеличению их средней скорости v , должно было бы сопровождаться монотонным возрастанием силы тока в отражённом пучке, и при этом результат эксперимента не должен был зависеть от угла падения электронов на кристалл. Однако наблюдаемая картина оказалась совершенно иной: сила тока I оказалась зависящей как от угла падения, так и от ускоряющей разности потенциалов (качественный вид зависимости $I(\sqrt{U})$ приведён на рис. 1.2).

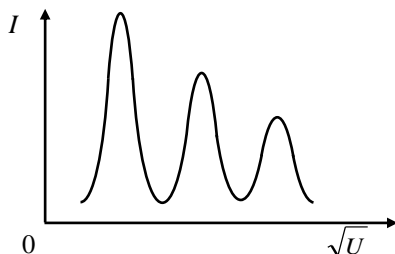


Рис. 1.2

Объяснить полученный результат удаётся, если предположить, что в эксперименте наблюдается не простое отражение, а дифракция некой отражённой волны, связанной с потоком электронов. Дэвиссон и Джермер установили, что при фиксированном угле отражения максимальный ток соответствует ускоряющей разности потенциалов 54 В. Пользуясь соотношениями (1.1) и (1.5), удаётся рассчитать длину этой волны:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 54}} \approx 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ (м)}. \quad (1.6)$$

Теперь следовало проверить: как поведут себя в аналогичном эксперименте «настоящие» волны – электромагнитное излучение с такой же длиной волны, направленное на тот же кристалл. Электромагнитное излучение с $\lambda \cong 10^{-10}$ м принадлежит рентгеновскому диапазону, а нам известно, что дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решетке описывается уравнением Вульфа – Брэгга:

$$2d \sin \theta = n\lambda. \quad (1.7)$$

Здесь d – межплоскостное расстояние, θ – угол скольжения, λ – длина волны и n – целое число (1, 2, 3 и т. д.) – рис. 1.3.

Дэвиссон и Джермер направили на кристалл никеля ($d = 0,91 \cdot 10^{-10}$ м) рентгеновское излучение и обнаружили, что при угле скольжения $\theta = 65^\circ$ практически для этой же длины волны ($\lambda \approx 1,65 \cdot 10^{-10}$ м) действительно имел место максимум дифракционной картины. Это означало, что результаты экспериментов с электронами также можно объяснить их дифракцией на кристаллической решетке никеля.

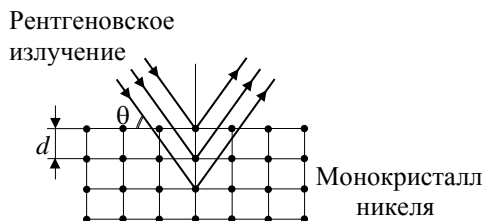


Рис. 1.3

Оказалось также, что если при фиксированном угле скольжения ($\theta = const$) плавно менять длину волны λ падающего рентгеновского излучения и при этом измерять интенсивность I отражённой волны, то будет наблюдаться картина (рис. 1.4), сходная с той, которая имела место при отражении электронов (рис. 1.2)*. Это возможно, если, действительно, электроны описываются волной, для которой $\lambda \sim (\sqrt{U})^{-1}$.

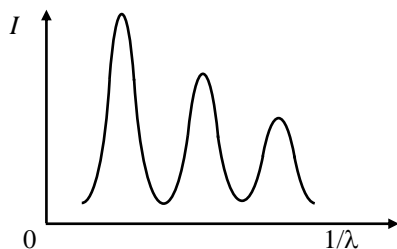


Рис. 1.4

Так, спустя три года после публикации, гипотеза де Бройля нашла своё первое подтверждение в явлении дифракции элек-

* Существенное отличие дифракции электронов от дифракции рентгеновских лучей состоит в том, что рентгеновские лучи рассеиваются только на электронных оболочках атома, электроны же рассеиваются электрическими полями как электронов, входящих в состав атома, так и атомных ядер. Именно поэтому рассеяние электронов происходит уже в тончайших областях вещества ($2 \div 100$ нм), в то время как рентгеновскую интерференционную картину дают обычно значительно более толстые ($10^3 \div 10^4$ нм) слои.

тронов на монокристалле. В том же 1927 году сын выдающегося английского физика Дж. Томсона, Томсон-младший наблюдал интерференцию быстрых электронов при прохождении их через тонкую поликристаллическую фольгу. За эти пионерские работы Дэвиссон и Томсон в 1937 году получили Нобелевскую премию.

В 1949 году советские учёные Л.М. Биберман, и Н.С. Сушкин и В.А. Фабрикант осуществили опыт с дифракцией электронов, в котором через установку электроны пропускались *по отдельности* (их пучок был столь слабым, что промежутки времени между попаданиями электронов на фотопластинку были примерно в 30000 раз больше времени прохождения одним электроном расстояния до фотопластинки). Тем не менее, при длительной экспозиции на фотопластинке получалась дифракционная картина, свойственная пучку электронов большой интенсивности. Этот эксперимент свидетельствовал о том, что *волновыми свойствами обладает каждый отдельно взятый электрон*.

В настоящее время тот факт, что электроны обладают волновыми свойствами, широко используется на практике. Примером устройства подобного типа является электронный микроскоп, который позволяет получать значительное большее увеличение, чем оптический. Дело в том, что минимальное расстояние, которое можно различить в микроскопе (расстояние между двумя тёмными или светлыми точками) определяется условиями возникновения дифракции на исследуемом объекте, то есть составляет расстояние порядка длины волны используемого излучения (это соответствует расстоянию между соседними дифракционными минимумами или максимумами). Длины волны видимого света лежат в диапазоне 370 – 750 нм, поэтому переход к использованию электронных пучков ($\lambda \approx 10$ нм) позволяет существенно расширить возможности микроскопа. (При этом, естественно, необходимо предпринимать специальные действия по переводу получаемого изображения в область длин волн, воспринимаемых человеческим глазом).

Дифракционную картину, подобную той, которая возникает при дифракции рентгеновских лучей и электронов, дают пучки

протонов, небольших ядер атомов, медленных нейтронов (основным видом взаимодействия нейтронного излучения с веществом является ядерное взаимодействие). Таким образом, *волновые свойства присущи любым микрочастицам, как заряженным, так и нейтральным.*

Идея о корпускулярно-волновом дуализме материи, подхваченная физиками-теоретиками, среди которых были такие выдающиеся учёные, как А. Эйнштейн, Э. Шредингер и другие, оказалась основополагающей для квантовой механики. В дальнейшем волны, связанные с движением микрочастиц, получили название «волны де Бройля».

Из соотношения де Бройля следует, что для проявления волновых свойств материи требуются определённые условия. В частности, ясно, что дифракция будет наблюдаться только при длинах волн λ , соизмеримых с размерами препятствия. Как уже говорилось, электрон, ускоренный напряжением 54 В, имеет длину волны де Бройля, равную $1,67 \cdot 10^{-10}$ м, что соответствует межатомным расстояниям в кристалле, и поэтому дифракцию таких электронов можно наблюдать на практике. Но уже движение обычной частицы макроскопических размеров, например, дробины массой $m = 10^{-3}$ кг, летящей со скоростью $v = 10$ м/с, описывается волной де Бройля с длиной волны $\lambda \approx 6 \cdot 10^{-32}$ м. Это крайне малая величина, (практика современного физического эксперимента имеет дело с расстояниями лишь не менее, чем 10^{-18} м, соответствующими размерам электрона), поэтому наблюдать волновые свойства макрообъектов не удаётся.

1.3 Вероятностный смысл волн де Бройля

Говоря о корпускулярно-волновом дуализме света, мы подразумеваем, что свет обладает свойствами как потока частиц (фотонов), так и волны (электромагнитной). Но в случае волн де Бройля об электромагнитной природе волновых свойств микрочастиц говорить не приходится, так как этими свойствами обладают не только заряженные объекты, но и частицы,

электрического заряда не имеющие вовсе (например, нейтроны). Какова же природа этих волн, каков их смысл?

Для того, чтобы ответить на этот вопрос, давайте вспомним картину, которая возникает при дифракции света на щели (дифракция Фраунгофера). На рис.1.5. показано, как интенсивность I света, попадающего на экран, расположенный за щелью, меняется вдоль оси Z (эта ось лежит в плоскости экрана и перпендикулярна щели), при этом интенсивность получаемой картины пропорциональна падающей на экран энергии. Но согласно волновой теории, интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды A волны (то есть, $I \sim A^2$), а по квантовой теории интенсивность определяется суммарной энергией N квантов с энергией $h\nu$ каждый, попадающий в единицу времени в данную точку экрана ($I \sim N h\nu$). Таким образом, для электромагнитной волны $A^2 \sim N$, то есть её амплитуда пропорциональна числу фотонов, приходящих в точку экрана с координатой z в единицу времени.

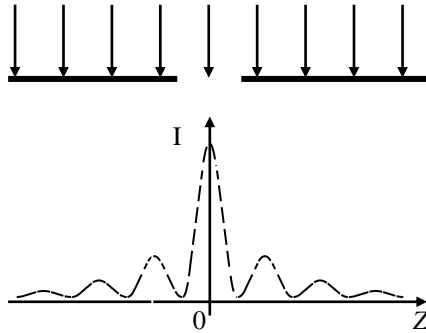


Рис. 1.5

Представленное на рис. 1.5. распределение $I(z)$ может наблюдаться только в опыте с большим числом фотонов, пролетающих сквозь щель (фотоны можно пропускать и по одному, но тогда должно быть большим число опытов). При этом если сквозь щель пролетает лишь один фотон, то этим же графиком будет описываться не только функция $I(z)$, но и зависимость от координаты x вероятности W попадания фотона в заданную точку экрана.

По аналогии для дифракции электронов запишем:

$$W \sim A^2, \quad (1.8)$$

где W – вероятность нахождения микрочастицы в заданной бесконечно малой области пространства с координатами (x, y, z) , а A – амплитуда волны де Бройля этой частицы. Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что волны де Бройля каким-то образом связаны с вероятностными характеристиками поведения микрочастиц.

И для электрической и для магнитной составляющих электромагнитной волны можно записать формулы вида $E = E(x, y, z, t)$, и $H = H(x, y, z, t)$ описывающие, как эти компоненты меняются с координатой и со временем; так, для электрической составляющей плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси X , $E = E_m \sin(\omega t - kx + \alpha)$, где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Поэтому можно предположить, что и волне де Бройля также следует сопоставить некоторую, тоже зависящую от координат и от времени функцию $\Psi(x, y, z, t)$, которая должна описывать распространение этой волны в пространстве.

1.4 Соотношения неопределённостей Гейзенберга

Согласно классической механике, точно определив координату и импульс движущегося тела в заданный момент времени, можно записать уравнение для всей траектории его движения. Но в квантовой механике такой подход к описанию движения микрочастицы, обладающей волновыми свойствами, оказывается неправомерным. Ведь, действительно, не имеет смысла говорить о траектории, например, плоской волны, фронтом которой является плоскость – геометрический объект бесконечно больших размеров. Лишено также смысла выражение «длина волны в точке с координатами x, y, z равна λ », и это означает, что для микрообъекта нельзя также говорить о том, что «его импульс в точке с координатами x, y, z равен p », так как λ и p тесно связаны друг с другом формулой де Бройля (1.1).

Таким образом, в квантовой механике «работает» принцип неопределённости, который гласит: *при рассмотрении движения микрочастицы нельзя одновременно точно определять значения её координаты и импульса.*

Конечно, для плоской бегущей волны, распространяющейся вдоль некоторой оси X , можно точно определить значение импульса p_x (и, соответственно, длины волны λ). Однако неопределённость Δx в оценке координаты этой волны вдоль оси X равна бесконечности, так как монохроматическая ($\lambda = const, \Delta\lambda = 0$) волна заполняет всё бесконечное пространство. Можно попытаться уменьшить Δx , локализовав волну в некотором очень малой части пространства ($\Delta x \rightarrow 0$), однако расчёты показывают, что это можно сделать только в том случае, если волна не останется монохроматической, а будет являться результатом сложения большого числа волн с разными длинами. Естественно, при этом возникнет неопределённость в импульсе: $\Delta p_x \rightarrow \infty$. Сказанное относится не только к «обычным» волнам, но и к волнам де Бройля.

Количественная связь между *неопределённостями* $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ в задании *координат* x, y, z микрочастицы и *неопределённостями* $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ соответствующих этим координатам *составляющих* p_x, p_y, p_z импульса была дана немецким учёным В.Гейзенбергом в 1927 году (Нобелевская премия 1932 года). Эти формулы получили название *соотношений неопределённостей Гейзенберга*:

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2 \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar / 2 \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar / 2 \\ \Delta E \cdot \Delta \tau \geq \hbar / 2 \end{cases} \quad (1.9)$$

В этих формулах выражения со знаком Δ (например, $\Delta x, \Delta p_x$ и т. д.) имеют смысл среднеквадратичного отклонения соответствующих величин (в данном случае координаты x и составляющей импульса p_x) от их средних значений, $\hbar = h/(2\pi)$. В последней из формул ΔE – *неопределённость* в задании *энергии* системы $E, \Delta \tau$ – *неопределённость* во времени существования

этой системы с заданным значением энергии E . Формулы (1.9) носят во многом оценочный характер, и поэтому на практике эти соотношения зачастую записывают в виде

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h \\ \Delta E \cdot \Delta \tau \geq h \end{cases} \quad (1.10)$$

Поясним смысл соотношений (1.10), проанализировав результаты следующего эксперимента: попытаемся определить значение координаты z электрона, вылетевшего из электронной пушки в положительном направлении оси X (рис. 1.6). Для этого поместим на его пути экран со щелью шириной d , который перпендикулярен оси X . При этом ось Z лежит в плоскости экрана перпендикулярно рассматриваемой щели.

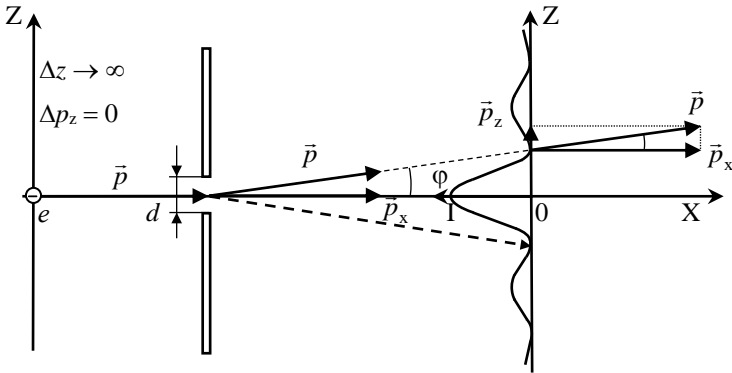


Рис. 1.6

До взаимодействия со щелью неопределённость проекции импульса на ось Z равна нулю ($\Delta p_z = 0$), то есть координата x электрона вдоль этой оси является полностью неопределённой ($\Delta z = \infty$). После прохождения электроном щели: а) значение неопределённости по координате z меняется, теперь $\Delta z = d$; б) вследствие дифракции появляется неопределённость по компоненте импульса p_z ,

$$\Delta p_z = p_z = p \sin \phi.$$

Учитывая условие возникновения первого минимума при дифракции на одной щели

$$d \sin \varphi = \lambda, \quad (1.11)$$

запишем:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{\Delta z} = \frac{\Delta p_z}{p} \quad \text{или}$$
$$p \lambda = \Delta p_z \Delta z. \quad (1.12)$$

Но, согласно соотношению де Бройля, $p \lambda = h$, таким образом, из (1.12) следует:

$$\Delta z \Delta p_z = h. \quad (1.12)$$

Если учесть, что помимо центрального дифракционного максимума существуют и другие, можно записать:

$$\Delta z \Delta p_z \geq h. \quad (1.14)$$

Сравнив полученное выражение с первой из четырёх формул (1.10), то можно убедиться, что они идентичны.

Мы показали, что появившееся на пути электрона препятствие в виде щели внесло неопределённость в значения координаты и импульса микрочастицы. Таким образом, любые изменения в микромире, в том числе, связанные с попыткой измерения параметров микробъектов, вносят неопределённость в эти параметры. *Итак, важнейшей особенностью соотношений неопределённостей является то, что их существование обусловлено физическими свойствами окружающего нас мира, а отнюдь не с особенностями применяемых в эксперименте измерительных приборов.*

Благодаря четвёртому из этих соотношений (которое утверждает, что чем меньше время существования системы, тем больше неопределённость в её энергии) можно объяснить факт размытия спектральных линий в излучении атомов. Действительно, согласно теории Бора, при переходе с одной орбиты на другую (из возбуждённого состояния в основное) электрон должен излучать свет вполне определённой частоты (энергия соответствующего кванта $E = h\nu$). Однако, на практике атомы испускают свет в некотором интервале частот $\Delta\nu$, расположенном вблизи ожидаемой частоты ν . Согласно последнему из со-

отношений (1.10), существование конечного интервала частот $\Delta\nu$ обусловлено тем, что в возбуждённом состоянии электрон находится лишь некоторое время $\Delta\tau$ (обычно $\Delta\tau \approx 10^{-8}$ с):

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} \approx \frac{h/\Delta\tau}{h} = \frac{1}{\Delta\tau}. \quad (1.15)$$

1.4.1 Следствия из соотношения неопределённостей

1) Микрочастицы *не могут находиться в состоянии покоя* (у неподвижной микрочастицы $\Delta x = 0$, а это означает, что $\Delta p_x \rightarrow \infty$: так о каком же *покое* идёт речь?) Порой даже просто нахождение частицы в малом объеме (например, электрона внутри ядра атома) в течение длительного времени оказывается невозможным, с этим эффектом, в частности, связано явление β -распада ядер некоторых элементов таблицы Менделеева.

2) В случае микрочастиц нельзя пользоваться понятием «траектория», поэтому при описании их поведения обычно *избегают применять термины «скорость», «ускорение», «сила»* (теряет смысл понятие «*точки приложения*» силы).

1.4.2 Принцип дополнительности

В 1928 году Нильс Бор сформулировал *принцип дополнительности*, придав соотношениям неопределённостей более общий характер. Суть принципа заключается в утверждении, что в моделях окружающего нас мира существуют пары дополняющих друг друга независимых понятий, каждое из которых может быть точнее определено только в результате соответствующей потери степени определённости другого понятия.

К подобным парам можно отнести термины, описывающие волновые и корпускулярные свойства частиц, непрерывность и дискретность окружающего мира и даже такие «нефизические» понятия, как, скажем, человеческие чувства и их анализ (например, безрассудная любовь и размышления о её последствиях) информация архивных документов и содержание исторического романа, и так далее.

Принцип дополнительности применим и к анализу общественных явлений. В качестве примера можно привести высказывание известного учёного С.П. Капицы: «Как в квантовой механике измерение системы воздействует на саму систему, так и в обществе результаты социологического опроса влияют на общественное мнение».

1.4.3 Принцип соответствия

Соотношение неопределённости, записанное в виде

$$\Delta v_x \Delta x \geq \frac{h}{m}, \quad (1.16)$$

показывает, что понятия классической механики применимы с тем большей точностью, чем больше масса частицы. С увеличением m дробь h/m стремится к нулю, то есть и Δv_x и Δx теперь могут быть заданы со сколь угодно большой точностью: представления о траектории микрочастицы оказываются вполне справедливы. Сказанное является иллюстрацией общего *принципа соответствия*: при переходе к предельным значениям параметров системы законы квантовой механики переходят в законы классической механики.

Вопросы для повторения

1. В чём заключается суть опыта Дэвиссона и Джермера?
2. Запишите формулу де Бройля и поясните её смысл.
3. Какие критерии должны выполняться с тем, чтобы можно было наблюдать волновые свойства частиц?
4. Запишите соотношения неопределённости Гейзенберга и поясните их смысл.
5. Рассмотрев дифракцию электронов на щели, получите одно из соотношений неопределённости Гейзенберга.
6. Приведите примеры следствий из соотношений неопределённости.
7. В чём заключается принцип дополнительности?

Итак, для объяснения поведения микрочастиц необходимо помнить о том, что они обладают волновыми свойствами. Для количественного описания соответствующих явлений следует использовать некоторую функцию $\Psi(x, y, z, t)$, зависящую от координат и времени (пси-функцию).

2.1 Волновая функция. Уравнение Шредингера

Так как распространение волны описывается волновым уравнением, то напрашивается предположение о том, что и движение микрочастицы также должно описываться сходной формулой. Это уравнение было найдено в 1926 году австрийским физиком Э. Шредингером и носит его имя (Нобелевская премия 1933 года). Подобно основному уравнению классической динамики – формуле второго закона Ньютона – оно не выводится, а представляет собой обобщение большого числа опытных данных.

Решением уравнения Шредингера является уже упомянутая ранее функция $\Psi(x, y, z, t)$, которая называется *волновой* и характеризует волну де Бройля. В общем случае эта функция является комплексной, и поэтому физический смысл имеет не она сама, а квадрат её модуля*, который интерпретируется как *плотность вероятности* ρ обнаружения микрочастицы в точке пространства с координатами x, y, z в момент времени t :

$$\rho = \Psi\Psi^* = |\Psi|^2. \quad (2.1)$$

По определению $\rho = \frac{dW}{dV}$, где dW – вероятность обнаружения частицы в малом объёме dV , следовательно для расчёта са-

* Вспомним: каждой комплексной функции $f = a + ib$ (здесь $i = \sqrt{-1}$) можно сопоставить комплексно сопряжённую $f^* = a - ib$, при этом произведение $f \cdot f^* = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = |f|^2$.

мой вероятности обнаружения микрочастицы в заданном объёме пространства V необходимо вычислять интеграл вида

$$W = \int_V \rho dV = \int_V |\Psi|^2 dV. \quad (2.2)$$

В частности, если волновая функция зависит только от одной координаты, $\Psi = \Psi(x, t)$ – такой случай называется *одномерным*, то тогда вероятность нахождения микрочастицы в области пространства $x_1 < x < x_2$ рассчитывается по формуле

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \Psi(x, t) \cdot \Psi^*(x, t) dx. \quad (2.3)$$

Очевидно: если частица заведомо находится в области объёмом V , то

$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1. \quad (2.4)$$

Данное выражение называется *условием нормировки* волновой функции и является добавочным условием, которому должна подчиняться Ψ -функция.

Из физических соображений на волновую функцию следует наложить еще ряд ограничений: она должна быть *непрерывной*, *гладкой* (то есть непрерывной должна быть её первая производная), *однозначной* и *конечной* во всех точках пространства.

Запишем уравнение Шредингера в общем виде:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (2.5)$$

Здесь m – масса частицы, \hbar – постоянная Планка, $i = \sqrt{-1}$, $U(x, y, z, t)$ – некоторая функция, описывающая внешние воздействия на частицу: в случае, если эти воздействия не меняются со временем, $U = U(x, y, z,)$ имеет смысл потенциальной энергии частицы.

Дифференциальное уравнение данного вида аналитического решения в общем виде не имеет. Однако во многих практически значимых случаях данное уравнение можно привести к более простому виду. В теории дифференциальных уравнений показано, что если в уравнении вида (2.5) функция U в явном

виде не зависит от времени, то есть $U = U(x, y, z)$, то решение такого уравнения обязательно является произведением двух функций, одна из которых зависит *только от координат*, а вторая – *только от времени*:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot \varphi(t). \quad (2.6)$$

Подставим это решение в (2.5) и выполним некоторые математические преобразования. Для сокращения записи используем оператор Лапласа, то есть обозначим

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \Delta \Psi.$$

Тогда

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \text{ или}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta[\psi(x, y, z) \cdot \varphi(t)] + U(x, y, z) [\psi(x, y, z) \cdot \varphi(t)] = i\hbar \frac{\partial [\psi(x, y, z) \cdot \varphi(t)]}{\partial t}.$$

Вынесем за знаки производных те сомножители, которые не зависят от переменных, по которым эти производные берутся:

$$-\varphi(t) \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(x, y, z) + U(x, y, z) \cdot \psi(x, y, z) \cdot \varphi(t) = i\hbar \psi(x, y, z) \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}.$$

Разделим обе части уравнения на произведение $\psi(x, y, z) \cdot \varphi(t)$, которое не может быть тождественно равно нулю, поскольку это означало бы, что $|\Psi|^2 \equiv 0$, то есть ни о какой микрочастице говорить бы не пришлось.

$$-\frac{\hbar^2}{2m\psi(x, y, z)} \Delta \psi(x, y, z) + U(x, y, z) = \frac{i\hbar}{\varphi(t)} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}. \quad (2.7)$$

Обратим внимание: правая часть уравнения (2.7) зависит *только от координаты*, правая – *только от времени*, и при этом обе части равны друг другу при любых значениях x, y, z и t . Это возможно только в том случае, если обе части по отдельности для любых значений координат и времени равны одной и той же константе (обозначим её E):

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\hbar^2}{2m\psi(x, y, z)} \Delta\psi(x, y, z) + U(x, y, z) = E \\ \frac{i\hbar}{\varphi(t)} \frac{d\varphi(t)}{dt} = E. \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Второе из этих уравнений можно решить:

$$\int \frac{d\varphi}{\varphi} = \int \frac{E}{i\hbar} dt, \quad \text{или (поскольку } \frac{1}{i} = -i) \quad \int \frac{d\varphi}{\varphi} = - \int \frac{iE}{\hbar} dt,$$

и, введя обозначение $\omega = \frac{E}{\hbar}$, запишем:

$$\varphi = C \cdot e^{-i\omega t}. \quad (2.9)$$

Таким образом, мы получили, что при $U = U(x, y, z)$,

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot C \cdot e^{-i\omega t}, \quad (2.10)$$

причём

$$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^* = \psi(x, y, z) \cdot \psi^*(x, y, z) \cdot C \cdot e^{-i\omega t} \cdot C \cdot e^{i\omega t} = \psi \cdot \psi^* \cdot C^2.$$

Поскольку для вычисления функции Ψ еще необходимо найти ψ , здесь можно положить константу C равной единице, а соответствующий постоянный множитель считать частью функции ψ .

Особенностью полученной формулы является то, что квадрат модуля Ψ -функции, а, значит, и плотность вероятности обнаружения микрочастицы ρ оказались не зависящими от времени:

$$\rho = |\Psi(x, y, z, t)|^2 = \psi(x, y, z) \cdot \psi^*(x, y, z).$$

Про такое, не зависящее от времени состояние объекта говорят, что оно *стационарно*. В связи с этим первое из уравнений системы (2.8), которое еще придётся решать для нахождения всей Ψ -функции, называется *уравнением Шредингера для стационарных состояний*. Очевидно, однако, что, поскольку физический смысл имеет не сама Ψ -функция, а плотность вероятности ρ , то далее при $U = U(x, y, z)$ для описания поведения микрочастицы достаточно находить функцию $\psi(x, y, z)$.

Заметим: во многих практически важных случаях действительно силовые поля, воздействующие на микрочастицу, не зависят от времени, а меняются лишь с координатой*. Это касается кулоновского взаимодействия заряженных частиц, движения микрочастиц в постоянных электрических полях и т.д. Далее мы будем рассматривать именно такие случаи, и поэтому наши основные усилия будут сосредоточены на решении уравнения Шредингера для стационарных состояний, которое представим в виде:

$$\Delta\psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x, y, z)]\psi(x, y, z) = 0. \quad (2.11)$$

Более того, *в одномерном случае*, когда все изменения происходят лишь вдоль одной координаты x , то есть $U = U(x)$, и, следовательно, $\psi = \psi(x)$, уравнение Шредингера для стационарных состояний будем записывать, как

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0. \quad (2.12)$$

Из соображений размерности следует, что символом E в данном уравнении обозначается энергия. При этом, судя по всему, речь идёт о полной энергии частицы, так как E – константа, а только полная энергия тела остаётся всегда постоянной в механике.

В заключение этого раздела следует отметить, что уравнение Шредингера является нерелятивистским, то есть описывает

* На самом деле поля могут меняться, но мы будем считать, что эти изменения незначительны. Можно привести аналогию из классической физики: пока птица летит над горой, её потенциальная энергия в поле тяжести относительно земли определяется расстоянием до горы, которое зависит от её рельефа, то есть, – от координаты (сам же рельеф от времени не зависит). Но если птица летит над бушующим океаном, то для расчёта потенциальной энергии следует учитывать то, что форма и высота волн не является постоянной даже в точке с одной и той же координатой. Конечно же, и рельеф гор постепенно меняется со временем, но понятно, что этим изменением за время полёта птицы, скорее всего, можно пренебречь.

поведение микрообъектов, движущихся со скоростями, много меньшими скорости света. В релятивистской области скоростей уравнение Шредингера заменяется уравнением П. Дирака (Нобелевская премия 1933 года), которое является частью существенно более сложной теории.

2.2 Движение свободной микрочастицы

На первой лекции мы говорили о гипотезе де Бройля, согласно которой движение микрочастицы можно рассматривать как распространение волны. Попытаемся описать этот же процесс с помощью уравнения Шредингера.

Пусть микрочастица движется в пространстве в отсутствие внешних воздействий (то есть $U = 0$). Выберем координатную ось X вдоль направления движения частицы: движение окажется одномерным. Запишем уравнение Шредингера для стационарных состояний с учётом того, что потенциальная энергия частицы $U = 0$:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0. \quad (2.12)$$

В этом случае полная энергия частицы является кинетической, поэтому, используя соотношение де Бройля, а также учитывая то, что постоянная Планка $h = 2\pi\hbar$, а волновое число k связано с длиной волны λ формулой $k = 2\pi/\lambda$,

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{h^2}{4\pi^2} \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \frac{1}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Таким образом, уравнение (2.12) приобретает вид

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0, \quad (2.13)$$

а его решение следует записать как

$$\psi = A e^{ikx} + B e^{-ikx}. \quad (2.14)$$

Учтём, что $\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot \varphi(t)$, где $\varphi(t) = e^{-i\omega t}$.

$$\Psi(x, y, z, t) = e^{-i\omega t}(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}) = Ae^{-i(\omega t - kx)} + Be^{-i(\omega t + kx)}. \quad (2.15)$$

Уравнение (2.15) описывает суперпозицию двух плоских волн одинаковой частоты ω , одна из которых распространяется в положительном направлении оси X (первое слагаемое), а другая – в отрицательном (второе слагаемое). Нашему случаю (мы выбирали направление оси вдоль направления движения частицы), очевидно, соответствует первое слагаемое.

Итак, полученное решение подтверждает справедливость гипотезы де Бройля: движение микрочастицы можно интерпретировать как распространение плоской волны. Плотность вероятности обнаружения микрочастицы в любой точке пространства для такого объекта постоянна. Действительно у нас

$$\Psi\Psi^* = |\Psi|^2 = (Ae^{-i(\omega t - kx)}) \cdot (Ae^{-i(\omega t - kx)})^* = A^2 = Const.$$

Данный вывод согласуется с соотношениями неопределённостей Гейзенберга: полная неопределённость по координате ($\Delta x \rightarrow \infty$) возникает из-за того, что мы точно задали значение импульса частицы вдоль этой оси: $p = p_x = \sqrt{2mE}$, $\Delta p_x = 0$.

2.3 Микрочастица у потенциального барьера-«ступеньки»

Пусть микрочастица, имеющая полную энергию E , движется в пространстве вдоль оси X , приближаясь к прямоугольному потенциальному барьеру – «ступеньке» высотой U_0 , рис. 2.1. При этом возможны два варианта: 1) $E < U_0$ и 2) $E > U_0$. Согласно представлениям классической физики в первом случае частица должна отразиться от барьера, а во втором – без помех пролететь над ним.

Движение микрочастицы описывается уравнением Шредингера. Запишем его сначала для области I (в которой $U = 0$):

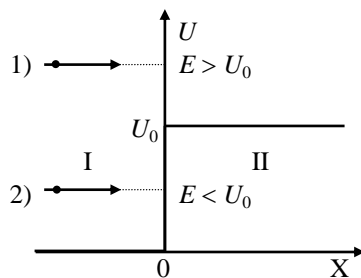


Рис. 2.1

$$\frac{d^2 \psi_I}{d x^2} + k_I^2 \psi_I = 0,$$

где $k_I = \sqrt{2mE}/\hbar$.

Решение этого уравнение (и это мы уже обсуждали) может быть представлено в виде

$$\psi_I = A_I e^{ik_I x} + B_I e^{-ik_I x}, \quad (2.16)$$

причём, поскольку $\Psi(x, t) = \psi_I(x) \cdot \varphi(t)$, где $\varphi(t) = e^{-i\omega t}$, то мы получим, что в области I микрочастица описывается сразу двумя волнами: одной, распространяющейся вдоль оси X, и второй, отражённой от барьера и распространяющейся в противоположном направлении.

Множитель A_I является амплитудой падающей волны, а множитель B_I – амплитудой волны, отражённой от барьера. Но поскольку вероятность нахождения микрочастицы в какой-либо точке пространства пропорциональна квадрату амплитуды волны де Бройля, то отношение

$$R = \frac{|B_I|^2}{|A_I|^2} \quad (2.17)$$

имеет смысл *коэффициента отражения* волны от барьера.

В области II потенциальная энергия $U = U_0$, но уравнение Шредингера имеет тот же вид, что и в области I:

$$\frac{d^2 \psi_{II}}{d x^2} + k_{II}^2 \psi_{II} = 0,$$

только теперь $k_{II} = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$.

Если полная энергия частицы $E > U_0$, то решение уравнения записывается, как

$$\psi_{II} = A_{II} e^{ik_{II} x} : \quad (2.18)$$

то есть частица – волна в области II продолжает движение вдоль оси X, но отражённая волна, очевидно, отсутствует. При этом отношении

$$\frac{k_I}{k_{II}} = \frac{\lambda_{II}}{\lambda_I}$$

как и в оптике, имеет смысл показателя преломления волны на границе раздела двух областей пространства (двух сред). Это означает: частица-волна может как пройти сквозь границу раздела, так и отразиться от неё.

Если же полная энергия частицы $E < U_0$, то, хотя решение уравнения Шредингера и в этом случае имеет вид (2.18), параметр k_{II} , входящий в показатель экспоненты, оказывается мнимым, а соответствующая функция ψ_{II} – действительной:

$$\psi_{II} = A_{II} e^{-\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}x}, \quad (2.19)$$

а значит – она уже не описывает волну.

Итак, даже если полная энергия микрочастицы больше высоты потенциального барьера, всё равно существует вероятность отражения от его границы. При этом, если частица продолжает своё движение «над барьером», то:

- а) меняется её длина волны ($k_{II} < k_I$, следовательно, $\lambda_{II} > \lambda_I$) и
- б) уменьшается амплитудный множитель волновой функции (так квадрат амплитудного множителя в данном случае равен плотности вероятности обнаружения микрочастицы, то, очевидно, $A_I^2 = B_I^2 + A_{II}^2$).

в) любопытно, что выводы а) и б) справедливы также в случае, когда частица движется в направлении, противоположном направлению оси X (когда «ступенька» идёт «вниз», наоборот, $k_{II} > k_I$, $\lambda_{II} < \lambda_I$).

Если $E < U_0$, то, как и в классическом случае, частица в область II попасть не может. И хотя пси-функцию в этом случае рассчитать можно, ни она сама, ни квадрат её модуля физического смысла не имеют. Тем не менее, полученный результат представляется весьма любопытным, поскольку на его основе объясняется сугубо квантово-механическое явление – туннельный эффект.

2.4 Туннельный эффект

Если потенциальный барьер имеет конечную толщину d (то есть за областью II располагается область III, в которой опять, как и в области I, $U = 0$), то, аналогично тому, как мы это делали ранее, можно записать следующие уравнения:

Случай 1: $E > U_0$:

– В области I существуют и падающая и отражённая волны, $\psi_I = A_I e^{ik_1 x} + B_I e^{-ik_1 x}$, $k_I = 2\pi/\lambda_I = \sqrt{2mE}/\hbar$; коэффициент отражения *от первой* границы раздела $R_1 = \frac{|B_I|^2}{|A_I|^2}$.

– В области II также существуют не только падающая, но и отражённая волны,

$\psi_{II} = A_{II} e^{ik_{II} x} + B_{II} e^{-ik_{II} x}$, $k_{II} = 2\pi/\lambda_{II} = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$; коэффициент отражения *от второй* границы барьера $R_2 = \frac{|B_{II}|^2}{|A_{II}|^2}$.

– В области III волна распространяется лишь вдоль оси X:

$\psi_{III} = A_{III} e^{ik_{III} x}$, причём $k_{III} = k_I = \sqrt{2mE}/\hbar$, длина волны де Бройля микрочастицы в этой области оказывается такой же, как и области I. Очевидно, что из-за отражений на границах барьера выполняется неравенство $A_I > A_{II} > A_{III}$.

Рассматриваемому случаю* соответствует верхняя кривая на графике итоговой зависимости $\psi(x)$ – см. рис. 2.2.

* Заметим: отражение на границах происходит даже в том случае, если частица пролетает не над барьером – «возвышением», а над барьером – «ямой» конечной глубины. В оптике этим вариантам соответствует прохождение световой волны сквозь систему слоёв с показателями преломления $n_1 \rightarrow n_2 \rightarrow n_1$ при $n_1 < n_2$ или $n_1 \rightarrow n_2' \rightarrow n_1$ при $n_1 > n_2'$.

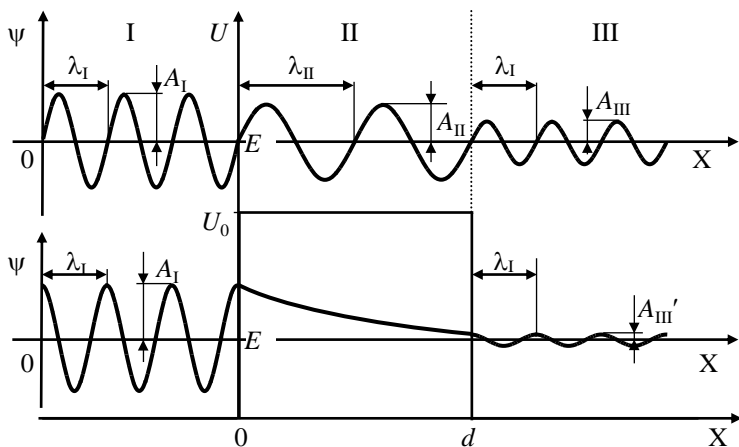


Рис. 2.2

Случай 2: $E < U_0$:

– Вновь в области I существуют и падающая и отражённая волны, $\psi_I = A_I e^{ik_1 x} + B_I e^{-ik_1 x}$, $k_1 = 2\pi/\lambda_I = \sqrt{2mE}/\hbar$; коэффициент

отражения от первой границы раздела $R_1 = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}$.

– Мы видим, что так же, как и раньше, в области III у уравнения Шредингера имеется решение, и это говорит о том, что в этой области можно обнаружить микрочастицу – волну, распространяющуюся вдоль оси X:

$\psi_{III} = A_{III}' e^{ik_{III} x}$, причём $k_{III} = k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$, и длина волны де Бройля микрочастицы в этой области оказывается такой же, как и области I.

Данный эффект невозможен с точки зрения классической физики: если полная энергия тела меньше потенциальной энергии барьера, оно оказывается неспособным преодолеть этой барьер и отражается от него. В квантовой физике частица имеет отличную от нуля вероятность проникнуть в область пространства за барьером, даже если барьер достаточно высок. *Явление проникновения частицы сквозь потенциальный барьер в случае,*

когда полная энергия частицы меньше потенциальной энергии барьера, носит название туннельного эффекта.

– Как мы уже говорили ранее, в области II, где $E < U_0$, физического смысла ни сама функция ψ_{II} , ни квадрат её модуля не имеют. Само решение уравнения Шредингера для этой области нам уже известно – см. формулу (2.19), полученную ранее для микрочастицы, взаимодействующей с потенциальной ступенькой: $\psi_{II} = A_{II} e^{-\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}x}$. И этой формулой (с учётом того, что на границе с координатой $x = d$ для плотности вероятности должно выполняться соотношение $\psi_{II}\psi_{II}^* = \psi_{III}\psi_{III}^*$) можно воспользоваться для расчёта амплитудного множителя A_{III}' :

$$A_{II}^2 e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}d} = (A_{III}')^2.$$

Для количественной оценки вероятности проникновения частицы сквозь барьер при туннельном эффекте вводится параметр D , который называется коэффициентом прозрачности барьера:

$$D = \frac{(A_{III}')^2}{A_I^2}. \quad (2.20)$$

В случае прямоугольного потенциального барьера

$$D = \frac{(A_{III}')^2}{A_I^2} = \frac{(A_{II}')^2 e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}d}}{A_I^2} = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}d}. \quad (2.21)$$

Часто $D_0 \approx 1$, и тогда формулу (2.21) можно переписать так:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}d}. \quad (2.22)$$

Барьер более сложной формы ($U = U(x)$ – см. рис. 2.3) можно представить в виде совокупности тонких (толщиной dx) прямоугольных барьеров, при этом коэффициент прозрачности рассчитывается по формуле

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar}\int_a^b \sqrt{2m(U_0-E)}dx}. \quad (2.23)$$

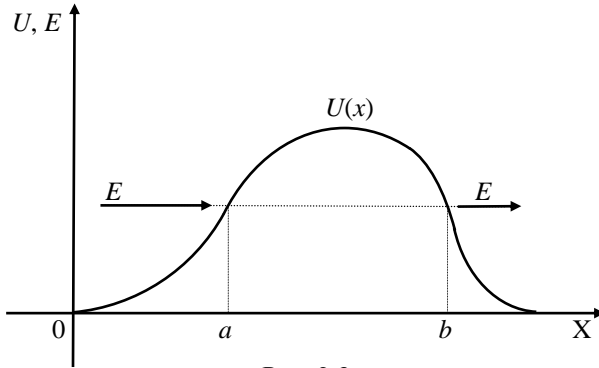


Рис. 2.3

Как следует из формул (2.21) – (2.23) коэффициент прозрачности, сильно зависит от массы m микрочастицы, от ширины барьера d и от его высоты ($U_0 - E$).

Туннельный эффект играет большую роль в целом ряде процессов и явлений, о которых будет идти речь в этом семестре. При подготовке к экзамену полезно выявить два - три примера проявления этого эффекта в различных ситуациях и привести их в ответе на соответствующий билет.

Вопросы для повторения

1. Какой смысл имеет волновая функция, и для чего используется уравнение Шредингера? Какое условие должно выполняться с тем, чтобы из уравнения Шредингера можно было получить уравнение Шредингера для стационарных состояний? Выведите данное уравнение.
2. Почему уравнение Шредингера для стационарных состояний называется именно таким образом? О каких стационарных состояниях идёт речь?
3. Выведите выражение для зависящего от времени множителя волновой функции микрочастицы в случае, когда потенциальная энергия микрочастицы в явном виде не зависит от времени.

4. Рассмотрев движение свободной микрочастицы, получите выражение для её волновой функции.
5. Что называется коэффициентом отражения микрочастицы от потенциального барьера?
6. Запишите уравнения Шредингера для областей пространства с $U = 0$ и $U = U_0$, а также решения этих уравнений для случаев $E > U_0$ и $E < U_0$.
7. В чём заключается туннельный эффект? Какие параметры микрочастицы меняются после прохождения микрочастицей потенциального барьера, а какие остаются неизменными?
8. Что называется коэффициентом прозрачности потенциального барьера при туннельном эффекте?

Лекция № 3 МИКРОЧАСТИЦА В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Для количественного описания поведения микрочастицы (расчёта плотности вероятности её обнаружения в заданной точке пространства) необходимо решить уравнение Шредингера. Если потенциальное поле, в котором находится частица, не меняется со временем, то для описания её поведения достаточно решить уравнение Шредингера для стационарных состояний. Мы уже рассмотрели случай $U = 0$ (свободная микрочастица) и показали, что в этом случае частицу можно рассматривать как плоскую волну. Далее мы проанализируем некоторые другие ситуации, постепенно переходя ко всё более сложным, и выявляя особенности, которые проявляются в поведении микрообъекта в этих условиях.

3.1 Микрочастица в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками

Потенциальной ямой называется ограниченная область пространства, в которой потенциальная энергия рассматриваемой частицы меньше, чем вне этого пространства. Одномерная модель прямоугольной потенциальной ямы высотой U_0 представлена на рис. 3.1а. Предельным случаем такой ситуации является прямоугольная яма с бесконечно высокими стенками, оказавшись в которой микрочастица уже не может из неё выбраться

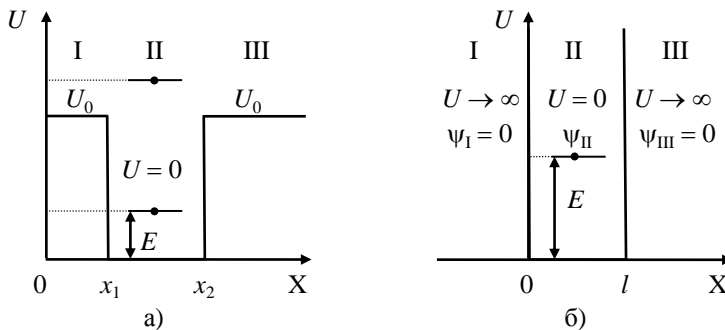


Рис. 3.1

ся, какую бы полную энергию E она не имела (рис. 3.1.б). Рассмотрим этот случай подробнее.

Пусть l – ширина ямы, внутри которой (при $0 < x < l$) потенциальная энергия $U = 0$. Вне этой ямы (при $x < 0$ и при $x > l$) $U \rightarrow \infty$. Поскольку частица из бесконечно высокой ямы вырваться не может, то очевидно, что в областях I и III плотность вероятности обнаружения микрочастицы равна нулю, а это означает, что и её пси-функция там тоже равна нулю: $\psi_I = \psi_{III} = 0$.

Для того, чтобы найти, какова пси-функция микрочастицы ψ_{II} в области II, необходимо решить уравнение Шредингера при $U = 0$:

$$\frac{d^2 \psi_{II}}{dx^2} + k^2 \psi_{II} = 0, \quad (3.1)$$

где $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. Это уравнение идентично рассмотренному ранее (2.13), однако, для упрощения последующих выкладок его решение мы запишем не в виде суммы экспонент с комплексными степенями (2.14), а в тригонометрической форме*:

$$\psi_{II} = A \sin(kx) + B \cos(kx). \quad (3.2)$$

Используем теперь условие того, что ψ -функция должна быть *гладкой*, не иметь разрывов. Так, в точке $x = 0$ должно выполняться условие $\psi_I(x = 0) = \psi_{II}(x = 0)$. Но $\psi_I = 0$ везде, в том числе и в точке $x = 0$, следовательно, $\psi_{II}(x = 0) = 0$, то есть:

$$0 = A \sin(0) + B \cos(0) = B.$$

Мы получили, что второе слагаемое в выражении для ψ_{II} должно отсутствовать, так как коэффициент B равен нулю.

Учтём теперь, что в точке $x = l$ должно выполняться условие $\psi_{II}(x = l) = \psi_{III}(x = l) = 0$, так как $\psi_{III} = 0$ везде, в том числе и в этой точке:

$$A \sin(kl) = 0$$

* Напомним, что тригонометрические функции можно выразить через экспоненты с комплексными степенями (формулы Эйлера):

$$\sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}, \quad \cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}.$$

Очевидно, что коэффициент A не может быть равен нулю, иначе $\psi_{II} = 0$ при любых x , а это означает, что частицы в ящике просто нет. Таким образом, остаётся сделать вывод о том, что равен нулю синус выражения, стоящего в скобках, то есть:

$$kl = \pi n, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots, \text{ или}$$

$$k = \frac{\pi n}{l}, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.3)$$

Заметим, что n не может принимать значение, равное нулю, по той же причине, что и A : если бы это было так, то равнялось бы нулю и число k , то есть опять оказалось бы, что $\psi_{II} = 0$ в любой точке внутри ящика.

Ранее мы вводили обозначение: $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. С учётом (3.3) теперь можно записать:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m l^2} n^2 = \frac{h^2}{8m l^2} n^2. \quad (3.4)$$

Полученное выражение означает, что микрочастица, находящаяся в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками может иметь не любые, а лишь вполне определённые значения энергии. В таких случаях говорят, что *энергия частицы квантуется*.

Целое число n означает *номер энергетического уровня*, на котором может находиться частица. Переход частицы с уровня n на следующий, более высокий с номером $n + 1$, возможен лишь при поглощении ею порции (кванта) энергии

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{h^2}{8m l^2} (2n + 1),$$

причём энергия требуемого кванта (расстояние между уровнями) возрастает с увеличением их номера (рис. 3.2).

Важно, что минимальная энергия частицы не может равняться нулю, для нижнего уровня с $n = 1$:

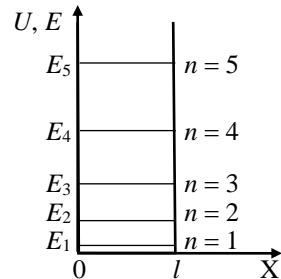


Рис. 3.2

$$E_1 = \frac{h^2}{8m l^2}. \quad (3.5)$$

Полученное условие *согласуется с соотношениями неопределённости Гейзенберга*. Действительно, в рассматриваемой потенциальной яме неопределённость по координате по порядку величины равна ширине этой ямы ($\Delta x \approx l$), а для неопределённости по импульсу частицы, способной двигаться в обе стороны по оси X, можно записать $\Delta p_x \approx 2p$. Поскольку полная энергия частицы равна её кинетической энергии (в яме потенциальная энергия $U = 0$), то, как и следовало ожидать,

$$E_1 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\Delta p_x^2}{8m} = \frac{h^2}{8m \Delta x^2} = \frac{h^2}{8m l^2}.$$

Найдём теперь значение амплитудного множителя A в выражении для ψ_{II} , для чего воспользуемся *условием нормировки* пси-функции. В нашем случае это условие выглядит так:

$$\int_0^l \psi \psi^* dx = 1.$$

Но для $\psi_{II} = A \sin(kx)$ произведение $\psi_{II} \psi_{II}^* = A^2 \sin^2(kx)$, где число $k = \frac{\pi n}{l}$, и

$$\begin{aligned} \int_0^l \psi_{II} \psi_{II}^* dx &= \int_0^l A^2 \sin^2(kx) dx = A^2 \int_0^l \frac{1 - \cos(2kx)}{2} dx = \\ &= \frac{A^2}{2} \int_0^l dx - \frac{A^2}{2} \int_0^l \cos(2kx) dx = \frac{A^2}{2} l - \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(2kx)}{2k} \Big|_0^l = \\ &= \frac{A^2}{2} l - \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(2kl)}{2k} = \frac{A^2}{2} l - \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin(2\pi n)}{2k} = \frac{A^2}{2} l. \end{aligned}$$

В итоге с учётом условия нормировки получаем, что

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Таким образом, выражение для пси-функции ψ_{II} микрочастицы, находящейся в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi_{II} = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right), \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.6)$$

При этом плотность вероятности обнаружения частицы микрочастицы внутри ямы в точке с заданной координатой x описывается выражением*

$$\rho(x) = \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{\pi n}{l} x\right), \text{ где также } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.7)$$

На рис. 3.3 представлены графики зависимостей $\psi_{II}(x)$ и $\rho(x)$ для нескольких значений n . Для удобства сравнения соответствующие кривые размещены на уровнях с разными номерами.

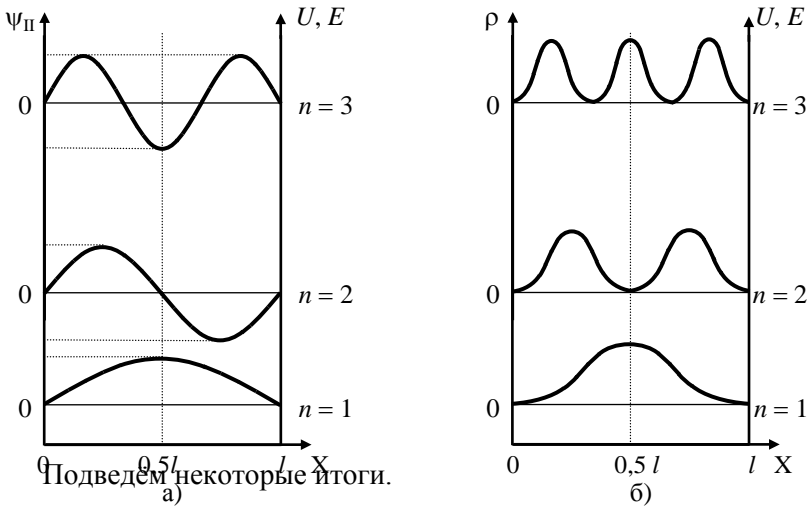


Рис. 3.3

* Напоминаем, что для получения формулы для $\Psi(x, y, z, t)$ найденную функцию $\psi_{II}(x, y, z)$ нужно умножить на функцию $\varphi(t) = e^{-\omega t}$. Однако, поскольку физический смысл имеет не сама пси-функция, а квадрат её модуля, то функцию Ψ искать не нужно, так как в нашем случае $|\Psi|^2 = |\psi_{II}|^2$.

1. Мы показали, что в отличие от классической физики, энергия микрочастицы в потенциальном ящике квантуется, то есть может принимать не любые, а лишь вполне определенные значения.
2. Расстояние между соседними разрешёнными уровнями энергии в прямоугольной потенциальной яме не является заданным: оно зависит от номеров соседних уровней (увеличиваясь с их ростом), от ширины потенциальной ямы и от массы частицы. В частности, при устремлении ширины ямы к бесконечности расстояние между подуровнями стремится к нулю: мы переходим к рассмотрению движения свободной микрочастицы. Если же ширина ямы мала, то при конечной высоте ямы легкие частицы вообще нельзя будет обнаружить в ней: их энергия оказывается выше значения потенциальной энергии на краях ямы. Этим, например, объясняется то, почему в ядре атома (или даже в непосредственной близости от него) не могут находиться электроны.
3. Вероятность обнаружить микрочастицу в разных частях ямы неодинакова и, кроме того, зависит от номера энергетического уровня. Так, для состояния с $n = 1$ наиболее вероятным будет пребывание частицы в центре потенциального ящика, при $n = 2$ вероятность будет максимальной на расстоянии $l/4$ от его краёв, и только при устремлении n к бесконечности вероятность обнаружения частицы становится практически одинаковой на любом расстоянии от стенок, как это и должно быть, согласно классической теории.
4. Полученное нами условие $k = \frac{\pi n}{l}$ с учётом того, что $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,

даёт следствие: длина волны де Бройля, соответствующая микрочастице в прямоугольном потенциальном ящике, связана с шириной этого ящика соотношением

$$l/(0,5\lambda) = n, \text{ где } n - \text{целое число.}$$

Другими словами, на разрешённых уровнях энергии на отрезке l должно укладываться целое число полуволен, а это означает, что микрочастица в ящике описывается не бегущей, а *стоячей волной*.

Кроме всего перечисленного, мы продемонстрировали, как можно использовать при решении уравнения Шредингера требование гладкости пси-функции и условие её нормировки.

Результаты, полученные для одномерного движения, могут быть обобщены для трёхмерного потенциального ящика. Волновая функция в этом случае приобретает вид

$$\psi(x, y, z) = Ce^{ikr} = C e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}, \text{ где}$$

$$k_x = \frac{\pi n_x}{l_x}, k_y = \frac{\pi n_y}{l_y}, k_z = \frac{\pi n_z}{l_z}, n_x = 1, 2, \dots, n_y = 1, 2, \dots, n_z = 1, 2, \dots$$

Энергия микрочастицы в таком ящике также квантуется; так для $l_x = l_y = l_z = l$ можно получить, что

$$E = \frac{h^2}{8m l^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2).$$

Задача о микрочастице в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками во многом является модельной. Однако встречаются случаи, когда расчёты по этой модели дают ценные в практическом отношении результаты. Типичный пример: в современной микро- и нанoeлектронике используются достаточно тонкие (с тем, чтобы у находящихся в них электронов происходило квантование энергии) прослойки металла (М), полупроводника (П) и даже сверхпроводника, которые располагаются между диэлектрическими (Д) слоями. На базе таких структур (их обозначают ДПД, МДПДМ и так далее) удаётся получать приборы, в основе работы которых лежат квантово-механические явления.

Итак, описывая поведение микрочастицы, мы столкнулись с двумя принципиально разными случаями, связанными с решением уравнения Шредингера. В первом (свободная микрочастица) оказалось, что уравнение имеет решение при любых значениях параметра $E > 0$. Во втором (частица в потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками) оказалось, что решение уравнения возможно лишь при вполне определённых значениях E , которые образуют дискретный ряд (энергия частицы квантуется). В принципе возможна и третья ситуация (с ней мы столкнёмся позднее при рассмотрении зонной теории

твёрдого тела), когда энергия может принимать любые значения внутри некоторых интервалов, однако сами эти интервалы образуют дискретные ряды ($E_1 > E > E_2$, $E_3 > E > E_4$, $E_5 > E > E_6$ и так далее) То, какой из вариантов реализуется на практике, зависит от вида функции $U(x, y, z)$.

3.2 Линейный гармонический осциллятор

Линейным гармоническим осциллятором называется частица, которая совершает колебания, происходящие по синусоидальному закону около положения равновесия.

Пусть колебания происходят вдоль оси X , причём для координаты можно записать: $-A \leq x \leq A$. Для того, чтобы колебания были гармоническим необходимо, чтобы возвращающая сила линейно зависела от смещения, в нашем случае – от координаты (для этого амплитуда колебаний должна быть не слишком большой):

$$F = -kx, \quad (3.8)$$

где k – некоторая постоянная.

Потенциальная энергия осциллятора описывается известными формулами

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2} \quad (3.9)$$

(здесь использовано, что $\omega = \sqrt{k/m}$, где m – масса колеблющейся частицы, ω – частота собственных колебаний), причём никаких ограничений на величину полной энергии E у классического осциллятора не имеется.

Поскольку U в явном виде не зависит от времени, для описания колебаний микрочастицы и здесь достаточно решить уравнение Шредингера для стационарных состояний, которое имеет следующий вид:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0. \quad (3.10)$$

В теории решения дифференциальных уравнений доказыва-
ется, что уравнение вида (3.10) имеет конечные, однозначные и
непрерывные решения только при дискретных значениях энер-
гии:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega, \quad (3.11)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Наименьшая (при $n = 0$) энергия такого объекта называется
нулевой: $E_0 = 1/2\hbar\omega$. Существование нулевой энергии является
прямым следствием соотношения неопределенностей Гейзен-
берга: если бы при $n = 0$ колебания прекратились, то оказалось
бы точно заданы и координата и импульс частицы.

В качестве системы квантовых осцилляторов можно рас-
сматривать атомы, находящиеся в узлах кристаллической ре-
шётки твёрдых тел. Понижение температуры приводит к
уменьшения амплитуды колебаний этих атомов около положе-
ния равновесия, однако даже при $T = 0$ колебания не прекра-
щаются! Это приводит к любопытным явлениям, так, напри-
мер, известно, что понижение температуры способствует пере-
ходу реальных газов в жидкое, а затем – в твёрдое состояние.
«Лёд» из азота, водорода, метана, аргона и других газов может
покрывать поверхность удалённых от Солнца планет, астерои-
дов, комет... Оказалось, однако, что существует газ, который
не удаётся перевести в твёрдое состояние простым понижением
охлаждением. Речь идёт о гелии (${}^4_2\text{He}$), энергия нулевых коле-
баний атомов которого настолько велика, что они не могут обра-
зовать устойчивую кристаллическую решётку даже при темпе-
ратуре, близкой к абсолютному нулю: гелий остаётся жидким*.

Поведение частицы – квантового осциллятора полезно срав-
нить с поведением частицы, находящейся в прямоугольной по-
тенциальной яме с бесконечно высокими стенками. И в том и в
другом случаях «яма» бесконечно высока, и это приводит к то-
му, что энергия частицы квантуется, и в том и в другом случаях

* Твёрдый гелий получить всё же удаётся, однако для этого требу-
ется не только понизить температуру, но и значительно (примерно
до 25 атмосфер) увеличить давление в камере для выращивания
таких кристаллов.

минимальная энергия частицы не может быть равной нулю. Но если в прямоугольной яме с ростом n интервал между разрешёнными уровнями энергии увеличивается, то у осциллятора эти интервалы одинаковы:

$$E_n - E_{n-1} = \hbar\omega.$$

Есть и еще одно существенное отличие. Если в прямоугольной яме частица, поглощая или испуская порцию энергии, может переходить с одного разрешённого уровня на другой вне зависимости от того, каковы номера этих уровней, то на переходы с уровня на уровень в квантовом осцилляторе налагается *правило отбора*. Квантово-механические расчёты вероятности подобных переходов показывают, что в квантовом осцилляторе разрешёнными являются переходы лишь между уровнями – соседями:

$$\Delta n = \pm 1. \quad (3.12)$$

Система уровней энергии квантового осциллятора и примеры возможных переходов между ними представлены на рис. 3.4.

Представление кристаллической решётки в качестве совокупности большого числа связанных друг с другом квантовых осцилляторов позволяет предложить необычный способ описания поведения такой системы. Кванты колебаний, имеющие энергию $E = \hbar\omega$, можно рассматривать как частицы, которые обладают не только энергией, но и массой ($E = mc^2$). Повышение температуры кристалла сопровождается, в частности, увеличением концентрации этих частиц, возрастанием

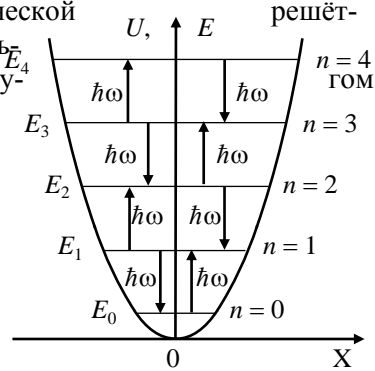


Рис. 3.4

числа их столкновений со свободными электронами, и, как следствие, – снижением электропроводности кристалла. Понятно, что в данном случае речь идёт не о реальных частицах, а о мысленно вводимых объектах – *квазичастицах*, обсуждать

свойства которых имеет смысл лишь до тех пор, пока мы говорим о кристалле.

Приём введения в рассмотрение квазичастиц для описания поведения системы, состоящей из большого числа одинаковых элементов, широко используется и в других разделах физики (далее мы будем говорить о *дырках*, *куперовских парах*, *экситонах* и т. д.). В частности, квазичастицы – кванты нормальных колебаний атомов кристаллической решётки принято называть *фононами*, а их совокупность (так же, как и «газ» свободных электронов) – *фононным газом*.

Вопросы для повторения

1. Выведите формулу для энергии микрочастицы в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками.
2. Выведите выражение для амплитудного множителя волновой функции микрочастицы в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками.
3. Начертите систему энергетических уровней микрочастицы в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и изобразите на ней графики соответствующих волновых функций микрочастицы.
4. Начертите систему энергетических уровней микрочастицы в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и изобразите на ней графики соответствующих зависимостей плотности вероятности обнаружения микрочастицы в заданной точке ямы от координаты.
5. Что общего и в чём состоит отличие в поведении микрочастиц, одна из которых находится в прямоугольной, а другая – в параболической одномерной потенциальной яме?
6. Что такое «фононы»? Что имеется в виду, когда о них говорят, как о квазичастицах?

4.1 Квантовая теория водородоподобного атома

Как известно, в атоме водорода ядро (протон, который можно рассматривать, как точечный положительный заряд) взаимодействует с другим точечным зарядом (отрицательным) – электроном. Это взаимодействие подчиняется закону Кулона, причём потенциальная энергия системы электрон – протон оказывается отрицательной и описывается формулой:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e)e}{r},$$

где $-e$ и e – заряды электрона и протона соответственно, r – расстояние между ними, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Чем больше заряд ядра атома, тем больше электронов содержит атом. При этом взаимодействие электронов с ядром уже далеко не всегда удаётся описать простой формулой закона Кулона, которая справедлива, как известно, лишь для точечных зарядов, шаров, сфер. Но, тем не менее, некоторые атомы (их называют *водородоподобными*) можно рассматривать как систему, состоящую из положительно заряженного шара (в качестве такого шара можно принять само ядро атома и совокупность окружающих его внутренних электронных оболочек), и одного внешнего (наиболее удалённого от ядра) электрона. Примеры таких систем – атомы щелочных металлов, а также некоторые ионы, на внешней оболочке которых находится лишь один электрон (например, ион ${}^4_2\text{He}^+$). Во всех этих случаях потенциальная энергия описывается формулой

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z(-e)e}{r},$$

в которой Z – некоторый поправочный коэффициент, величина которого для каждого случая определяется отдельно. Заметим: как и ранее, потенциальная энергия системы не зависит от времени, но теперь задачу о вычислении волновой функции нельзя считать одномерной. Уравнение Шредингера имеет вид:

$$\Delta\psi(x, y, z) + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \psi(x, y, z) = 0. \quad (4.1)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ *.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение вида (4.3) имеет решение при следующих значениях параметра E :

- при любых $E > 0$;
- при таких $E < 0$, что

$$E = - \frac{Z^2 m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}, \quad (4.2)$$

где \hbar – постоянная Планка, m_e – масса электрона, n – положительное целое число: $n = 1, 2, 3, 4, \dots$. Это число можно интерпретировать, как номер соответствующей разрешённой орбиты, и поскольку оно характеризует основной параметр системы – её энергию, n называют *главным квантовым числом*. Заметим,

что формулу (4.2) можно получить исходя из теории Бора.

Схема энергетических уровней электрона в водородоподобном атоме изображена на рис. 4.1.

Случай $E > 0$ интерпретировать легко: он соответствует ситуации, когда свободный электрон пролетает мимо положи-

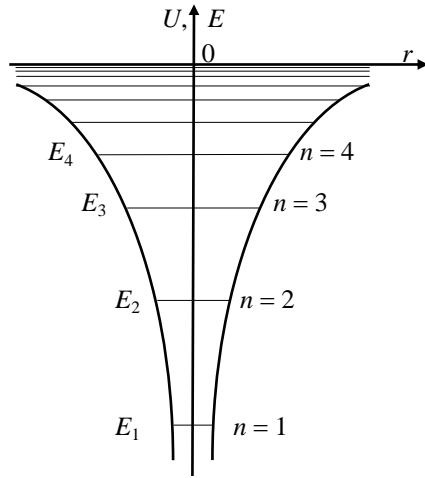


Рис. 4.1

* Водородоподобный атом можно считать сферически симметричным: для решения уравнения (4.3) удобно от декартовых координат x, y, z перейти к сферическим: модулю соответствующего радиус-вектора $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ и двум углам φ и θ , таким, что $x = r \cdot \sin\varphi \cdot \cos\theta$, $y = r \cdot \cos\varphi$.

тельно заряженного ядра, отклоняется им, но продолжает лететь дальше, сохраняя в итоге свою кинетическую (положительную по знаку) энергию. Отрицательной полной энергии соответствует ситуация, когда электрон движется вокруг ядра, находясь в потенциальной яме, и для того, чтобы он стал свободным (преодолеет силу притяжения к ядру) требуется совершить добавочную работу.

С требованием квантования энергии мы уже сталкивались ранее, однако оказывается, что в случае водородоподобного атома должны выполняться еще два условия:

– *модуль вектора момента импульса электрона, находящегося на разрешённой орбите**, также квантуется и может принимать лишь вполне определённые значения:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (4.3)$$

где l – положительное целое число, которое для заданного энергетического уровня с номером n может принимать значения $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$. Это число называется *орбитальным*, очевидно, что для электрона, находящегося на разрешённом уровне с энергией E_n , оно может принимать n разных значений.

– Квантоваться должен не только модуль вектора \vec{L} (то есть его длина), но и проекция этого вектора на любое выделенное направление. Ось, выбираемую вдоль этого направления, обычно называют осью Z , при этом соответствующей проекции момента импульса присваивают тот же индекс: L_z :

$$L_z = m\hbar, \quad (4.4)$$

где m – целое число, принимающее при заданном l следующие значения:

$$m = -l, -(l-1), -(l-2), \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, l-2, l-1, l,$$

то есть всего $2l + 1$ значение. В экспериментах зачастую выделенная ось Z связывается с направлением линий индукции

* Напомним, что моментом момента импульса тела относительно заданной точки называется вектор $\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}]$, где \vec{r} – радиус вектор, соединяющий эту точку с центром масс тела, а \vec{p} – импульс тела.

внешнего магнитного поля, которым в ходе измерений воздействуют на образец, поэтому квантовое число m называют *магнитным*.

Таким образом, решением уравнения Шредингера для водородоподобного атома в сферической системе координат является волновая функция $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$, зависящая от квантовых чисел n, l, m . В качестве примера приведём формулу для пси-функции электрона, находящегося в атоме водорода в основном (с минимально возможной энергией) состоянии (в этом состоянии $n = 1, l = 0, m = 0$).

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, \quad (4.5)$$

где параметр $a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$ имеет смысл радиуса первой электронной орбиты, получаемый, исходя из теории Бора.

Поскольку по определению $\psi \cdot \psi^* = \frac{dW}{dV}$, где dW – вероятность обнаружения частицы в малом объёме dV (в сферических координатах $dV = 4\pi r^2 dr$), то

$$dW = \psi \cdot \psi^* dV = 4\pi r^2 |\psi|^2 dr = 4\pi r^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \right)^2 dr = \frac{4r^2}{a^3} e^{-2r/a} dr.$$

Множитель $\rho(r) = \frac{dW}{dr} = \frac{4r^2}{a^3} e^{-2r/a}$ можно интерпретировать как плотность вероятности обнаружения электрона на расстоянии r от центра ядра. Из стандартного условия для экстремума функции $\frac{d\rho}{dr} = 0$ можно найти такое расстояние r , при котором плотность вероятности $\rho(r)$ оказывается максимальной ($\rho = \rho_{\max}$). Нетрудно получить, что при этом $r = a$, то есть радиус первой боровской орбиты с квантово-механической точки зрения име-

ет смысл расстояния от ядра, на котором плотность вероятности найти частицу имеет *наибольшее* значение*.

Как показывают детальные расчеты для водородоподобных атомов, волновые функции электронов для состояний с $l = 0$ (Ψ_{200} , Ψ_{300} и т. д.) зависят только от расстояния r . Это означает, что во всех направлениях вероятность обнаружить электрон на заданном расстоянии r оказывается одинаковой.

Таким образом, в строгом смысле говорить об орбитах электронов в атоме (подобных орбитам планет, спутников, других небесных объектов) нельзя: электрон можно представить в виде некоторого облака, «размазанного» в пространстве вокруг ядра, причём плотность этого облака неодинакова на разных расстояниях от ядра. При $l = 0$ облако имеет сферическую симметрию (именно поэтому орбитальный момент импульса такого электрона равен нулю), в других случаях (при других значениях l) электронное облако приобретает иную форму («гантель», «бублик» и др.).

4.2 Спектр излучения атома водорода

Итак, поведение электрона в атоме описывается волновой функцией, вид которой зависит от квантовых чисел n , l и m . При этом определенному значению энергии E_n могут соответствовать несколько волновых функций, отличающихся значениями квантовых чисел l и m . Это означает, что атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных квантовых состояниях. Состояния с одинаковой энергией называются вырожденными, а число различных состояний с каким-либо одинаковым значением энергии называется кратностью вырождения соответствующего энергетического уровня. Учитывая разные варианты комбинаций l и m для одного и того же n , можно показать, что кратность вырождения данного уровня энергии равна n^2 , или

* Согласно теории Бора электрон может находиться *только* на разрешённых орбитах, мы же видим, что в квантово-механической теории речь идёт *не о строгом* соблюдении этого условия, а о его *вероятностной* трактовке.

$$n^2 = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1).$$

В атомной физике применяются условные обозначения состояний электрона с различными значениями орбитального квантового числа. Так, электрон в состоянии с $l = 0$, называют s -электроном, в состоянии с $l = 1$ – p -электроном, в состоянии с $l = 2$ – d -электроном, в состоянии с $l = 3$ – f -электроном. Значение главного квантового числа n принято указывать цифрой перед условным обозначением квантового числа l . Например, электрон в состоянии $n = 4$, при этом имеющий $l = 1$ обозначается символом $4p$. Говорят, что все электроны с одинаковым n принадлежат одной *оболочке*, каждая из которых также обозначается буквой латинского алфавита (заглавной). В частности, поскольку l всегда меньше n , то:

K -оболочка с $n = 1$ содержит только $1s$ -состояние;

L -оболочка с $n = 2$ содержит $2s$ и $2p$ -состояния;

M -оболочка с $n = 3$ включает в себя $3s$, $3p$ и $3d$ -состояния;

N -оболочка с $n = 4$ включает в себя $4s$, $4p$, $4d$ и $4f$ -состояния, и т. д.

Как и в случае квантового осциллятора, переходы электрона из одного состояния в другое в водородоподобном атоме подчиняются *правилам отбора*. Здесь их два: разрешёнными являются лишь такие переходы, для которых выполняются условия

$$\begin{aligned} \Delta l &= \pm 1, \text{ при этом} \\ \Delta m &= 0 \text{ или } \pm 1. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Учёт правил отбора позволяет начертить схему переходов электрона с уровня на уровень в атоме водорода, переходов, которые сопровождаются испусканием квантов электромагнитного излучения (в том числе в видимой области спектра) – рис. 4.2.

На рисунке приведены примеры переходов, которые сопровождаются излучением в видимой области спектра (серия Бальмера). Это переходы на уровень с $n = 2$, содержащий $2s$ и $2p$ состояния. Согласно правилам отбора, в $2s$ -состояние могут перейти лишь электроны из p -состояний ($3p$, $4p$, $5p$ и т. д.) а в p -состояние – из s - и d -состояний ($3s$, $3d$, $4s$, $4d$, $5s$, $5d$ и т. д.).

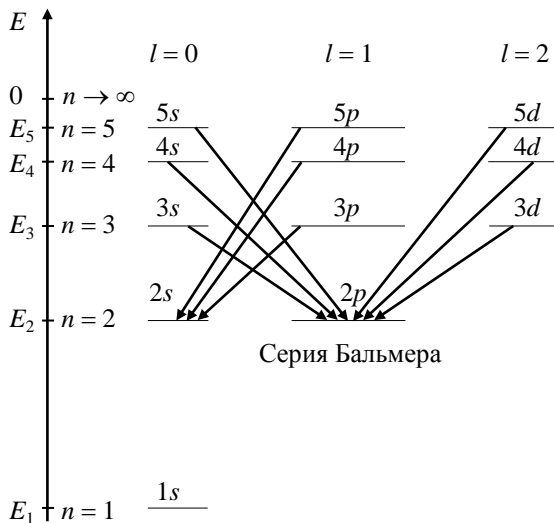


Рис. 4.2

Предсказания теории о том, что энергия, орбитальный момент импульса и его проекция на любое выделенное направление квантуются, причём величина этих параметров определяется квантовыми числами n , l и m , заставляют задуматься о следующем:

- насколько предсказания теории обоснованы экспериментально?
- Какова область применимости рассмотренной теории?
- Как изменятся выводы теории, если рассмотреть поведение электронов в многоэлектронных атомах?

Рассмотрим эти вопросы по порядку.

4.3 Опыт Штерна и Герлаха

Экспериментальное подтверждение выводов о квантовании энергии электрона в водородоподобном атоме подтверждаются наблюдаемыми закономерностями в спектрах излучения и поглощения газов и паров соответствующих веществ. На первый взгляд проблема подтверждения квантования L представляется

более сложной, однако, на помощь в её решении приходит тот факт, что орбитальный момент импульса электрона тесно связан с его орбитальным магнитным моментом $\vec{\mu}^*$. Напомним, что вектора \vec{L} и $\vec{\mu}$ направлены в противоположные стороны (рис. 4.3), причём их отношение (оно называется *гиромагнитным*) равно:

$$\frac{\mu}{L} = -\frac{e}{2m_e}, \quad (4.7)$$

где e – заряд электрона, m_e – его масса.

Из этой формулы следует, что

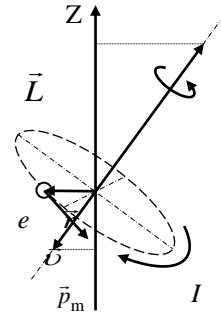
$$\vec{L} = -\frac{e}{2m_e} \vec{\mu},$$

или, если выбрать произвольную ось Z , то для проекций L_Z и μ_Z векторов \vec{L} и $\vec{\mu}$ на эту ось также можно записать:

$$L_Z = -\frac{e}{2m_e} \mu_Z.$$

Таким образом, если в эксперименте удаётся показать, что проекция магнитного момента μ_Z квантуется, то это будет означать, что квантуется и L_Z , и, соответственно, L , подтвердив, тем самым, выводы теории.

Один из первых экспериментов, в котором квантование орбитального момента импульса было продемонстрировано на практике, был опыт Штерна и Герлаха. Опыт основан на выводах классической теории электромагнетизма о том, что на ви-



*Орбитальному движению электрона можно сопоставить замкнутый контур, по которому идёт электрический ток в сторону, противоположную направлению вектора скорости электрона. Ранее магнитный момент витка площадью S , по которому идёт ток I мы обозначали символом $\vec{p}_m = IS\vec{n}$, где \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке, ограниченной витком; в данной части курса физики магнитный момент электрона принято обозначать вектором $\vec{\mu}$.

ток с током (объект, обладающий магнитным моментом) в неоднородном магнитном поле должна действовать сила

$$F = p_{mz} \frac{\partial B}{\partial z}, \quad (4.8)$$

где B – индукция магнитного поля, меняющаяся вдоль оси Z , p_{mz} – проекция магнитного момента витка с током на эту ось. Для электрона, имеющего орбитальный магнитный момент μ , и находящегося в неоднородном магнитном поле, можно записать:

$$F = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{2m_e}{e} |L_z| = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{2m_e}{e} m\hbar, \quad (4.9)$$

то есть, если L_z действительно квантуется, то и сила, действующая на электрон, должна принимать лишь определённые значения.

Штерн и Герлах (1922 г.) пропускали через неоднородное магнитное поле пучки атомов различных веществ (рис. 4.4). Если бы орбитальный момент импульса электрона в атоме (и соответствующий ему магнитный момент) мог иметь любые

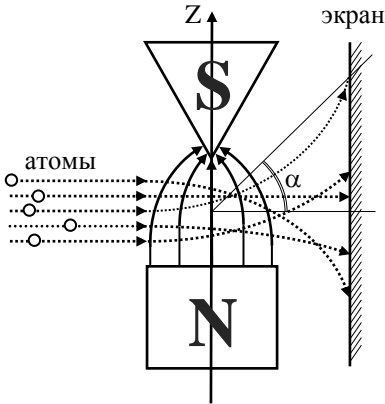


Рис. 4.4

проекции на ось Z , то и силы имела бы совершенно разные значения, и к моменту выхода из области неоднородного поля атомы отклонялись бы на все возможные углы α в интервале от $+\pi/2$ до $-\pi/2$. Опыт показал, однако, что на экране, расположенном на пути атомов, формируются отдельные полосы: отклонение атомов происходит лишь на некоторые задан-

ные углы, что соответствует вполне определённым значениям силы. Данный факт как раз и свидетельствует о том, что мно-

житель L_z в формуле (4.9) квантуется*. Таким образом, Штерн и Герлах подтвердили правильность выводов квантово-механической теории строения атома.

Выбрав в однородном магнитном поле в качестве оси Z ось, вдоль которой направлены линии индукции (и, соответственно, вектор \vec{H} напряжённости внешнего магнитного поля), можно начертить рисунок, поясняющий явление *пространственного*

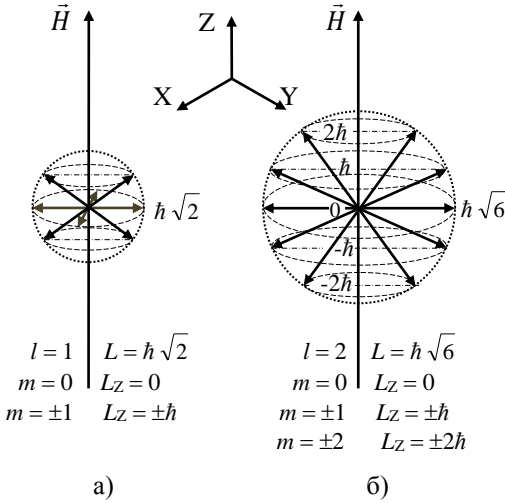


Рис. 4.5

квантования орбитального момента импульса электрона. На рис. 4.5 стрелочками указаны возможные направления вектора \vec{L} в случаях: а) $l = 1, m = -1, 0, +1$; б) $l = 2, m = -2, -1, 0, +1, +2$; на рисунке 4.5.б отмечены также значения L_z (проекции \vec{L} на ось Z).

Чем больше l , тем больше набор значений магнитного квантового числа m ,

* Здесь мы изложили лишь идею опыта. На практике для расчёта силы нужно принять во внимание, например, то, что в состав атомов (кроме атома водорода) входит не один, а много электронов, каждый из которых обладает своим орбитальным магнитным моментом. Кроме того, (и мы об этом будем говорить ниже), помимо орбитального магнитного момента следует учитывать наличие у электронов и входящих в состав ядра атома протонов и нейтронов *собственных* магнитных моментов. Тем не менее, общий итог оказывается сходным: пучок атомов на экране при выходе из магнитного поля даёт дискретный набор полос, а не одну сплошную линию.

тем больше вариантов направлений в пространстве может иметь вектор орбитального момента импульса электронов \vec{L} .

Согласно соотношению (4.7) пространственное квантование характерно и для орбитального магнитного момента электрона в атоме:

$$\mu = \frac{e}{2m_e} \hbar \sqrt{l(l+1)}.$$

Множитель $\frac{e}{2m_e} \hbar$ обозначают символом μ_B и называют *магнетоном Бора*;

$$\mu = \mu_B \sqrt{l(l+1)}. \quad (4.10)$$

Поскольку $\mu_z = \frac{e}{2m_e} L_z = \frac{e}{2m_e} m \hbar = \mu_B m$, магнетон Бора представляет собой наименьшую (за исключением 0) величину, которую может иметь проекция орбитального магнитного момента электрона на заданное направление вектора напряжённости внешнего магнитного поля.

4.4 Собственный момент импульса (спин)

Итак, явление квантования энергии, орбитального момента импульса и его проекции на выделенное направление в пространстве следуют из решения уравнения Шредингера. Эти следствия нельзя получить в рамках классической физики, они являются результатом использования идей квантовой механики. Однако любая теория имеет свои границы применения, это относится и к «классической» квантовой механике. Если рассматривать движение микрочастиц со скоростями, близкими к скорости света, то необходимо учесть возникающие релятивистские эффекты. В рамках релятивистской квантовой механики П. Дираком было предложено уравнение, играющее такую же роль, что и уравнение Шредингера в «классическом» случае. Из этого уравнения следует, что помимо орбитального момента импульса \vec{L} , электрон должен обладать собственным

моментом импульса \vec{L}_S и связанным с ним собственным магнитным моментом $\vec{\mu}_S$. Собственный момент импульса получил название *спин*^{*}, его существование у электрона впервые было обосновано в 1925 г. американскими учеными Д. Уленбеком и С. Гаудсмитом.

Гиромагнитное отношение собственного момента импульса и магнитного момента в два раза больше того, которое получается для орбитальных моментов:

$$\frac{\mu_S}{L_S} = -\frac{e}{m_e}, \quad (4.11)$$

И L_S и μ_S квантуются; квантуются и их проекции на выделенную ось Z :

$$\begin{aligned} L_S &= \hbar \sqrt{S(S+1)}, \text{ где } S = 1/2; \\ L_{SZ} &= \hbar m_S, \text{ где } m_S = \pm S = \pm 1/2; \\ \mu_S &= 2\mu_B \sqrt{S(S+1)}; \\ \mu_S &= 2\mu_B m_S. \end{aligned}$$

Рассмотрим, как проявляется наличие спина в опыте, поставленном по схеме Штерна и Герлаха.

Суммарный магнитный момент атома складывается из орбитальных магнитных моментов всех электронов в атоме, их собственных магнитных моментов и собственных магнитных моментов нуклонов, входящих в состав ядра. Поскольку магнитные моменты – вектора, по-разному ориентированные в пространстве, суммарный магнитный момент всего атома оказывается не слишком большим, и, в частности, может оказаться, что его величина определяется магнитным моментом одно-

* Спином обладают не только электроны: он имеется у всех элементарных частиц, у протонов, нейтронов. При объединении этих частиц (например, в ядра атомов) возникают объекты, которые также имеют спин, проекция которого на выделенное направление в итоге может оказаться равной нулю, кратной целому числу постоянных Планка (например, $\pm\hbar$, $\pm 2\hbar$ и т. д.), или кратной нечетному числу «половинок» \hbar (например, $\pm\hbar/2$, $\pm 3\hbar/2$ и т.д.).

го электрона (валентного), находящегося на внешней орбите. Если эта орбита соответствует s -состоянию (то есть, квантовые числа l и m равны нулю), то у электрона на этой орбите нет и орбитального магнитного момента. Но при пропускании пучка таких атомов (например, – атомов лития) через неоднородное магнитное поле такой пучок всё равно расщепляется, причем оказывается, что сила, действующая на атомы, принимает лишь два значения. Это возможно, если за расщепление ответственен собственный магнитный момент, проекция которого на направление Z также имеет два значения:

$$F = \mu_{sz} \frac{\partial B}{\partial z} = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{m_e}{e} |L_{sz}| = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{2m_e}{e} m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial z} \frac{2m_e}{e} \hbar.$$

4.5 Принцип Паули. Периодическая таблица элементов

Итак, мы показали, что состояние электрона в водородоподобном атоме характеризуется набором из следующих четырёх квантовых чисел:

- главного $n = 1, 2, 3, \dots$, от которого зависит энергия электрона E ;

- орбитального $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$, определяющего величину L орбитального момента импульса электрона и величину μ связанного с ним магнитного момента;

- магнитного $m = -l, -(l - 1), -(l - 2), \dots, 0, 1, 2, \dots, l - 1, l$, которое задаёт значение проекции L_z орбитального момента импульса электрона на выделенное направление в пространстве и связанной с ней проекции на это направлении μ_z орбитального магнитного момента;

- спинового магнитного числа $m_s = \pm 1/2$, характеризующего проекцию L_{sz} собственного момента импульса электрона на выделенное направление и связанную с ней проекцию на это же направление вектора собственного магнитного момента μ_{sz} . Первые три квантовых числа были получены при решении уравнения Шредингера для электрона в атоме, наличие четвер-

того квантового числа вытекает из релятивистской квантовой теории.

В 1925 году швейцарским физиком В. Паули было сформулировано утверждение (*принцип Паули*), относящееся к системам, содержащим большое число объектов, которые характеризуются магнитным квантовым числом $m_s = \pm 1/2$. Этому принципу нет аналога в классической физике; в применении к многоэлектронному атому (системе, содержащей больше одного электрона) он гласит: *в данный момент времени в определенном квантовом состоянии в атоме может существовать лишь один электрон*. Иными словами у каждого электрона в атоме имеется свой собственный, не повторяющийся набор квантовых чисел n , l , m и m_s . Справедливость этого принципа доказывается в рамках релятивистской квантовой механики; за работы в этом направлении В. Паули в 1945 году был удостоен Нобелевской премии.

Рассмотрим, как, согласно принципу Паули, должно происходить заполнение энергетических уровней атома по мере увеличения номера элемента в периодической таблице элементов и, соответственно, увеличения числа электронов в нём.

У атома водорода (${}_1\text{H}$, первый элемент таблицы) есть только один электрон, состояние которого характеризуется квантовыми числами $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, $m_s = 1/2$ (или $m_s = -1/2$). Такое состояние принято обозначать, как $1s^1$, или просто, как $1s$ -состояние.

У атома гелия (${}_2\text{He}$, второй элемент таблицы) электрона уже два; один из них имеет набор квантовых чисел $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, $m_s = -1/2$, а другой – $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, $m_s = 1/2$. Электронную конфигурацию этого атома принято записывать, как $1s^2$; оболочка с $n = 1$ (K – оболочка) заполнена до конца.

В следующем атоме (литий) три электрона, причём первые два располагаются в оболочке с $n = 1$, а третий – уже принадлежит оболочке с $n = 2$ (L – оболочка). При этом он занимает состояние с минимальным значением орбитального квантового числа: $l = 0$. Очевидно, для него $m = 0$, $m_s = 1/2$ (или $-1/2$). Электронная конфигурация атома ${}_3\text{Li}$ записывается в виде $1s^2 2s$. По-

нятно, что запись электронной конфигурации четвёртого атома периодической таблицы – бериллия (${}_{4}\text{Be}$) – должна иметь вид $1s^2 2s^2$, после чего возможности размещения электронов на $2s$ -подуровне оказываются исчерпанными.

Таким образом, в состоянии с $n = 1$ может находиться до двух; в состоянии с $n = 2$ – до восьми электронов. В общем случае в состоянии с заданным n может находиться до $2n^2$ электронов: говорят, что соответствующий уровень энергии является $2n^2$ -кратно (двух-, восьми- и т. д.) вырожденным.

У пятого элемента периодической таблицы (бор, ${}_{5}\text{B}$) начинается заполнение $2p$ -подуровня, который может содержать уже 6 электронов (для p - подуровня $l = 1$, следовательно, m может принимать значения $-1, 0, 1$, причем для каждого из этих состояний возможны варианты с $m_s = -\frac{1}{2}$ или с $m_s = \frac{1}{2}$). Этот процесс идёт от атома бора: ($1s^2 2s^2 2p$) до атома неона (${}_{10}\text{Ne}$, десятый элемент: $1s^2 2s^2 2p^6$). В результате L - оболочка оказывается заполненной, и у одиннадцатого элемента начинается следующая, M - оболочка ($n = 3$):

– натрий ${}_{11}\text{Na}$; $1s^2 2s^2 2p^6 3s$ (часто пишут просто $3s$);

– магний ${}_{12}\text{Mg}$; $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ (или просто $3s^2$);

– алюминий ${}_{13}\text{Al}$; $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p$ (или $3p$);

...

– аргон ${}_{18}\text{Ar}$; $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ (или $3p^6$).

Периодичность, проявляющаяся в заполнении внешних под-оболочек, приводит к тому, что элементы, у которые электронная конфигурация этих подоболочек является сходной, имеют похожие химические свойства (как известно, в химических реакциях участвуют электроны, наиболее удалённые от ядра). Это даёт возможность систематизировать элементы по их физическим и химическим свойствам и создать так называемой периодическую таблицу (периодическую систему) элементов, впервые предложенную Д.И. Менделеевым.

При рассмотрении модели заполнения электронных оболочек следует помнить, что в многоэлектронных атомах электроны взаимодействуют не только с ядром, но и друг с другом. Это приводит к тому, что в таких атомах энергия электронов

оказывается зависящей не только от главного квантового числа n , но и от орбитального квантового числа l . Пока электронов не слишком много, соответствующая поправка мала, но с увеличением общего числа электронов она постепенно возрастает, и это приводит в итоге к тому, что рассмотренный выше «идеальный» порядок заполнения уровней нарушается. В первый раз это происходит при переходе от атома ${}_{18}\text{Ar}$ к атому калия ${}_{19}\text{K}$. На первый взгляд может показаться, что вслед за $3p$ -подоболочкой должна начать заполняться $3d$ -подоболочка. Оказывается, однако, что энергетически более выгодно сначала заполнить $4s$ -подоболочку (что и происходит в случае калия: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s$ и кальция: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$). Лишь затем начинается заполняться $3d$ -подоболочка, причём и здесь возможны изменения порядка заполнения: ${}_{21}\text{Sc} - 3d^1 4s^2$; ${}_{22}\text{Ti} - 3d^2 4s^2$, ${}_{23}\text{V} - 3d^3 4s^2$, но ${}_{23}\text{Cr} - 3d^5 4s^1$, и лишь затем ${}_{24}\text{Mn} - 3d^5 4s^2$. В дальнейшем такое «нарушение» порядка заполнения приводит к появлению целых семейств близких по химическим свойствам атомов. Так, у всех лантаноидов от ${}_{57}\text{La}$, имеющего электронную конфигурацию $4d^{10} 5s^2 5p^6 5d^1 6s^2$, по ${}_{71}\text{Lu}$ включительно ($4d^{10} 4f^{14} 5s^2 5p^6 5d^1 6s^2$) заполняется внутренняя $4f$ -подоболочка, а у актиноидов от ${}_{89}\text{Ac}$ по ${}_{103}\text{Lr} - 5f$ -подоболочка.

Вопросы для повторения

1. Начертите схему уровней энергии электрона в атоме водорода.
2. Какие квантовые числа описывают состояние электрона в атоме водорода? Какие физические параметры характеризуются с помощью этих чисел? Какие значения принимают эти числа?
3. Какие правила отбора должны выполняться для электронных переходов в атоме водорода?
4. Объясните природу спектральных линий в спектре излучения атома водорода.

5. В чём заключается суть понятия «пространственное квантование»? Ответ поясните рисунком.
6. Почему результаты опыта Штерна и Герлаха можно считать доказательством пространственного квантования орбитального момента импульса электрона в атоме?
7. Что называется спином электрона? Можно ли сделать вывод о том, что электрон должен обладать спином, на основе классической квантовой теории?
8. Опишите опыт, результат которого свидетельствует о наличии у электрона собственного момента импульса.
9. Распишите электронную конфигурацию атома скандия ${}_{21}\text{Sc}$.
10. Что означает термин «спин-орбитальное взаимодействие»?

Переход от рассмотрения поведения отдельных микрочастиц к описанию состояния систем, включающих десятки сотни микрообъектов (например, – многоэлектронных атомов) сопряжён со значительными математическими трудностями, и поэтому задачи подобного типа решаются, как правило, численным методом. Тем более сложной должна представляться задача описания поведения электронов в веществе (концентрация электронов в металле, например, составляет величину примерно 10^{28} м^{-3}). Однако, подобно тому, как в некоторых атомах (мы их называем водородоподобными) описать поведение электронной подсистемы можно, пользуясь представлениями, основанными на результатах решения уравнения Шредингера для самого простого атома – водорода (а затем попытаться перенести некоторые выводы на более сложные атомы), так и в случае вещества можно выделить классы объектов, математическое описание поведения электронов в которых можно получить с помощью аналитических методов и более того – дать наглядную интерпретацию результатам расчётов. Но прежде чем приступить к рассмотрению данной проблемы, полезно ознакомиться с тем, каким образом осуществляется связь атомов в веществе.

5.1 Связь атомов в молекулах и кристаллах

Ионная связь

Ионный вид связи в большинстве случаев образуется в результате соединения металлов с металлоидами (примеры: NaCl, LiF, KBr и др.).

Так, при образовании молекулы поваренной соли нейтральный атом натрия отдаёт единственный валентный ($3s$) электрон нейтральному же атому хлора ($3p^5$), которому не хватает как раз одного электрона для достройки $3p$ -подоболочки. Возникают ионы Na^+ и Cl^- , которые притягиваются друг у другу кулоновской силой: образуется молекула.

Молекулы образуются в тех случаях, когда это энергетически выгодно, то есть, когда полная энергия возникающей си-

стемы атомов меньше суммарной энергии отдельных компонент (атомов, атомных групп). В этом случае реакция образования молекулы сопровождается выделением энергии (тепловой); такие реакции называются экзотермическими. Возможны реакции, в которых для образования молекул требуется подвод тепловой энергии извне, такие реакции называются эндотермическими, пример – распад той же молекулы поваренной соли на ионы в воде (диссоциация) сопровождается понижением температуры раствора.

Ионная связь – сильная связь. Конечно, сила взаимодействия между разными атомами при ионной связи оказывается неодинаковой, тем не менее, (для сравнения) припишем *среднему* значению соответствующей энергии величину в 100 %.

Ковалентная связь

При этом типе связи часть электронов двух или большего числа атомов *обобщается*, их орбиты меняются таким образом, что становится невозможным говорить, какому из атомов принадлежат эти электроны. Ковалентная связь возникает во многих органических веществах, типичным примером может являться молекула метана CH_4 . Электронная конфигурация атома углерода $1s^2 2s^2 2p^2$: видно, что для заполнения оболочки с $n = 2$ ему не хватает четырёх электронов. Атому водорода ($1s$) до заполнения оболочки с $n = 1$ не хватает одного электрона. При объединении одного атома углерода с четырьмя атомами водорода форма электронных облаков углерода в состоянии с $n = 2$ и водорода в состоянии $1s$ существенным образом трансформируется, электроны обобщаются.

В рамках *квантовой механической теории* причиной возникновения ковалентной связи является обменное взаимодействие, которое возникает при перекрытии электронных оболочек и проявляется в том, что электроны с параллельным направлением спина отталкиваются, а при антипараллельной ориентации – притягиваются друг к другу.

Твердые тела с ковалентной связью имеют высокую температуру плавления и являются очень прочными; к ним относятся, например, алмаз, кварц, кремний и так далее. Величина

энергии ковалентной связи не одинакова для разных веществ, но *в среднем* её можно считать такой же (или даже больше), чем при ионной связи – 100 %.

Металлическая связь

В металлах валентные электроны не локализируются у соседних атомов, а становятся свободными и принадлежат всему кристаллу. Такие электроны можно считать газом, который распределён по всей кристаллической решётке. Под действием внешнего электрического поля частицы данного газа – электроны – начинают двигаться; описание этого движения составляет суть классической теории электропроводности металлов.

Металлическая связь – довольно сильная, но она всё же слабее (в среднем), чем ионная и ковалентная. Её энергию можно оценить в 10 – 20 %.

Связь Ван-дер-Ваальса

В рассмотренных видах связи атомы либо обмениваются электронами, либо электроны вовсе отрываются от атомов, превращая их в ионы. Все эти виды связи вместе называют *химическими*, они являются достаточно сильными.

Помимо химической, существует так называемая *физическая* или молекулярная связь (связь Ван-дер-Ваальса). Эта связь не связана с обменом электронами, а определяется электростатическими силами притяжения между диполями, в качестве которых можно рассматривать молекулы или отдельные атомы. Хотя энергия молекулярной связи существенно меньше, чем в рассмотренных ранее случаях, данный вид связи является весьма распространённым. Благодаря ей, в частности, молекулы, из которых состоим и мы сами, удерживаются вместе, образуя органические *вещества*.

Возможны следующие разновидности связи Ван-дер-Ваальса:

– ориентационная, при которой полярные молекулы – диполи взаимодействуя друг с другом, разворачиваются в пространстве и формируют устойчивую структуру (вещество);

– индуцированная, при которой неполярные молекулы, действуя друг на друга, сами становятся диполями. Полярность соответствующего диполя зависит от мгновенного положения электрона на орбите вокруг ядра.

– При дисперсионной разновидности молекулярной связи возникает согласованное асимметричное движение электронов по орбитам и приводит к тому, что неполярные атомы превращаются в электрические диполи.

Энергия связи Ван-дер-Ваальса мала, в сравнении с ионной и ковалентной её можно оценить примерно в 1 %.

Водородная связь

Среди видов физической связи особняком стоит *водородная*, возникающая лишь в случае, если один из взаимодействующих атомов – атом водорода. В основе этой связи лежит электростатическое взаимодействие какого-либо отрицательно заряженного иона, входящего в состав одной молекулы, с ядром атома водорода (протоном), входящим в состав другой молекулы. В силу малых размеров протон способен довольно близко подойти к отрицательно заряженному иону, и между молекулами возникает добавочная связь. Типичный пример – водородная связь между молекулами воды, которая не только делает это вещество более устойчивым, но и позволяет возникать целым цепочкам молекул H_2O :

Расчёты показывают, что если бы такой связи не существовало, вода закипала бы (при нормальном атмосферном давлении) уже при температуре $-80^{\circ}C$, что делало бы невозможным возникновение жизни на Земле.

Энергия водородной связи составляет примерно 5 – 10 % от энергии ионной или ковалентной связи.

5.2 Твёрдое тело. Кристаллы

Рассмотренные выше виды связей обеспечивают притяжение атомов друг к другу. Часто сила притяжения $F_{\text{пр}}$ обратно пропорциональна квадрату расстояния r между центрами ато-

мов ($F_{\text{пр}} \sim \frac{a}{r^2}$), и поэтому график функции $F_{\text{пр}}(r)$ имеет вид квадратичной гиперболы (рис. 5.1).

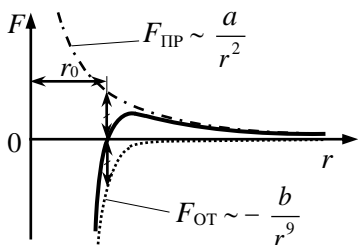


Рис. 5.1

Притягивающиеся атомы сближаются, однако, на коротких расстояниях проявляются силы отталкивания, связанные с взаимодействием электронных оболочек, при этом сила отталкивания $F_{\text{от}}$ растёт более быстро, чем сила притяжения (часто можно положить $F_{\text{от}} \sim \frac{b}{r^9}$). Точка с

координатой r_0 , в которой эти силы уравниваются, соответствует минимальной энергии системы, по достижении этой точки сближение атомов прекращается*, и в дальнейшем они испытывают лишь тепловые колебания около положения равновесия (являя собой квантовые осцилляторы).

При объединении атомов возникают молекула, вещество: это энергетически выгодно. Выделяющаяся при объединении атомов энергия E_0 носит название энергии связи. Так, например, энергия связи молекулы NaCl составляет 5,5 эВ, причём расстояние r_0 между центрами ядер натрия и хлора равно 2,4 Å (ангстрем – внесистемная единица измерения расстояния; 1 Å = 10^{-10} м). Но уже в кристалле поваренной соли друг на друга

* Аналогия из механики: два бильярдных шара притягиваются друг к другу согласно закону Всемирного тяготения. Если влиянием других сил пренебречь, шары будут сближаться, но после того, как они коснутся друг друга, возникнет сила упругого отталкивания, вызванная деформацией шаров. Сила притяжения стремится деформировать шары, сила отталкивания – вернуть им начальную форму. В состоянии покоя эти силы уравниваются друг друга: расстояние между центрами шаров будет примерно равно удвоенному радиусу (реально оно несколько меньше – шары остаются хоть и немного, но деформированными).

действует очень большое число атомов, поэтому и среднее расстояние между ближайшими соседями и энергия связи оказывается иными, чем в отдельной молекуле: $r_0 = 2,8 \text{ \AA}$; $E_0 = 8,9 \text{ эВ}$.

Вид зависимости результирующей силы, действующей на атом, от расстояния между соседями позволяет дать качественное объяснение явлению теплового расширения тел. При низких температурах атом находится в положении равновесия, совершая малые колебания, причем отклонения от положения равновесия в ту или иную сторону оказываются практически одинаковыми. При увеличении температуры амплитуда колебаний (и их частота) повышается, однако, из-за гораздо более резкого изменения силы отталкивания (по сравнению с силой притяжения) при изменении расстояния, амплитуда A_1 отклонений атома в сторону $r > r_0$ оказывается больше, чем амплитуда A_2 отклонений в сторону $r < r_0$. При этом для точки, соответствующей новому среднему положению атома в пространстве можно записать: $r_0^* = r_0 + \frac{1}{2}(A_1 - A_2) > r_0$. Другими словами, с ростом температуры среднее расстояние между атомами увеличивается*.

Отличительной особенностью твёрдого тела является то, что его атомы, оказавшись на равновесных расстояниях друг от друга, находятся вблизи таких точек достаточно долго, и в результате форма тела не меняется со временем. При этом получающаяся структура может быть хаотичной (аморфные тела), а может иметь упорядоченный вид (кристаллы), позволяющий выделить один атом или целую группу атомов, параллельным переносом которых на заданные расстояния в трех направлениях удаётся «построить» всё тело.

Теоретическое описание состояния электронов в кристалле должно быть основано на решении системы огромного числа

* Это утверждение справедливо не для всех тел: зависимость результирующей силы от расстояния может оказаться такой, что в широком диапазоне температур $A_1 \approx A_2$, и тело при нагреве не меняет размеров. Возможна даже ситуация, когда с ростом температуры A_1 оказывается больше A_2 , и тело начнёт сжиматься! Так ведёт себя, например, обычная вода в диапазоне от $0 \text{ }^\circ\text{C}$ до $+4 \text{ }^\circ\text{C}$.

уравнений вида уравнения Шредингера для каждого из электронов, и при этом – с учётом их взаимного влияния друг на друга. Понятно, что подобную задачу просто невозможно решить, но её можно существенно упростить, принимая во внимание главную особенность кристалла – *периодичность* его структуры. Другими словами, если описать поведение электронов в какой-то одной области идеального кристалла, то для области, смещённой на вектор трансляции (при перемещении на который решётка кристалла переходит сама в себя), решение задачи должно быть таким же.

5.3 Приближение сильно связанных электронов. Зоны энергии

О том, как описать поведение электронов в отдельном атоме мы уже говорили: энергия электронов квантуется, состояние каждого электрона характеризуется набором квантовых чисел, причём должен выполняться принцип Паули и т.д. Рассмотрим теперь качественно, что происходит с энергетическими уровнями электронов при объединении отдельных атомов в кристаллическую решётку.

На рис. 5.2.а изображены схемы энергетических уровней трёх атомов натрия, которые расположены далеко друг от друга. Стрелочками обозначено нахождение на уровнях электрона, разные ориентации стрелочек соответствуют противоположным ориентациям собственного момента импульса электрона (спина). Гиперболой на рисунке изображен график функции $U(r)$ – потенциальной энергии кулоновского взаимодействия электрона с ядром соответствующего атома. Поскольку $U(r) \sim 1/r$, при достаточно больших значениях расстояния между атомами они не оказывают влияния друг на друга.

При сближении атомов до расстояния r_0 , (межатомного расстояния в кристаллической решётке) существенным становится кулоновское влияние ядер на электроны ближайших соседей. Графически это влияние можно отобразить, сложив графики функций $U(r)$ для разных атомов. На рис. 5.2.б соответствующие кривые изображены пунктиром; сплошной линией (это

система периодически расположенных симметричных «вершин») изображён график результирующей функции $U(r)$ для электронов в кристалле.

Видно, что при объединении атомов в кристалл система потенциальных ям, характерных для электронов в отдельном атоме преобразуется в систему потенциальных барьеров конечной высоты, причём энергия $3s^1$ -электронов оказывается больше максимальной потенциальной энергии барьеров. Это означает, что такие электроны принадлежат уже не одному конкретному атому, а всему кристаллу в целом и поэтому могут свободно двигаться по нему в разных направлениях.

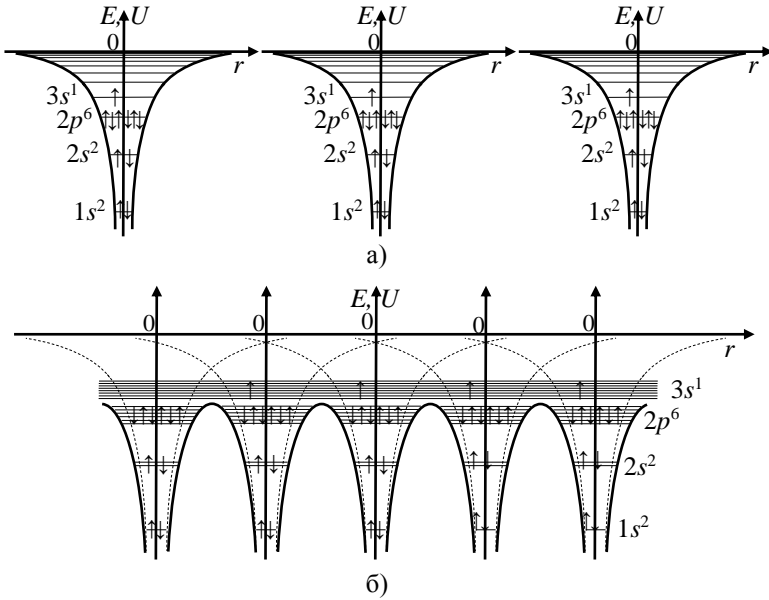


Рис. 5.2

Одновременно из-за взаимного влияния электронных оболочек атомов друг на друга происходит расщепление энергетических уровней на подуровни. В частности, $3s$ -электроны перераспределяются по подуровням, снимая, тем самым, запрет на их нахождение в состоянии с одинаковым набором квантовых чисел, который накладывал принцип Паули. Более того, вблизи

вершин потенциальных барьеров возможны процессы *туннелирования* $2p$ -электронов от одного атома к другому, и поэтому $2p$ -уровень также расщепляется на подуровни, хотя это расщепление выявлено не так отчётливо, как на $3s$ -уровне. Наибольшее влияние поле решетки оказывает на внешние электронные оболочки, поэтому энергетические зоны им соответствующие, оказываются наиболее широкими. Заметим также, что расщепляются и более высокие уровни ($3p$ -, $3d$ -, $4s$ - и др.), но на них (в натрии) электронов нет, и поэтому далее подобные энергетические состояния в кристаллах мы рассматривать не будем.

Итак, в кристалле электроны внешних оболочек обобществляются, их энергетические уровни расщепляются на систему подуровней, образуя *зоны* энергии. У каждого атома расщепление происходит на $2l + 1$ подуровень (здесь l – орбитальное квантовое число); это означает, что при объединении N атомов возникает зона энергий, содержащая $N(2l + 1)$ подуровней, на которых (с учётом спина) может разместиться $2N(2l + 1)$ электронов. Здесь важно то, что хотя число подуровней в зоне и очень велико (так, в 1 см^3 кристалла содержится $N \approx 10^{22}$ атомов), но оно *конечно*, то есть каждая зона может «вместить» лишь строго ограниченное число электронов. При этом для зоны «шириной» $\Delta E \approx 1 \text{ эВ}$ расстояние между подуровнями составляет $\Delta E/[N(2l + 1)] < 10^{-22} \text{ эВ}$, а если учесть, что тепловая энергия электронов при температуре $T = 300 \text{ К}$ составляет величину порядка $kT \approx 0,025 \text{ эВ}$ (здесь k – постоянная Больцмана), то можно сделать вывод: электроны практически не чувствуют дискретности состояний в зоне.

Между зонами разрешённых значений энергий (нижние заполнены электронами, верхние, созданные расщеплёнными незаполненными уровнями, свободны) находятся области запрещённых значений энергии, ширина которых неодинакова (вплоть до того, что некоторые разрешённые зоны могут перекрываться и между ними зоны запрещённых значений энергии может и не возникнуть вовсе).

На рис. 5.3 приведён график, показывающий, что расщепление уровней усиливается при сближении атомов (параметр r_0

соответствует равновесному положению атомов в решётке). Видно, что расщепление нижних уровней энергии минимально, а наиболее отчётливо оно выражено для внешних энергетических уровней.

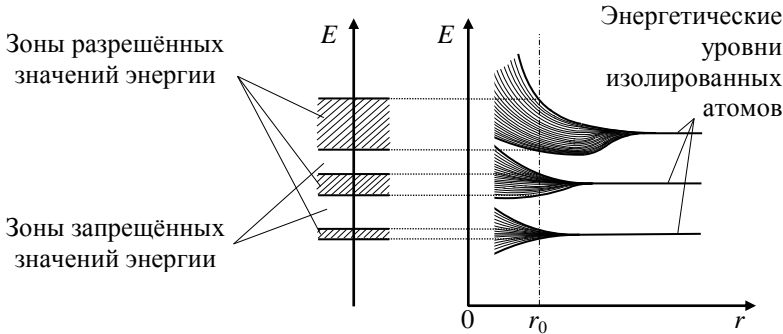


Рис. 5.3

Для объяснения свойств реальных кристаллов удобно использовать сечение приведённого на рис. 5.3 графика $E(r)$ в точке $r = r_0$. Это сечение представлено на рисунке на отдельной оси слева, оно демонстрирует расположение зон разрешённых значений энергии (заштрихованы), и разделяющих их зон с запрещёнными значениями E .

Вывод об образовании зон энергии мы получили качественно в рамках модели, в которой мы учли влияние друг на друга электронов, принадлежащих разным атомам. Фактически мы внесли поправки в описание поведения электронов, сильно связанных с ядрами, поэтому данная модель носит название модели сильно связанных электронов. В этом случае выражение для потенциальной энергии $U(r)$, которое должно быть подставлено в уравнение Шредингера для количественного нахождения волновых функций электронов, принято записывать в виде

$$U(r) = U_A(r) + \delta U_1(r), \quad \delta U_1(r) \ll U_A(r), \quad (5.1)$$

где $U_A(r)$ – периодическая функция с периодом, равным постоянной решётки, имеющая смысл потенциальной энергии электрона в изолированном атоме, а $\delta U_1(r)$ – поправочный член, с помощью которого учитывается влияние на электрон соседних атомов решётки.

5.4 Зонные схемы металла, диэлектрика, полупроводника

Для типичного металла характерна ситуация, при которой очередная зона разрешённых значений энергии заполнена далеко не до конца: она содержит множество подуровней, на которых могли бы разместиться электроны, но их в металле просто нет. Пример – уже рассмотренная выше зона, получающаяся при объединении $3s$ -уровней атомов натрия: поскольку на каждом $3s$ -уровне могли бы разместиться два электрона, а атом натрия имеет только один такой электрон, возникающая зона оказывается заполненной только наполовину.

У щелочноземельных металлов очередная s -зона заполнена полностью, но она перекрывается с p -зоной. Происходит их *гибридизация*: возникает общая зона с большим числом вакантных энергетических состояний.

Для простоты зонную схему металла изображают, не рисуя нижние заполненные зоны и верхние незаполненные, а ограничиваются лишь той зоной, которая заполнена не до конца (рис. 5.4). На рисунке заполненные подуровни помечены двойной

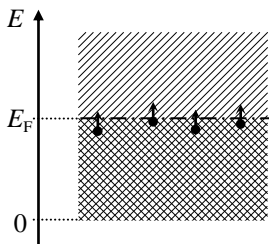


Рис. 5.4

штриховкой, пустые подуровни – одинарной: понятно, что в пределах зоны электроны занимают в первую очередь подуровни с наименьшей энергией. Если потенциальную энергию положить равной нулю и отсчёт вести от дна зоны, то максимальное значение E электронов в металле будет соответствовать максимальному значению их кинетической энергии при температуре $T = 0$ К. Эта энергия называется

энергией Ферми (E_F). Таким образом, в металле выше E_F существует очень много свободных энергетических состояний, а это означает, что электроны с энергией, близкой к энергии Ферми, могут переходить на эти состояния, приобретая добавочную энергию под действием даже слабого внешнего электрического поля (на рис. 5.4 такие переходы показаны стрелочками).

Вывод: электроны в металле легко ускоряются полем, поэтому сам металл является отличным проводником тока.

Типичный диэлектрик имеет зонную схему, представленную на рис. 5.5. Верхняя из зон, содержащих электроны, заполнена до конца, в ней нет свободных подуровней, затем следует зона запрещённых значений энергии, а затем – очередная разрешённая зона, но электронов в ней нет. Наивысшая из полностью заполненных зон носит название *валентной*, максимальное значение энергии электронов в ней обозначают символом E_V и называют *потолком валентной зоны*. Ближайшая свободная зона разрешённых значений энергии носит название *зоны проводимости*, минимальная энергия в этой зоне обозначается символом E_C и носит название *дна зоны проводимости*. Расположенная между валентной зоной и зоной проводимости область запрещённых значений энергии называется *запрещённой зоной*. «Ширина» E_g запрещённой зоны диэлектрика обычно составляет несколько электронвольт.

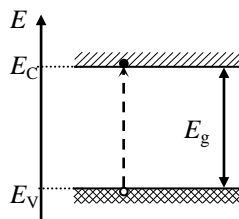


Рис. 5.5

Зонная схема типичного полупроводника внешне выглядит также, как и зонная схема диэлектрика. Отличие заключается в ширине запрещённой зоны: она заметно меньше, чем у диэлектрика: как правило, не превышает 1 – 3 эВ. При нагреве полупроводника электроны из валентной зоны могут получить дополнительную кинетическую энергию, большую, чем E_g , и, следовательно, – оказаться в зоне проводимости (такой переход на рис. 5.5 показан пунктирной стрелочкой). В диэлектрике запрещённая зона шире, и для перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости кристалл нужно нагревать до такой температуры, при которой он скорее разрушится, чем подобные переходы станут заметными.

Значения ширины запрещённой зоны ряда полупроводников приведены ниже в таблице.

Тип полупроводника	Ge	Si	GaAs	GaP	ZnS
Ширина запрещённой зоны, E_g (эВ)	0.7	1.1	1.4	2.3	3.7

Зонные схемы на рис. 5.4 и 5.5 относятся к идеальным кристаллам, не содержащим дефектов решетки. Тепловые колебания атомов решётки приводят к «размытию» границ зон, а наличие других типов дефектов (примесей, нарушений самой решётки) сопровождается появлением добавочных энергетических уровней, возникающих в местах отклонения от «идеальности». Эти уровни могут возникнуть и в валентной зоне, и в зоне проводимости; но наибольший интерес вызывают те из них, которые размещаются в запрещенной зоне энергий.

Если подобный уровень располагается недалеко от дна зоны проводимости, то электрону, в силу каких-то обстоятельств оказавшемуся на нём, достаточно совсем небольшой порции энергии, чтобы перейти в эту зону. Такие уровни легко отдают электроны, и поэтому их называют *донорными*, а создавшие эти уровни дефекты решётки – *донорами*. На схемах соответствующую энергию будем обозначать символом E_D . На рис. 5.6.а донорных уровня два, они находятся на разном «расстоянии» от дна зоны проводимости: очевидно, что для перехода в зону проводимости с уровня E_{D2} (показан стрелочкой) требуется меньшая энергия, чем с уровня E_{D1} .

Если энергетический уровень дефекта располагается поблизости от потолка валентной зоны, он легко может принять электрон из этой зоны – уровень называется *акцепторным*, а создавшие его дефект – *акцептором*. Энергию акцепторного уровня обозначим, как E_A ; на рис. 5.6.б таких уровней тоже два: (E_{A1} и E_{A2}); переход (показан стрелочкой) электрона из валентной зоны на уровень E_{A1} требует меньшей энергии.

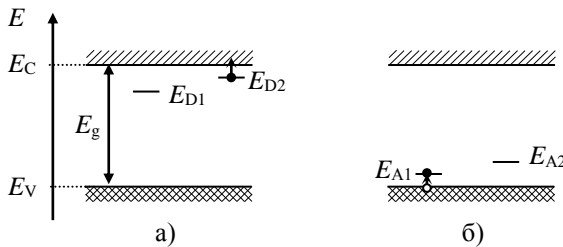


Рис. 5.6

На практике донорные и акцепторные уровни чаще всего создаются введением в материал примесей. Полупроводник, не содержащий примесей, называется *собственным*, после введения примеси (легирования, имплантации) он становится *примесным* (донорным или акцепторным, в зависимости от типа введённой примеси). Атом донора содержит на один валентный электрон больше, чем атом полупроводника, этот электрон легко отрывается от примеси и становится свободным (мы говорим: он переходит в зону проводимости). Пример – атомы фосфора P, сурьмы Sb (элементы V группы таблицы Менделеева), вводимые в кристалл кремния (Si, элемент IV группы).

У атома-акцептора на один валентный электрон меньше, чем у атомов основного вещества, поэтому он может захватить электрон из валентной зоны. Пример – атомы алюминия Al, бора B (элементы III группы таблицы Менделеева), вводимые в кристалл кремния.

При захвате электрона акцептором освобождается подуровень энергии в валентной зоне. Его может занять другой электрон из этой зоны, освободив свой состояние, в которое может перейти третий электрон, на его место – четвёртый и так далее. Описать происходящее можно, отслеживая изменение состояний всех таких электронов, а можно, – обращая внимание на изменение параметров лишь одного незанятого состояния, что намного проще. Для этого вакантное энергетическое состояние в валентной зоне кристалла (оно называется *дыркой*^{*}), рассматривается в качестве квазичастицы, заряд которой таков же по величине, как у электрона, но положителен, а масса близка (но не равна) массе электрона. Дырки являются вакансией электрона, поэтому их энергию отсчитывают от потолка валентной зоны вниз. Очевидно: низшему энергетическому состоянию дырки соответствует потолок валентной зоны.

* Как фононы, зонные схемы и многие другие термины зонной теории, понятие «дырки», строго говоря, имеет смысл лишь для кристаллических тел. Тем не менее, представление о дырках в настоящее время успешно используется и при рассмотрении поведения других типов объектов, например, аморфных полупроводников.

Вывод: при низкой температуре и диэлектрик и полупроводник практически не содержат электронов в зоне проводимости и поэтому не проводят электрический ток. Но при нагреве из-за малой ширины запрещённой зоны электроны в полупроводнике способны, получив добавочную энергию, попасть в зону проводимости, и электрическое сопротивление такого материала с ростом T резко понижается. Что касается диэлектриков, то у них ширина запрещённой зоны настолько велика, что при нагреве скорее разорвутся связи между соседними атомами, а сам материал разрушится, чем электроны приобретут требуемую для перехода зона-зона энергию.

Вопросы для повторения

1. Дайте характеристику химических видов связи атомов.
2. Какие виды физических связей вам известны?
3. Объясните, почему тела при нагреве, как правило, расширяются.
4. Поясните, как происходит образование зон энергий в кристаллах.
5. Что называется энергией Ферми электронов в металле?
6. Что называется валентной зоной, зоной проводимости, запрещённой зоной в полупроводнике и в диэлектрике?
7. Чем зонная схема диэлектрика отличается от зонной схемы полупроводника?
8. Что такое «донорная» и «акцепторная» примеси? Ответ поясните, используя зонную схему.
9. Используя зонные схемы металла и диэлектрика, объясните, почему металлы хорошо проводят электрический ток, а диэлектрики не проводят ток вовсе.
10. Используя зонную схему, объясните, почему с ростом температуры электропроводность полупроводников увеличивается.

Приложение к разделу I

I-1 Электроны в атоме. Эффект Зеемана. Спин-орбитальное взаимодействие

В 1896 г. голландский учёный Зееман обнаружил, что если излучающие свет атомы вещества поместить в магнитное поле, то линии в спектрах излучения (каждой из которых соответствует своя энергия квантов) расщепляются на несколько компонент: возникают добавочные линии с отличной от исходной энергией квантов. Появление новых линий в спектре вызвано расщеплением под действием магнитного поля энергетических уровней атомов.

Напомним, что виток с током, имеющий магнитный \vec{p}_m , в магнитном поле индукцией \vec{B} имеет энергию $W = -(\vec{p}_m \vec{B})$. Это означает, что и электрон, имеющий орбитальный магнитный момент $\vec{\mu}$, при введении атома в магнитное поле приобретает добавочную энергию

$$\Delta W = -(\vec{\mu} \vec{B}) = -\mu_z B \cos(\vec{\mu} \vec{B}) = -\mu_z B,$$

где μ_z – проекция вектора $\vec{\mu}$ на направление линий магнитной индукции.

Согласно классическим представлениям, когда ни о каком пространственном квантовании речи не идёт, полная энергия электрона в атоме $E = E_n \pm \Delta W$ может принимать любые значения в интервале от $E = E_n - \mu_z B$ до $E = E_n + \mu_z B$. Если же учесть, что, согласно квантовой теории, $\mu_z = \mu_B m$, где магнитное квантовое число способно принимать $2l + 1$ значение, то это означает, что уровень с энергией E в магнитном поле должен расщепиться на $2l + 1$ подуровней*. Переходы между таким подуровнями и дают добавочные линии в спектре излучения света.

* Здесь мы не учитываем наличие у электрона спина – соответствующая ситуация называется *нормальным эффектом Зеемана*. В случаях, когда требуется учитывать наличие у электрона собственного магнитного момента, картина расщепления оказывается более сложной (*аномальный эффект Зеемана*).

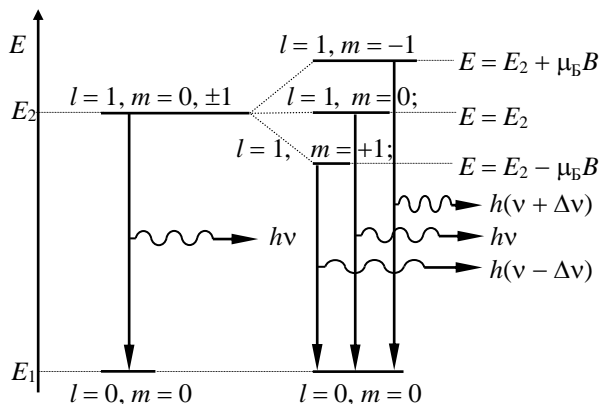


Рис. I-1.1

Примеры возможных переходов приведены на рис. I-1.1; при их анализе следует помнить о том, что разрешёнными являются те из них, для которых $\Delta l = \pm 1$, $\Delta m = 0, \pm 1$.

Итак, эффект Зеемана так же, как и результаты опыта Штерна-Герлаха, экспериментально доказывает наличие пространственного квантования. В обоих случаях квантование происходит под действием магнитного поля; но аналогичное воздействие на энергетические уровни электрона в атоме оказывает и электрическое поле (эффект Штарка).

До сих пор мы говорили отдельно об орбитальном магнитном моменте $\vec{\mu}$ электрона и отдельно о его собственном магнитном моменте $\vec{\mu}_s$. Но электрон можно рассматривать как маленький магнит с магнитным моментом $\vec{\mu}_s$, движущийся в магнитном поле, создаваемом им же самим вследствие орбитального движения. При этом возникает взаимодействие магнитного спинового момента с орбитальным, которое носит название *спин-орбитального взаимодействия*. Описание этого явления даётся в рамках векторной модели атома, согласно которой полный момент импульса \vec{J} электронов в атоме

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{L}_s$$

причём полный момент импульса также является квантованной величиной:

$$J = \hbar \sqrt{j(j+1)},$$
$$J_z = \hbar m_j.$$

Здесь j – внутреннее квантовое число; $j = l \pm 1/2$ при $l \geq 1$ и $j = 1/2$ при $l = 0$; m_j – полное магнитное квантовое число, которое принимает полуцелые (через единицу) значения от $-j$ до j (то есть всего $2j + 1$ значение).

Энергия взаимодействия орбитального и спинового магнитных моментов импульса зависит от взаимной ориентации орбитального и собственного моментов, следовательно, состояния с разными j должны обладать различной энергией. Другими словами, при спин-орбитальном взаимодействии происходит дополнительное расщепление энергетических уровней подобно тому, как это имело место в эффекте Зеемана. Отличие заключается в том, что в эффекте Зеемана причиной расщепления являлось *внешнее* магнитное поле, а при спин-орбитальном взаимодействии – внутреннее. При этом переходы с подуровня на подуровень возможны, если выполняется правило отбора

$$\Delta j = 0, \pm 1.$$

Итак, для описания состояния электрона в многоэлектронном атоме требуются следующие квантовые числа: главное n , орбитальное l , магнитное m и внутреннее j .

I-2 Энергетические уровни молекул. Спектры излучения

Изменение энергетических состояний электронов, вызванное объединением атомов в молекулы можно наблюдать в экспериментах по изучению спектров излучения таких объектов. Более того, в оптических спектрах молекул появляются добавочные (по сравнению со спектрами отдельных атомов) линии и даже целые полосы, обусловленные возможным колебательным и вращательным движением ядер атомов, из которых построена молекула. В первом приближении эти виды энергии можно считать независимыми, тогда для полной энергии E электрона в молекуле можно записать:

$$E = E_{\text{эл}} + E_{\text{кол}} + E_{\text{вр}}, \quad (\text{I-2.1})$$

где $E_{\text{эл}}$ – энергия электронов в молекуле без учёта колебаний и вращений атомов, $E_{\text{кол}}$ и $E_{\text{вр}}$ – соответственно энергия колебательного и вращательного движения атомов (кинетической энергией поступательного движения молекул пренебрегаем, так как в спектрах излучения она не проявляется).

Энергия $E_{\text{эл}}$ квантуется, причём для расчёта её величины следует учитывать влияние на электрон ядер соседних атомов, которое, как мы говорили, не одинаково при разных видах химической и физической связи.

Учтём теперь вклад в полную энергию слагаемых $E_{\text{кол}}$ и $E_{\text{вр}}$.

Ранее мы говорили о том, что колеблющиеся атомы (при не слишком большой амплитуде колебаний) можно рассматривать в качестве квантовых осцилляторов, энергия которых принимает значения $(n_1 + 1/2)\hbar\omega$, где $n_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$ (Здесь в обозначение целого числа n_1 введён индекс с тем, чтобы не спутать его с главным квантовым числом n). Таким образом:

$$E_{\text{кол}} = (n_1 + 1/2)\hbar\omega. \quad (\text{I-2.2})$$

Отметим: при больших значениях энергии колебания ядер в молекулах становятся негармоническими и закономерность (I-2.2) нарушается.

Как было показано в механике, формула для кинетической энергии вращательного движения $E_{\text{вр}}$ твёрдого имеет вид:

$$E_{\text{вр}} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I}, \quad (\text{I-2.3})$$

где I – момент инерции тела относительно оси вращения, ω – угловая скорость вращения, причём для момента импульса тела относительно этой же оси можно записать: $L = I\omega$.

Но момент импульса молекулы в целом (так же, как и при орбитальном движении электрона) квантуется: $L = \hbar \sqrt{l_1(l_1 + 1)}$, где $l_1 = 0, 1, 2, \dots$, поэтому:

$$E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2 l_1(l_1 + 1)}{2I}. \quad (\text{I-2.4})$$

Таким образом, для полной энергии электрона в молекуле можно записать

$$E = E_{\text{эл}} + (n_1 + \frac{1}{2})\hbar\omega + \frac{\hbar^2 l_1(l_1 + 1)}{2I}.$$

Это означает, что вместо одного уровня энергии, соответствующего $E = E_{\text{эл}}$, в молекулярных соединениях возникает целая серия подуровней, что приводит к появлению дополнительных линий в спектрах поглощения и излучения молекул в сравнении с атомами (рис. I-2.1). Возникающие электронные переходы с этих подуровней подчиняются правилам отбора:

$$\Delta n_1 = \pm 1, \quad \Delta l = \pm 1.$$

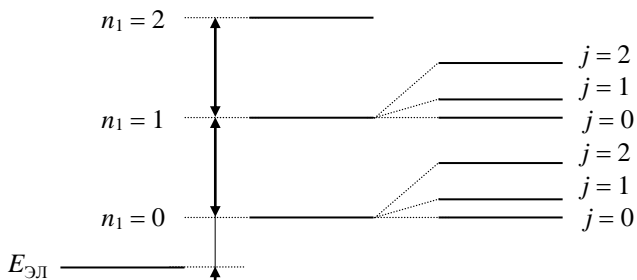


Рис. I-2.1

Вращательная и колебательная составляющая спектра наблюдаются в далекой инфракрасной области, на границе этой области и диапазона коротких радиоволн.

I-3 Структура кристаллов

Познакомимся с некоторыми понятиями, используемыми в кристаллографии.

Минимальный вектор, при смещении на который кристаллическая решётка переходит сама в себя, называется *вектором трансляции*. Очевидно, что в нашем трёхмерном мире кристалл должен характеризоваться *тремя* такими векторами, которые: а) в общем случае могут быть разными по величине и б) направлены по отношению друг к другу не обязательно под углом 90° .

Параллелепипед (в общем случае – косоугольный), мысленно построенный на векторах трансляции, называется *элементарной ячейкой* кристаллической решётки. Для того, чтобы полнее представить себе структуру кристалла на практике часто используют более сложные, нежели параллелепипед, ячейки, которые содержат атомы не только в вершинах, но и в других точках.

На рис. I-3.1 приведены примеры некоторых типов кристаллических решёток.

– *Примитивная кубическая решетка*

Элементарной ячейкой такой решётки является куб; все три вектора трансляции равны по величине и взаимно ортогональны (рис. I-3.1.а). Такая структура встречается только у одного элемента - полония и то лишь в ограниченной области температур.

– *Объемно центрированная кубическая (ОЦК) решетка*

Элементарная ячейка представляет собой куб с атомами, находящимися не только в вершинах, но и центре куба (рис. I-3.1.б). Каждый атом окружен восемью ближайшими соседями, атомы более плотно упакованы, чем в примитивной решетке. Такой решеткой обладает, например, вольфрам.

– *Гранецентрированная кубическая (ГЦК) решетка*

В элементарной ячейке такой решётки атомы занимают все вершины куба, а также центр каждой грани (рис. I-3.1.в). Пример вещества с такой решеткой – алюминий.

– В гексагональной решетке элементарная ячейка – прямая шестигранная призма, в центрах шестиугольных граней которой также находится по атому (рис. I-3.1.г), в качестве примера вещества, образующего такую решетку, можно привести лантан.

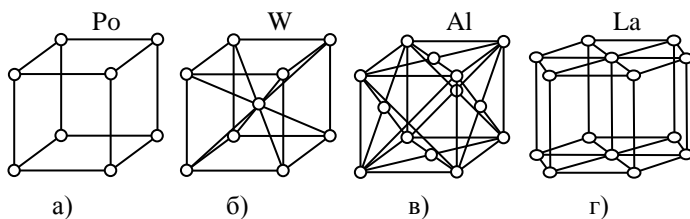


Рис. I-3.1

Во многих случаях кристаллическую решетку можно рассматривать, как комбинацию достаточно простых подрешеток, «вставленных» с некоторым смещением друг в друга. Так, решетка алмаза представляет собой сочетание двух гранецентрированных кубических подрешеток, вставленных друг в друга, при этом начало координат одной подрешетки сдвинуто относительно начала координат другой подрешетки вдоль диагонали куба на четверть ее длины. Если же при этом подрешетки сформированы атомами разных элементов, то возникает структура, которая получила название «цинковой обманки», ею обладают такие соединения, как ZnS, GaAs, InSb.

Некоторые вещества обладают *полиморфизмом*: в зависимости от условий получения (температуры, давления) они способны образовывать разные кристаллические решетки. Типичный пример – углерод, который в обычных условиях может иметь решетку со структурой алмаза, а может – решетку с гексагональной структурой (графит). В 1985 году было обнаружено, что атомы углерода способны объединяться в многогранные структуры, напоминающие по форме футбольные мячи. Соответствующие материалы получили название *фуллеренов* (Г. Крото, Р. Смолли и Р. Керл, Нобелевская премия 1996 года). В последние годы идёт активное исследование углерода, атомы которого объединяются в трубчатые структуры малых размеров – *нанотрубки*, которые, как и фуллерены, обладают многи-

ми необычными физическими и химическими свойствами. Нельзя не сказать и о том, что в 2010 году за передовые опыты с двумерной модификацией углерода (графеном – слоями толщиной в один атом)» Нобелевская премия по физике была присуждена нашим соотечественникам А.К. Гейму и К.С. Новосёлову.

В заключение приведём некоторые обозначения, позволяющие количественно характеризовать положение атомов в кристаллической решетке.

Введём оси координат, направленные вдоль векторов трансляции \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , причём шаг вдоль каждой оси выберем равным модулю соответствующего вектора. Очевидно, что положению любого атома может быть сопоставлен вектор \vec{r} , такой, что

$$\vec{r} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}. \quad (\text{I-3.1})$$

Числа m , n и p , играющие роль координат в выбранной системе, называются *индексами узла*, и записываются как $[[mnp]]$.

Для идентификации *направления* в кристалле используется следующий приём. Прямая, соответствующая нужному направлению, переносится параллельно сама себе так, чтобы она проходила через ноль, после чего фиксируются индексы ближайшего к этой точке узла решётки, через который проходит данная прямая. *Индексы направления* записываются в виде: $[mnp]$.

Индексы плоскости: выявляются координаты A , B и C точек, в которых плоскость пересекает оси, составляются отношения вида $1/A : 1/B : 1/C$, после чего дроби, стоящие в этом отношении приводятся к наименьшему общему знаменателю. Пусть для этого первую дробь нужно домножить на некоторое число h , вторую дробь – на некоторое число k , третью – на l . Эти числа и будут являться индексами плоскости: (mkl) .

Введение индексов именно так, как это было сделано выше, позволяет для описания кристаллической решётки использовать уравнения линейной алгебры и векторного анализа.

I-4 Колебания атомов кристаллической решётки. Фононы

Атомы твердых тел совершают тепловые колебания около положений равновесия. Вследствие взаимного влияния атомов друг на друга, характер этих тепловых колебаний оказывается очень сложным, и для их описания прибегают к *некоторым допущениям*.

Во-первых, считают, что каждый колеблющийся атом можно считать гармоническим осциллятором (*гармоническое приближение*). Во-вторых, вместо описания индивидуальных колебаний многих осцилляторов рассматривают их коллективное движение в пространственно упорядоченной системе, которой является кристалл. Такой подход обосновывается тем, что вследствие межатомного взаимодействия возникшее колебание одного конкретного атома, немедленно передается соседям, и в кристалле возбуждается коллективное движение в форме упругих стоячих волн, объединяющих все атомы кристалла. Такое коллективное движение называется *нормальным колебанием решетки*, и поскольку каждый атом имеет три колебательных степени свободы, то для N атомов кристаллической решетки, число нормальных колебаний равно $3N$.

В качестве примера рассмотрим нормальные колебания, которые могут возникнуть в линейной цепочке, состоящей из одинаковых атомов, способных колебаться в направлении, перпендикулярном оси цепочки (такая задача носит название модели колебаний струны с закрепленными концами).

Движению цепочки отвечает большое множество колебаний (обертонов), которым соответствуют стоячие волны с длинами, лежащими в диапазоне от максимального значения $\lambda_{\max} = 2L$ (здесь L – длина цепочки, соответствующая, например, длине кристалла) до минимального $\lambda_{\min} = 2a$, где a – расстояние между соседними атомами в цепочке – см. рис. I-4.1.

Оценим интервал возможных частот таких колебаний в цепочке атомов длиной $L = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$. Параметр решётки a примем равным $5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, будем считать, что фазовая скорость распространения звуковых колебаний в данном кристалле составляет 10^3 м/с .

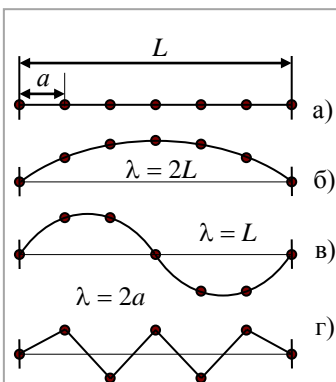


Рис. I-4.1

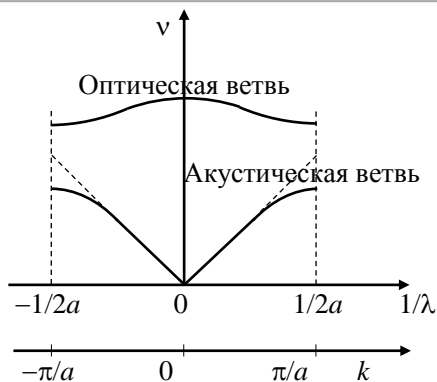


Рис. I-4.2

$$v_{\min} = \frac{v}{\lambda_{\max}} \approx \frac{10^3 \text{ м/с}}{2 \cdot 0,05 \text{ м}} = 10^4 \text{ Гц};$$

$$v_{\max} = \frac{v}{\lambda_{\min}} \approx \frac{10^3 \text{ м/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \text{ м}} = 10^{12} \text{ Гц}.$$

Мы видим: даже в рамках самой простой модели спектр частот возникающих колебаний весьма широк, причём его верхняя граница определяется структурой кристалла (параметром его решетки).

Графики зависимость частот колебаний атомов от обратной длины волны ($1/\lambda$) и от волнового числа $k = 2\pi/\lambda$ (данные кривые называются *дисперсионными*) представлены на рис. I-4.2. Поскольку число атомов в рассматриваемой цепочке $N \approx L/a$ весьма велико, то очень большим оказывается и набор возможных длин волн λ и волновых чисел k : дисперсионные зависимости можно изображать не в виде набора точек для разных λ и k , а в виде сплошных линий.

Из рисунка следует: при малых длинах волн (больших значений $1/\lambda$) имеет место отклонение дисперсионных кривых от прямых линий, которые описываются формулой вида $v = \text{Const}/\lambda$.

Причина – сильная зависимость в этой области скорости волны от её длины (явление дисперсии).

Нижняя кривая на графике I-4.2 получила название *акустической ветви* дисперсионной зависимости, поскольку она относится к области частот ν , соответствующих акустическому диапазону звуковых волн. В общем случае колеблющаяся цепочка может состоять из атомов разного сорта, и в такой системе могут происходить не только *акустические*, но и более высокочастотные, так называемые *оптические* колебания, которые играют важную роль в процессах взаимодействия света с веществом. Так, например, оптические колебания возникают в цепочке из последовательно чередующихся атомов двух сортов, причём эти подсистемы атомов колеблются в противофазе.

В качестве примеров мы рассматривали поперечные колебания, однако в кристалле могут существовать и продольные колебания, причём, поскольку постоянная решётки a практически всегда неодинакова в разных направлениях, дисперсионный график даже в случае решётки с атомами одного сорта содержит не одну, а много ветвей.

Рассматривая поведение квантового осциллятора, мы уже говорили о том, что его энергия квантуется, а квант энергии нормальных колебаний атомов кристаллической решётки можно рассматривать в виде *квазичастицы – фонона*. Фононы, которые соответствуют набору частот нижней ветви дисперсионного графика, называются *акустическими*, а верхней части графика – *оптическими*.

Подобно тому, как электромагнитное поле равновесного излучения можно моделировать как фотонный газ, поле упругих колебаний, развивающихся в кристалле, можно трактовать как фононный газ. Как и фотон, фонон обладает не только энергией, но и импульсом:

$$p = \frac{h\nu}{v} = \hbar k, \quad (\text{I-4.1})$$

причём импульс фонона больше, чем импульс фотона той же частоты, так как скорость звуковых волн v много меньше скорости электромагнитных волн c .

В гармоническом приближении фононы не взаимодействуют друг с другом, но они могут сталкиваться с электронами, обмениваясь импульсом и энергией. Существенно, что это взаимодействие увеличивается с температурой, так как с ростом T возрастает амплитуда и частота колебаний атомов, число фононов в кристалле увеличивается. Оценки показывают, что концентрация n фононов зависит от температуры следующим образом:

в области низких температур $n \sim T^3$;

в области высоких температур $n \sim T$.

I-5 Дефекты кристаллической решетки

Даже в идеальной кристаллической решётке атомы не находятся в узлах: тепловые колебания атомов уже являются «шагом в сторону от идеальности», оказывая влияние на оптические, электрические и другие свойства кристалла. Кроме этого, реальная решетка обязательно имеет дефекты, которые можно условно разделить на три большие класса: точечные, линейные и поверхностные.

– Точечные дефекты

Точечные дефекты можно объединить в две группы: дефекты собственные и примесные.

Собственные дефекты – это, во-первых, вакансии, образующиеся в узлах кристаллической решётки в тех случаях, когда по каким-либо причинам из узла уходит атом (рис. I-5.1.а), и атомы, смещенные из узла в междоузлие (рис. I-5.1.б).

Вакансия, образовавшаяся при уходе атома из узла на поверхность кристалла, называется *дефектом по Шоттки*, энергия E_V её образования обычно составляет порядка 1 эВ. В состоянии термодинамического равновесия число N_V таких дефектов связано с общим числом N_1 узлов соотношением

$$N_V = N_1 e^{-\frac{E_V}{kT}}, \quad (\text{I-5.1})$$

где T – температура, k – постоянная Больцмана.

Переход атома из узла в междуузлие означает возникновение собственного дефекта другого типа: *дефекта Френкеля*. Энергия образования таких нарушений кристаллической решетки E_i обычно больше, чем дефектов Шотки. Равновесное число N_i дефектов Френкеля при заданной температуре T описывается соотношением

$$N_i = \sqrt{N_1 N_2} e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad (I-5.2)$$

где N_1 – общее число узлов решётки, N_2 – число возможных междуузельных позиций в том же объёме кристалла.

Возникновение собственных дефектов обусловлено тем, что

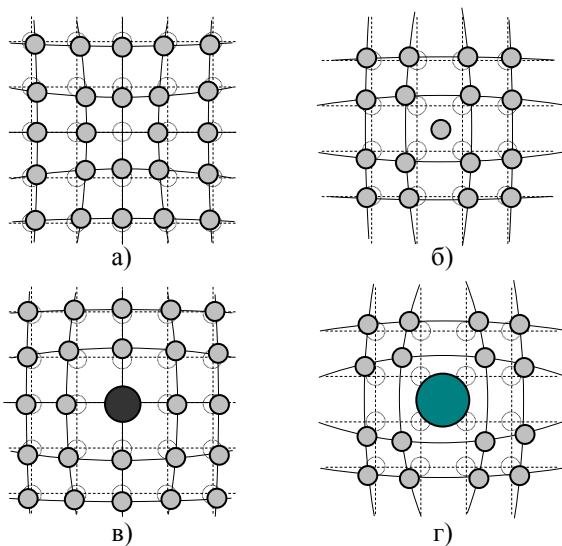


Рис. I-5.1

некоторые атомы могут получить от соседей энергию, достаточную, чтобы покинуть одно положение равновесия и перейти в другое. Это явление называется *самодиффузией*.

Другой вид точечных дефектов – *примесных* – возникает вследствие проникновения в кристалл одного вещества атомов другого вещества (или нескольких веществ). Атомы примеси

могут замещать атомы основного вещества в узлах решётки, но могут и внедряться в междоузлия (рис. I-5.1.в, г). При создании изделий микроэлектроники неконтролируемое проникновение в синтезируемый кристалл чужеродных атомов стараются предотвратить, однако часто примесь вводится в создаваемый материал специально (типичный пример – получение полупроводников *p*- и *n*-типа) путём диффузии при высокой температуре атомов примеси с поверхности кристалла (такой процесс носит название *легирование*), облучением материала ионами примеси (*ионная имплантация*) и др.

– Линейные дефекты

Как следует из названия, линейному дефекту (или *дислокации*) соответствует не рассмотренное выше точечное нарушение порядка расположения атомов в кристаллической решетке, а некоторая линия (в простейшем случае – прямая), вдоль которой локализуется это нарушение. В идеальном кристалле соседние атомные плоскости параллельны друг другу, в реальном кристалле дислокации искажают «правильное» расположение этих плоскостей.

Если одна из атомных плоскостей обрывается внутри кристалла, возникает *краевая дислокация* – протяжённая область кристалла, простирающаяся вдоль линии, соответствующей краю оборвавшейся полуплоскости (рис. I-5.2.а, б).

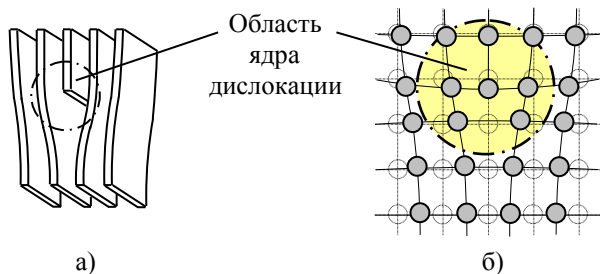


Рис. I-5.2

Винтовая дислокация характеризуется осью, вокруг которой по спирали выстраиваются атомы. В идеальном кристалле та-

ких спиралей («винтов») нет: соседние атомы принадлежат параллельным плоскостям (рис. I-5.3.а). Ядро винтовой дислокации – деформированная область кристалла, простирающаяся вдоль оси спирали (рис. I-5.3.б).

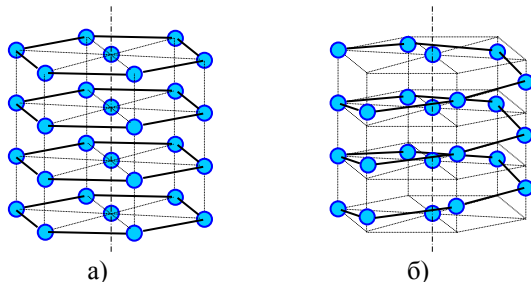


Рис. I-5.3

Как мы говорили выше, присутствие в кристалле дефектов существенным образом сказывается на его свойствах. Так, из-за наличия дислокаций механическая прочность кристаллических тел оказываются гораздо меньше той, которая могла бы быть у идеального кристалла (собственно, эта разница и послужила в своё время толчком для создания теории дислокаций). Приведём пример (рис. I-5.4).

Для того, чтобы сдвинуть верхнюю часть идеального кристалла относительно нижней (рис. I-5.4.а) необходимо одновременно разорвать все межатомные связи, помеченные на ри-

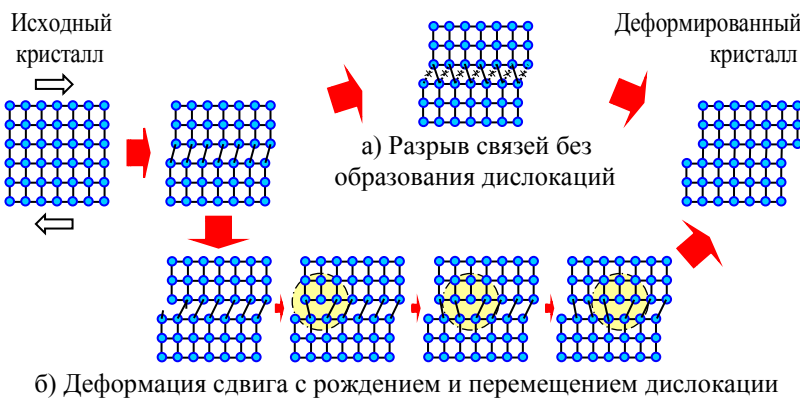


Рис. I-5.4

сунке жирными линиями. Поскольку атомов в кристалле очень много, то и сила F_1 , которая должна разорвать всё это множество связей должна быть весьма велика. Однако, реальные кристаллы оказываются гораздо менее прочными, для сдвига требуется сила F_2 , на несколько порядков меньшая, чем F_1 .

Это происходит потому, что при сдвиге связи рвутся не все связи сразу, а по очереди (рис. I-5.4.б): у поверхности образца возникает краевая дислокация, которая пробегает от одной грани кристалла до другой. При выходе дислокации на поверхность на противоположной поверхности тела возникает ступенька: кристалл деформирован*.

При деформации в твёрдом теле одновременно рождается, движется, взаимодействует друг с другом и другими дефектами большое число дислокаций; их, так же, как и фононы, дырки и так далее можно рассматривать как своего рода квазиобъекты, существующие только в кристалле.

В настоящее время на основе некоторых веществ удаётся выращивать бездислокационные нитевидные кристаллы длиной до нескольких миллиметров – *вискеры*. Прочность вискерров действительно много выше прочности обычных кристаллов, содержащих линейные дефекты.

– Поверхностные дефекты

Идеальный кристалл – объект, не имеющий границ, поверхности. Появление поверхности означает, что на ней и в близлежащей области атомы испытывают воздействие соседей, находящихся только с одной стороны (из объёма образца), с другой их просто нет. В этих условиях меняется структура энергетических уровней приповерхностных атомов, сама кристаллическая решётка искажается, становится «дефектной».

* Затормозив движение дислокаций, можно увеличить прочность кристалла. Для этого в кристалл можно *легировать* – ввести в него точечные дефекты (специально подобранные примеси), останавливающие бегущие дислокации. Ещё один способ упрочнения – сознательное увеличение концентрации дислокаций до такой степени, чтобы они сами стали мешать движению друг друга (данная технологическая операция называется *наклён*).

Поверхностные дефекты – не только внешняя граница кристалла, это и внутренние трещины, каверны, границы чужеродных вкраплений и др. Конечно, если кристалл велик, влиянием поверхностных дефектов зачастую можно пренебречь. Однако в современной микро- и нанoeлектронике широко используют материалы в виде тонких плёнок, толщина которых может достигать всего лишь нескольких атомных слоёв. В этих условиях влиянием поверхности не только нельзя пренебрегать, но даже более того, многие уникальные электрические, оптические (и просто химические) свойства получаемых тонких плёнок оказываются обусловленными явлениями, протекающими именно вблизи поверхности, а также на ней самой.

РАЗДЕЛ II ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Лекция № 6

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ

Качественное описание поведения электронов в кристалле привело нас к заключению о том, что структура его энергетических уровней носит *зонный характер*. В зависимости от степени заполнения разрешённых зон энергии и энергетических интервалов между ними твёрдые тела можно разделить на металлы, диэлектрики и полупроводники, которые имеют разные электрические, оптические, магнитные свойства. Попробуем теперь выявить некоторые количественные закономерности, которые позволят нам в дальнейшем лучше понять, как вещество в конденсированном состоянии ведёт себя в том или ином случае. Основная сложность, с которой мы при этом должны столкнуться, связана с тем, что *электронов в веществе слишком много, чтобы описать поведение каждого*. Здесь нам на помощь должны прийти методы и понятия, используемые в статистической физике, которая как раз и занимается описанием систем, состоящих из большого числа частиц.

6.1 Вырожденные и невырожденные коллективы.

Виды физических статистик

Пусть N – общее число частиц в системе, G – число возможных энергетических состояний, которые могут занимать эти частицы. Возможны следующие ситуации.

1) Число частиц много меньше числа возможных состояний,

$$\frac{N}{G} \ll 1. \quad (6.1)$$

Такие коллективы называются *невырожденными*, для их описания используется известная нам по разделу физики «молекулярно-кинетическая теория газов» статистика Максвелла-Больцмана. Типичным коллективом, описываемым этой статистикой, является идеальный газ, молекулы которого могут

иметь любую энергию, то есть для них $G \rightarrow \infty$, и условие (6.1) выполняется автоматически.

Другой пример невырожденного коллектива – электронный газ в зоне проводимости полупроводника. Как мы говорили выше, электронов в зоне проводимости полупроводника в обычных условиях мало, а сама зона содержит большое число энергетических подуровней, то есть опять-таки $N \ll G$. То же относится и к «газу» дырок в валентной зоне.

2) Число частиц сравнимо с числом энергетических состояний, или даже больше его:

$$\frac{N}{G} \geq 1. \quad (6.2)$$

Примером такого коллектива является электронный газ в валентной зоне полупроводника, в которой все энергетические состояния заняты электрона.

Статистические коллективы, для которых выполняется условие (6.2) называются *вырожденными*, в зависимости от вида частиц они могут описываться квантовой статистикой Ферми-Дирака или квантовой статистикой Бозе-Эйнштейна.

Особенностью частиц, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака (такой тип частиц, независимо от их природы, называют *фермионами*), является то, что они подчиняются принципу Паули. В каждом энергетическом состоянии может находиться только одна частица (с учётом разных значений проекций спина – две), поэтому их иногда называют частицами - «индивидуалистами». Фермионы – объекты с *полуцельм спином*, к ним относятся электроны, дырки, протоны и нейтроны, ядра, содержащие нечётное число нуклонов и так далее.

Частицы, подчиняющиеся статистике Бозе-Эйнштейна (их называют *бозонами*), являются «коллективистами»: они могут занимать одно и то же энергетическое состояние, причём, чем больше частиц уже находится в данном состоянии, тем больше вероятность того, что и следующая частица займет именно это же состояние. Бозоны имеют *целый спин*, к таким объектам относятся фотоны, фононы, куперовские пары (о которых мы поговорим позже, рассматривая теорию сверхпроводимости), атомные ядра, которые содержат чётное число нуклонов и др.

Специфическое «отталкивание» фермионов и «притяжение» бозонов обычно называют *обменным взаимодействием*.

Особенности фермионов и бозонов могут проявиться только в вырожденных коллективах, когда $N \geq G$. Если число частиц в системе уменьшать, то постепенно различия в поведении фермионов и бозонов исчезнут: и те и другие в итоге станут описываться классической статистикой Максвелла-Больцмана. Очевидно, что и соответствующие математические соотношения, которые используются для описания поведения фермионов и бозонов, в пределе должны переходить в формулы, характерные для классической статистики.

Многие электрические и оптические свойства кристаллов определяются тем, какое число электронов принимает участие в соответствующих процессах, и какое число энергетических состояний они могут занимать. Именно поэтому необходимо уметь рассчитывать как общее число частиц, имеющих энергию в заданном интервале значений E , так и общее число состояний в этом же интервале энергий.

6.2 Функция плотности энергетических состояний

Оценим, сколько энергетических состояний электронов может соответствовать кристаллу объёмом V . Полагая, что состоянию с минимальной энергией соответствует трёхмерный потенциальный ящик с бесконечно высокими стенками (см. параграф 3.1 и рис. 3.3), запишем выражение для объёма этого ящика при $n = 1$. Как следует, например, из рис. 3.3, ширина ящика в этом случае связана с длиной волны микрочастицы соотношением $l = \lambda/2$, поэтому его объём

$$V_0 = l^3 = (\lambda/2)^3. \quad (6.3)$$

С учётом соотношения де Бройля $p\lambda = h$ для свободного электрона, полная энергия которого равна его кинетической энергии (то есть $E = mv^2/2 = p^2/2m$), общее число состояний с энергией E в кристалле объёмом V может быть записано в виде

$$G = \frac{V}{V_0} = \frac{V}{(\lambda/2)^3} = \frac{V(2p)^3}{h^3} = \frac{8V}{h^3} (2mE)^{3/2}. \quad (6.4)$$

Строгий вывод формулы для общего числа энергетических состояний электронов в кристалле, имеющих кинетическую энергию в интервале от нуля до некоторого значения E приводит к сходному выражению

$$G = \frac{\pi}{3} \frac{8V}{h^3} (2mE)^{3/2}. \quad (6.5)$$

Энергетические состояния распределены по значениям E неодинаково: где-то состояния расположены чаще, где-то – реже. Введём функцию *плотности энергетических состояний* $g(E)$, которая (как любая плотность) определяется через производную:

$$g(E) = \frac{dG}{dE}, \quad (6.6)$$

или наоборот:

$$G = \int_{E_1}^{E_2} g(E) dE. \quad (6.7)$$

Дифференцируя выражение (6.5) по энергии, согласно (6.6) получаем:

$$g(E) = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E}. \quad (6.8)$$

Плотность энергетических состояний электронов $g(E)$ – это число квантовых состояний, приходящихся на единичный интервал энергий.

График этой функции приведён на рис. 6.1. Видно: чем больше E , тем плотность энергетических состояний выше: $g(E) \sim \sqrt{E}$.

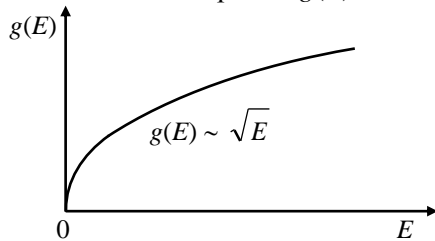


Рис. 6.1

Действительно, длина волны де Бройля таких электронов меньше (см. раздел 1.2), следовательно, для пребывания в таком состоянии каждому «требуется» потенциальный ящик

меньшего размера, а поэтому самих состояний оказывается больше). Численные значения функции $g(E)$ зависят от массы частиц m и объема всего кристалла V .

Теперь вернёмся к соотношениям (6.1) и (6.2) – критериям невырожденности коллектива. С учётом формулы (6.5)

$$\frac{N}{G} = \frac{3h^3 N}{8\pi(2mE)^{3/2} V} = \frac{3h^3 n}{8\pi(2mE)^{3/2}}, \quad (6.9)$$

где $n = N/V$ – концентрация (число электронов в единице объёма).

Рассмотрим два примера.

Пример 1. В 1 м^3 воздуха в нормальных условиях содержится примерно 10^{25} молекул его основной компоненты – азота, масса молекулы которого $m \approx 5 \cdot 10^{-26}$ кг. Азот – двухатомный газ, температуре $T = 300$ К соответствует средняя кинетическая энергия поступательного и вращательного движения молекул $E = 5kT/2$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. Это означает, что для молекул азота в воздухе

$$\frac{N}{G} = \frac{3(6,63 \cdot 10^{-34})^3 \cdot 10^{25}}{4\pi(2 \cdot 5 \cdot 10^{-26} \cdot 5/2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{3/2}} \approx 2 \cdot 10^{-7} \ll 1,$$

то есть азот (и воздух в целом) является невырожденным газом, поэтому описывается (как и следовало ожидать) статистикой Максвелла-Больцмана.

Пример 2. В 1 м^3 типичных металлов содержится примерно 10^{28} свободных электронов (масса $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг). Полагая, что тепловая энергия их движения $E = 3kT/2$ (у частиц одноатомного газа, как мы помним, имеются лишь поступательные степени свободы), для электронов даже при температуре плавления самого тугоплавкого металла $T \approx 3000$ К получим:

$$\frac{N}{G} = \frac{3(6,63 \cdot 10^{-34})^3 \cdot 10^{28}}{4 \cdot 2 \cdot \pi(2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3/2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3000)^{3/2}} \approx 90 \gg 1,$$

то есть газ свободных электронов в металлах всегда является вырожденным и описывается статистикой Ферми-Дирака (см. далее раздел 6.3).

6.3 Функции распределения частиц по энергетическим состояниям

Итак, мы умеем считать число энергетических состояний, которые могут занимать частицы. Но ранее мы говорили, что, в зависимости от того, о каких частицах – фермионах или бозонах идёт речь, характер заселения ими этих состояний будет разным. Функции, которые позволяют рассчитать среднее число частиц в состоянии с заданной энергией E , называются *функциями распределения*.

Вырожденный газ фермионов описывается функцией распределения Ферми-Дирака:

$$f_{\text{Ф-Д}}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}, \quad (6.10)$$

где μ – химический потенциал частиц в газе.

Напомним: химический потенциал описывает изменение энергии системы E при изменении числа частиц N в ней на единицу (в условиях постоянства энтропии S и объёма V системы):

$$\mu = \left(\frac{dE}{dN} \right)_{S,V}.$$

Как мы увидим дальше, максимальное значение функции распределения $f_{\text{Ф-Д}}(E)$ не может превышать единицу, именно поэтому её часто интерпретируют, как *вероятность обнаружения фермиона в квантовом состоянии с энергией E* .

Вырожденный газ бозонов описывается функцией распределения Бозе-Эйнштейна:

$$f_{\text{Б-Э}}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1}. \quad (6.11)$$

Невырожденные коллективы описываются функцией распределения Максвелла-Больцмана:

$$f_{\text{М-Б}}(E) = e^{\frac{\mu-E}{kT}}. \quad (6.12)$$

Очевидно: в предельном случае при $E - \mu \gg kT$ единицей в знаменателе выражений (6.10) и (6.11) можно пренебречь, и формулы распределений Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна переходят в формулу распределения Максвелла-Больцмана: коллектив частиц становится невырожденным.

Используя функции распределения, можно рассчитать количество частиц статистического коллектива, имеющих энергию как в малом интервале значений от E до $E + dE$:

$$dN = f(E)g(E)dE, \quad (6.13)$$

так и в большом – от E_1 до E_2 :

$$N = \int_{E_1}^{E_2} dN = \int_{E_1}^{E_2} f(E)g(E)dE. \quad (6.14)$$

Вопросы для повторения

1. Какие коллективы называются вырожденными, а какие – невырожденными? Каким статистикам они подчиняются? Приведите примеры.
2. Какой смысл имеет функция плотности энергетических состояний $g(E)$? Начертите её график.
3. Какой смысл имеет функция распределения $f(E)$? Какие бывают виды функций $f(E)$ и в каких случаях они применяются?
4. Продемонстрируйте, в каком случае функции распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна переходят в функцию распределения Максвелла-Больцмана.
5. Как, используя функцию плотности энергетических состояний и функцию распределения частиц по энергиям, можно рассчитать общее число частиц в заданном интервале энергий от E_1 до E_2 ?

7.1 Функция распределения электронов Ферми-Дирака

Рассмотрим электронный газ в металле, находящемся при температуре $T \approx 0$ К рис. 7.1. Отсчёт энергии электронов можно вести от низшего энергетического состояния в зоне (ось энергий на рисунке слева), а можно – от минимального уровня энергии свободного электрона, находящегося вне металла (ось энергий на рисунке справа). Неудобство второго выбора оси заключается в том, что во всех формулах энергия электронов должна быть отрицательной, в то время, как при первом способе выбора начала отсчёта она положительна. Именно поэтому далее мы будем отсчитывать энергию от дна зоны.

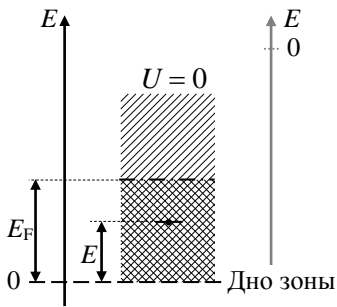


Рис. 7.1

Сама зона представляет собой своеобразный потенциальный ящик конечной высоты, выход из которого требует работы по преодолению сил связи, удерживающих электроны в металле. Дно ящика плоское, и поэтому везде внутри этого ящика (как мы делали это на лекции 3) потенциальную энергию примем равной нулю ($U = 0$). Таким образом, энергия E электронов в зоне-потенциальном ящике – кинетическая. Заметим: если бы электроны не подчинялись принципу запрета Паули, то при 0 К у них кинетической энергии не было бы вовсе и они все скопились бы на дне потенциального ящика. Являясь же фермионами, они не могут находиться в одинаковом энергетическом состоянии* и поэтому «вынуждены» занимать последовательно все состояния, начиная с наинизшего, отвечающего дну ящика, и до некоторого максимального значения, которому соответствует

* Точнее, на каждом энергетическом уровне в зоне находится не один, а два электрона, обладающие разными значениями собственного магнитного квантового числа $m_s = +1/2$ и $m_s = -1/2$.

(даже при 0 К) определённая кинетическая энергия. Это *максимальное при 0 К значение кинетической энергии электронов в металле называется энергией Ферми* и обозначается E_F (см. рис. 7.1).

Итак, до уровня E_F все разрешённые энергетические состояния при абсолютном нуле полностью заняты электронами (двойная штриховка на рис. 7.1); выше этого уровня ещё есть много разрешённых энергетических состояний, но чтобы заполнить их электронами у металла не хватает (соответствующая область энергий обозначена одинарной штриховкой).

Введение понятия энергии Ферми позволяет несколько иначе переписать формулу распределения Ферми-Дирака. Можно показать, что при отсчёте энергии от дна зоны формула (6.10) преобразуется к виду:

$$f_{\text{Ф-Д}}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}. \quad (7.1)$$

Рис. 7.1 позволяет сделать следующий вывод: несмотря на то, что все электроны в зоне проводимости – свободны, не связаны с конкретными атомами и поэтому способны перемещаться по кристаллу, тем не менее, далеко не все из них могут участвовать в создании электрического тока. Действительно, ускорение электрона под влиянием электрического поля должно сопровождаться возрастанием его кинетической энергии, но увеличить её электроны, находящиеся в глубине зоны (область с двойной штриховкой) не могут, так как для каждого из них все более высокие энергетические состояния заняты! Исключение составляют лишь электроны с энергией, близкой к E_F : только они и могут подняться по шкале энергий выше, на не занятые состояния, а, значит, – принять участие в формировании электрического тока через кристалл*.

Поясним сказанное с помощью формул.

* Ситуация похожа на движение людей в толпе: каждый, может быть, и хотел бы идти быстрее, но впереди него идёт другой человек, не давая возможности ускориться. Реально же увеличить скорость могут лишь те люди, которые идут в первых рядах толпы

Как мы говорили в конце прошлой лекции, количество частиц статистического коллектива (в нашем случае – электронов), имеющих энергию в интервале значений от E_1 до E_2 может быть рассчитано по формуле (6.14):

$$N = \int_{E_1}^{E_2} dN = \int_{E_1}^{E_2} f(E)g(E)dE.$$

Мы знаем, что геометрический смысл определённого интеграла – это площадь под кривой графика подынтегральной функции: в нашем случае (для электронов в металле) – функции $y = f_{\Phi-Д}(E)g(E)$. Построим этот график.

Сначала начертим график функции $f_{\Phi-Д}$ для нескольких значений температуры T .

Для начала чертим оси координат (по вертикали – сама функция, $f_{\Phi-Д}$, по горизонтали – её аргумент, E), на осях отмечаем начало отсчёта. Затем записываем формулу, по которой строим график:

$$f_{\Phi-Д}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}.$$

Из формулы следует, что на графике должна быть особая точка с $E = E_F$, в которой показатель степени экспоненты меняет знак, что должно кардинально сказаться на характере графика. График удобно начать с анализа поведения функции $f_{\Phi-Д}(E)$ при $T = 0$ К. Тогда при стремлении E к E_F *слева* (при $E - E_F < 0$):

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{E - E_F}{kT} = -\infty, \quad e^{\frac{E-E_F}{kT}} \rightarrow 0, \quad f_{\Phi-Д}(E) = 1.$$

При стремлении E к E_F *справа* (то есть $E - E_F > 0$):

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{E - E_F}{kT} = +\infty, \quad e^{\frac{E-E_F}{kT}} \rightarrow +\infty, \quad f_{\Phi-Д}(E) = 0.$$

Таким образом, график функции $f_{\Phi-Д}(E)$ при $T = 0$ К приобретает вид ступеньки с обрывом в точке $E = E_F$ (на рис. 7.2 это сплошная жирная линия; температура $T = T_1 = 0$ К).

Небольшой увеличение температуры (кривые для T_2 и T_3 на графике) сопровождается незначительным изменением формы «ступеньки»: она сглаживается, причём «ширина» области сглаживания примерно равна kT , то есть растёт с увеличением температуры. При этом, однако, все эти сглаженные кривые проходят через одну точку: при $E = E_F$ и $T \neq 0$ экспонента в знаменателе $e^{\frac{E-E_F}{kT}} = 1$, и, следовательно, $f_{\Phi-д}(E_F) = 1/2$.

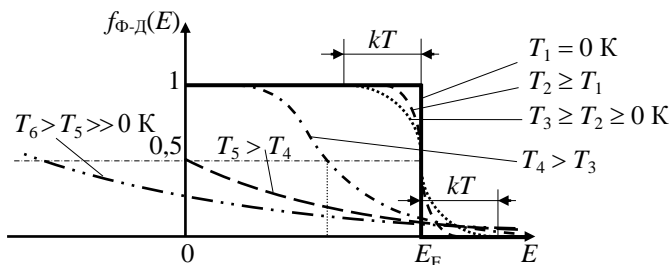


Рис. 7.2

Значительное изменение температуры приводит к уже существенному изменению формы графика (кривые, соответствующие температурам T_4 , T_5 и T_6 на рис. 7.2). Более того: положение точки, в которой $f_{\Phi-д}(E) = 1/2$ сдвигается в сторону меньших энергий.

Энергия, при которой функция распределения $f_{\Phi-д}(E) = 1/2$, имеет собственное название: *энергия Ферми*. А поскольку максимальное значение функции $f_{\Phi-д}(E) = 1$, и её можно интерпретировать, как *вероятность заполнения энергетического уровня с энергией E* , говорят, что *уровень Ферми в металле* представляет собой энергетический уровень, вероятность заполнения которого при любой температуре равна $1/2$.

7.2 Электронный газ в металле

Как мы только что отметили, форма графика $f_{\Phi-д}(E)$ и положение уровня Ферми меняются с температурой. Однако оказывается, что в случае металлов вплоть до температуры плавления

ния эти изменения незначительны и в первом приближении ими можно пренебречь. Поэтому будем считать, что график функции распределения Ферми-Дирака для электронов в металле имеет вид достаточно резкой ступеньки.

Итак, мы знаем, как выглядит график функции $f_{\text{Ф-Д}}(E)$. График функции $g(E)$ мы чертили ранее (рис. 6.1), поэтому теперь мы можем изобразить график функции $y = f_{\text{Ф-Д}}(E)g(E)$. Однако изобразим мы его не совсем обычным образом: поскольку на зонных схемах ось энергий вертикальна, графики функций $g(E)$, $f_{\text{Ф-Д}}(E)$ и $y = f_{\text{Ф-Д}}(E)g(E)$ мы повернём соответствующим образом (рис. 7.3 и рис 7.4):

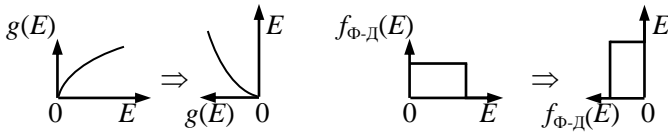


Рис. 7.3

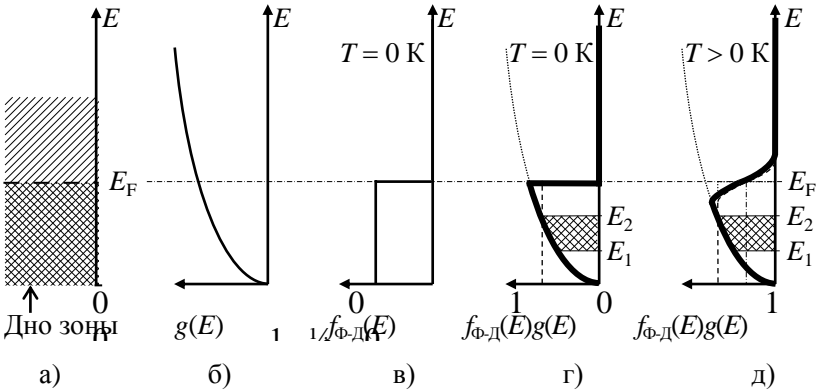


Рис. 7.4

Согласно рис. 7.4 и формуле (6.14) площади заштрихованных областей на графиках г) и д) справа численно равны числу электронов, имеющих энергию в интервале от E_1 до E_2 .

Графики в) и г) построены для температуры $T = 0$ К; график д) построен с учетом возможного изменения значений функции $f_{\text{Ф-Д}}(E)$ при высоких T . Но выше мы говорили, что для металлов практически во всём диапазоне температур график $f_{\text{Ф-Д}}(E)$ име-

ет вид, представленный на рисунке в), а это означает, что неизменен и график функции $y = f_{\text{Ф-Д}}(E)g(E)$ – рисунок г), и площадь под ним в любом интервале значений от E_1 до E_2 , и, следовательно, число электронов в этом интервале энергий. Главное здесь то, что сказанное касается всех электронов, в том числе тех, энергия которых близка к E_F и которые способны ускоряться электрическим полем, то есть – принимать участие в формировании электрического тока.

Таким образом, число N электронов (и их концентрация n), способных переносить электрический ток в металле, от температуры практически не зависит, то есть в металле $n \approx n(T)$.

Вопросы для повторения

1. Что называется энергией Ферми электронов в металле?
2. Постройте график функции распределения Ферми-Дирака для нескольких значений температуры. Ход построения поясните.
3. Что называется уровнем Ферми?
4. Поясните, как графически можно определить число электронов в металле, имеющих энергию в заданном диапазоне значений от E_1 до E_2 .
5. Объясните, почему можно считать, что концентрация электронов, способных ускоряться электрическим полем, в металле от температуры практически не зависит.

Лекция № 8 ГАЗ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

8.1 Собственные полупроводники

Как мы показали на предыдущей лекции, концентрация электронов, способных ускоряться электрическим полем, в металлах от температуры не зависит. В полупроводниках это не так и для объяснения этого факта давайте вновь воспользуемся зонными схемами, а также графиками функций $f_{\Phi-д}(E)$ и $g(E)$.

В собственном полупроводнике (зонная схема представлена на рис. 8.1.а при 0 К все состояния в валентной зоне заняты и поэтому электроны, принадлежащие этой зоне изменять свою энергию (ускоряться электрическим полем) не могут: кристалл ведёт себя как диэлектрик и не проводит электрический ток. Свободные состояния есть в зоне проводимости – график функции $g(E)$ для этой зоны изображён на рисунке 8.1.б, но в этой зоне электронов нет вовсе, так как здесь $f_{\Phi-д}(E) = 0$, и ускоряться нечему. График функции распределения $f_{\Phi-д}(E)$ представлен на рисунке 8.1.б, видно, что при 0 К она превращается в ноль уже посередине запрещённой зоны.

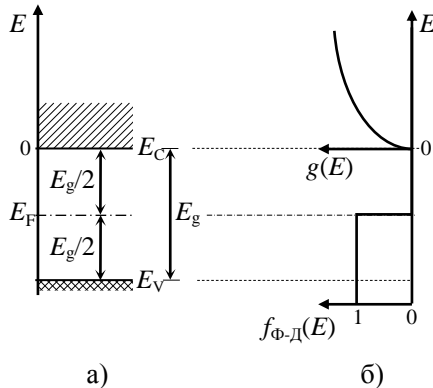


Рис. 8.1

С увеличением температуры картина меняется: появляется и начинает расти вероятность того, что электрон из валентной зоны приобретёт добавочную тепловую энергию, достаточную для перехода из валентной зоны в зону проводимости (этот пе-

переход показан на зонной схеме рис. 8.2.а стрелкой 1). Чем температура выше, тем вероятность таких переходов больше: в зоне проводимости появляются электроны, которые теперь способны ускоряться электрически полем. Материал начинает проводить электрический ток.

На рис. 8.2 это выглядит так: график функции $f_{\Phi-Д}(E)$ меняет вид: прямоугольная «ступенька» сглаживается, у неё появляется «хвост», простирающийся в зону проводимости. Теперь в этой зоне $f_{\Phi-Д}(E) \neq 0$, а, следовательно, и не равно нулю и само произведение $f_{\Phi-Д}(E)g(E)$ и интеграл от него

$$N = \int_0^{\infty} dN = \int_0^{\infty} f(E)g(E)dE, \quad (8.1)$$

позволяющий рассчитать общее число электронов в зоне проводимости. Чем выше температура, тем «хвост» распределения $f_{\Phi-Д}(E)$, простирающийся в зону проводимости, оказывается более явно выражен (сравните с рис. 7.2 и 7.4.д) и, следовательно, тем бóльшим становится интеграл: число электронов N в зоне проводимости увеличивается.

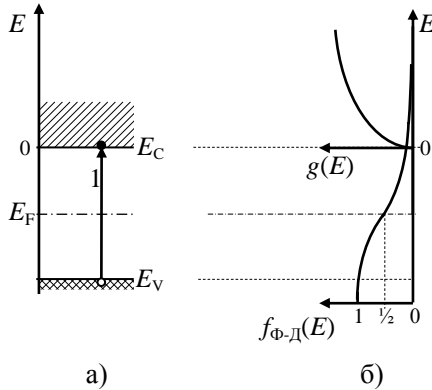


Рис. 8.2

Таким образом, мы видим: в собственном полупроводнике рост температуры приводит к увеличению концентрации n числа электронов, способных ускоряться электрическим полем.

Можно показать, что соответствующая зависимость описывается выражением

$$n = \frac{N}{V} = \frac{2}{h^3} (2\pi m_e^* kT)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2kT}}, \quad (8.2)$$

в котором N – общее число электронов в зоне проводимости, V – объём кристалла, m_e^* – множитель, по величине примерно равный массе m_e свободного электрона (он называется «эффективной массой» электрона и определяется, в частности, природой полупроводника).

В § 5.4 мы отметили, что подъём электрона из валентной зоны в зону проводимости означает возникновение в валентной зоне вакантного энергетического состояния – дырки. Появление дырки даёт возможность другому электрону из валентной зоны занять освободившееся состояние, ускорившись под действием электрического поля. Более того, он освободит то энергетическое состояние, которое занимал до ускорения, и в это состояние может перейти другой электрон, а в его освободившееся состояние – следующий и так далее. Вакантное энергетическое состояние – дырка – начнёт перемещаться по кристаллу, что так же, как и в случае движения электронов в зоне проводимости под влиянием электрического поля, означает протекание электрического тока.

Очевидно, что в собственном полупроводнике концентрация электронов в зоне проводимости должна быть равна числу дырок, возникших в результате электронных переходов типа зона-зона (переход 1 на рис. 8.2.а).

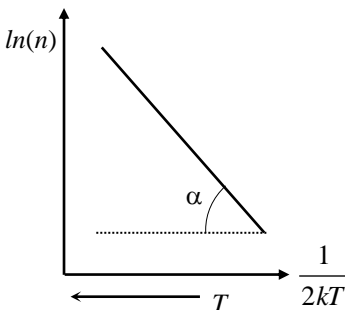


Рис. 8.3

В заключение построим график, отображающий зависимость (8.2). Его – см. рис. 8.3 – принято строить в координатах, в которых по оси абсцисс откладываются значения дроби $\frac{1}{2kT}$, а по оси ординат – значения натурального логарифма концентра-

ции, то есть $\ln(n)$. Смысл такого построения заключается в том, что в данных координатах график имеет вид прямой линии, тангенс угла наклона α которой к оси абсцисс численно равен ширине запрещенной зоны E_g полупроводника.

Заметим: высоким T соответствует *левая* область графика!

8.2 Примесные полупроводники

Зонная схема донорного полупроводника, а также графики зависимостей $f_{\Phi-D}(E)$, $g(E)$ при $T = 0$ К, подобные тем, которые были приведены на рис. 8.1, представлены на рис. 8.4.

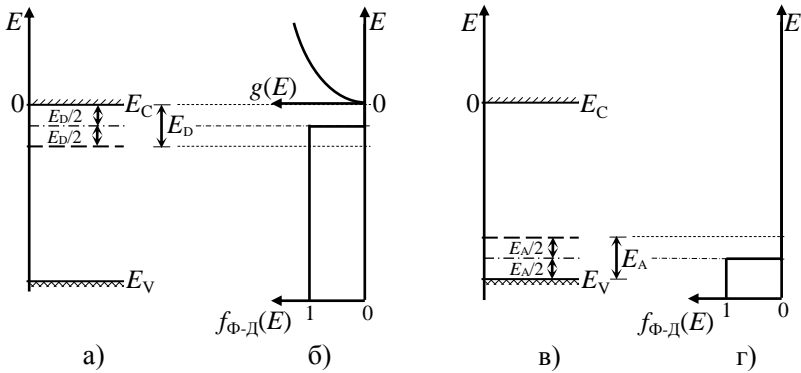


Рис. 8.4

Видно, что и в этом случае электронов в зоне проводимости нет (рис. 8.5а), следовательно, кристалл проводить электрический ток не будет.

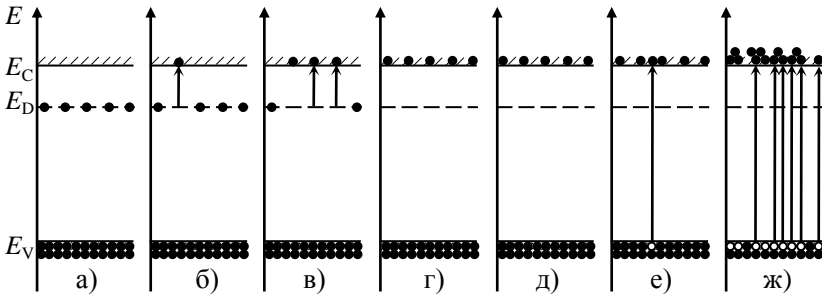


Рис. 8.5

Отличие рис. 8.4.а, б. от рис. 8.1 заключается в том, что в донорном полупроводнике при 0 К уровень Ферми находится посередине между дном зоны проводимости и донорными уровнями; там же «обрывается» и ступенька на графике функции $f_{\text{Ф-д}}(E)$. В акцепторном полупроводнике при 0 К уровень Ферми находится посередине между потолком валентной зоны и уровнями акцепторов (рис. 8.4.в, г).

Если начать повышать температуру выше 0 К, возникнет и начнёт расти вероятность получения электронами, находящимися на донорных уровнях, тепловой энергии, достаточной для перехода в зону проводимости (рис. 8.5.б). Чем выше температура T , тем таких переходов больше: концентрация n электронов в зоне проводимости растёт (рис. 8.5.в). Можно показать, что соответствующая зависимость имеет вид

$$n = \sqrt{2n_D} \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_D}{2kT}}, \quad (8.3)$$

где n_D – концентрация донорных атомов, E_D – «расстояние» от дна зоны проводимости до донорных уровней (рис. 8.4.а), m_e^* – эффективная масса электрона в зоне проводимости (см. пояснение к формуле 8.2).

Аналогичную формулу для концентрации дырок n' можно записать и в случае акцепторного полупроводника:

$$n' = \sqrt{2n_A} \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{E_A}{2kT}}. \quad (8.4)$$

Здесь n_A – концентрация акцепторных атомов, E_A – «расстояние» от потолка валентной зоны до акцепторных уровней (рис. 8.4.в), m_p^* – эффективная масса дырки. Для упрощения расчётов в первом приближении можно считать, что $m_p^* \approx m_e^* \approx m_e$.

Графики зависимостей (8.3) и (8.4), построенные в координатах $\ln(n)$ от $\frac{1}{2kT}$, имеют такой же вид, что и график на рис. 8.3.

Отличие заключается в том, что, во-первых, эти графики имеют такую форму лишь при низких T , и, во-вторых, в том, что тан-

генсы углов наклона соответствующих прямых оказываются меньше, чем на рис. 8.3. В случае донорного полупроводника этот тангенс численно равен E_D , а в случае акцепторного E_A , что меньше значения ширины запрещённой зоны E_g , численно равного тангенсу угла α наклона графика на рис. 8.3.

То, о чём мы говорили, относится к области низких температур. Дело в том, что с ростом T всё больше электронов переходят с донорных уровней в зону проводимости, но при некоторой температуре наступает момент, когда свободными окажутся все донорные уровни полупроводника и дальнейшее увеличение температуры уже не сопровождается ростом n . Можно продолжать увеличивать T , но по-прежнему концентрация электронов в зоне проводимости будет оставаться неизменной (очевидно, что в этом температурном диапазоне $n \approx n_A$) – рис. 8.5.г, д. Диапазон температур, в которых концентрация носителей заряда, способных ускоряться электрическим полем (электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне) называется *областью истощения примеси*.

При достижении температурой значений, при которых станут вероятными переходы электронов из валентной зоны в зону проводимости (рис. 8.5 е, ж), концентрация n снова начнёт расти. И поскольку собственных электронов в полупроводнике много больше, чем тех, которые могла поставить донорная примесь, зависимость концентрации от температуры в области высоких T будет описываться формулой 8.2 – той же, что и в случае собственного полупроводника.

Аналогичные процессы с ростом температуры происходят и в акцепторных полупроводниках, только в них области истощения примеси соответствует заполнение всех акцепторных уровней электронами, покинувшими валентную зону (рис. 8.6).

Таким образом, температурная зависимость концентрации носителей заряда, способных принимать соучастие в создании электрического тока (n для электронов в акцепторных полупроводниках и n' для дырок в акцепторных полупроводниках) характеризуется тремя участками: областью низких температур, областью истощения примеси и областью высоких температур.

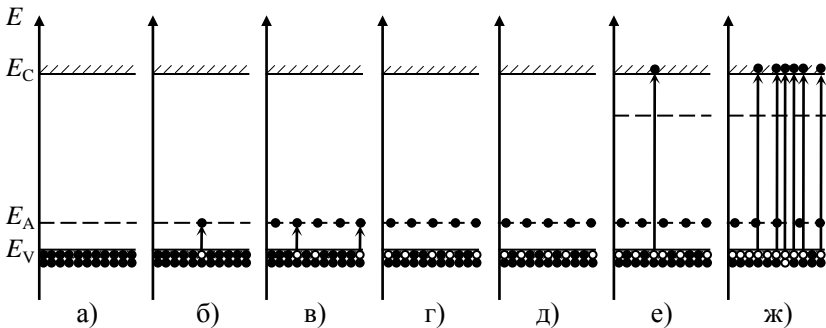


Рис. 8.6

Общий вид графика этой зависимости в координатах $\ln(n)$ от $\frac{1}{2kT}$ представлена на рис. 8.7.

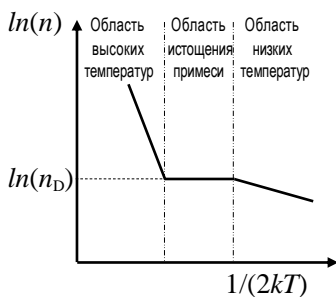


Рис. 8.7

Очевидно, что сходный вид имеет график, иллюстрирующий то, как от температуры зависит концентрация дырок в акцепторном полупроводнике.

8.3 Закон Ома. Удельная электропроводность

При изучении классической теории электропроводности нами была получена формула для закона Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (8.5)$$

Здесь \vec{j} – плотность тока, σ – удельная электропроводность вещества ($\sigma = 1/\rho$, где ρ – удельное сопротивление), $\vec{\mathcal{E}}$ – напряжённость электрического поля.

Напомним: электрическим током называется упорядоченное движение зарядов, при этом сила тока I определяется, как

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Общий заряд dq свободных носителей одного типа (электронов, дырок и т.д.), которые находятся в объёме dV и характеризуются зарядом e , связан с их концентрацией n очевидным соотношением: $dq = endV$. Объём dV элемента проводника, по которому движутся носители заряда, можно выразить через длину dl этого элемента (взятую вдоль направления движения) и площадь S его поперечного сечения: $dV = Sdl$ – рис. 8.8.

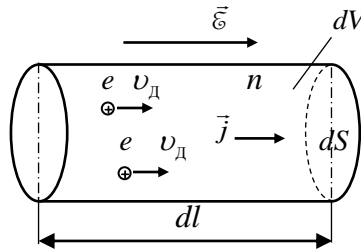


Рис. 8.8

Тогда для плотности тока ($j = I/S$) можно записать:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = en \frac{dl}{dt}, \text{ или} \quad (8.6)$$

$$j = env_d,$$

где v_d – дрейфовая скорость носителей заряда. Напомним, что дрейфовой называется скорость, которую приобретают носители заряда под действием электрического поля; кроме дрейфо-

вой бывает еще тепловая $v_T = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}$, которая в обычных условиях много больше дрейфовой.

Согласно классической теории электропроводности под действием электрического поля электроны движутся равноускоренно, однако, из-за столкновений друг с другом и с атомами окружающего вещества регулярно теряют скорость и вынуждены разгоняться вновь. Максимальное значение скорости достигается за некоторое усреднённое время τ , которое проходит от одного столкновения до другого, при этом дрейфовая скорость (средняя) равна половине максимального значения:

$$v_d = \frac{1}{2} a \tau = \frac{1}{2} \frac{F}{m_e} \tau = \frac{e}{2m_e} \tau \mathcal{E}.$$

где m_e – масса электрона. В свою очередь, время τ определяется величиной общей скорости $v = v_T + v_d \approx v_T$ и длиной свободного пробега λ электрона от одного столкновения до другого: $\tau = \lambda/v \approx \lambda/v_T$. В итоге

$$v_d = \frac{e\lambda}{2m_e v_T} \mathcal{E}. \quad (8.7)$$

В квантово-механической теории электропроводности твердых тел соотношение (8.7) также выполняется, но требует некоторых уточнений.

Во-первых, вместо действительной массы электрона (и дырки) следует использовать его эффективную массу m_e^* .

Во-вторых, вместо среднего времени свободного пробега электрона τ надо подставлять истинное время и проводить корректное усреднение скорости направленного движения, учитывая распределение электронов по скоростям. Следует принимать во внимание также, что для полной остановки ускоренного полем электрона может потребоваться не одно, а несколько столкновений электрона с рассеивающими центрами.

В результате уравнение (8.7) должно быть записано в виде:

$$v_{\text{д}} = \frac{ev\lambda}{2m_e^*v_{\text{T}}} \xi. \quad (8.8)$$

где v – среднее число столкновений электрона с рассеивающими центрами. Подставив (8.8) в (8.6), получаем:

$$j = en \frac{ev\lambda}{2m_e^*v_{\text{T}}} \xi,$$

что, используя формулу закона Ома в дифференциальной форме (8.5), позволяет нам записать формулу для удельной электропроводности

$$\sigma = en \frac{ev\lambda}{2m_e^*v_{\text{T}}}, \text{ или } \sigma = \frac{j}{\xi} = en \frac{v_{\text{д}}}{\xi}.$$

Отношение дрейфовой скорости к напряжённости электрического поля называется *подвижностью* носителей заряда:

$$u = \frac{v_{\text{д}}}{\xi} = \frac{ev\lambda}{2m_e^*v_{\text{T}}}. \quad (8.9)$$

В металле носителями заряда являются электроны (концентрацию электронов проводимости мы обозначали n), поэтому для удельной электропроводности металла можно записать:

$$\sigma = |e|nu. \quad (8.10)$$

Для полупроводника, электрический ток в котором переносят не только электроны, но и дырки, выражение для удельной электропроводности приобретает вид:

$$\sigma = |e|nu + |e|n'u', \quad (8.11)$$

где n' – концентрация дырок, u' – их подвижность. Заметим: в общем случае $u' \neq u$: так, например, в кремнии при температуре 300 К подвижность электронов проводимости $u = 1350 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, в то время, как у дырок $u' = 400 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

Мы видим: объяснить изменение электропроводности σ (и, соответственно, удельного сопротивления $\rho = 1/\sigma$) металла и полупроводника под действием внешних факторов (температуры, освещения и так далее) можно только поняв, как эти факторы сказываются на подвижности и концентрации носителей заряда в рассматриваемом материале.

То, как концентрация носителей заряда зависит от температуры в случае металлов, собственных и примесных полупроводников, мы уже показали. На очереди – рассмотрение зависимости от температуры их подвижности, то есть зависимости $\mu(T)$.

Вопросы для повторения

1. Что называется уровнем Ферми?
2. Объясните вид температурной зависимости концентрации электронов проводимости в собственном полупроводнике от температуры.
3. Объясните вид температурной зависимости концентрации электронов проводимости в донорном полупроводнике от температуры.
4. Объясните вид температурной зависимости концентрации дырок в акцепторном полупроводнике от температуры.
5. Поясните, как, пользуясь графиками температурной зависимости концентрации электронов (дырок) в собственном и донорном (акцепторном) полупроводниках, можно определить ширину запрещённой зоны полупроводника и «глубину залегания» (энергетический интервал от уровня примеси до ближайшей зоны) донорной (акцепторной) примеси.
6. Что называется дрейфовой скоростью носителей заряда? Как она связана с их полной скоростью?
7. Что называется подвижностью носителей заряда? В каких единицах она измеряется?
8. Выведите формулу (8.9) для подвижности носителей заряда.

Лекция № 9 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ. ЧАСТЬ I

9.1 Зависимость подвижности носителей заряда от температуры

Согласно формуле (8.9) подвижность электронов проводимости $\mu = \frac{ev\lambda}{2m_e^*v_T}$. Смысл входящих в это соотношение пара-

метров зависит от характеристик электронного газа: от того, является ли газ *вырожденным* (например, – в металле) или *невырожденным* (например, – в зоне проводимости обычного полупроводника). Для невырожденного газа параметры λ , v_T и v получают усреднением этих величин по всему коллективу. В вырожденном коллективе, подчиняющемся принципу Паули, внешнее электрическое поле может воздействовать только на электроны, находящиеся у уровня Ферми, переводя их на более высокие свободные энергетические состояния. В этом случае $\lambda = \lambda_F$ – средняя длина свободного пробега только тех электронов, энергия которых равна E_F , и их скорость, естественно, максимальна, $v = v_F$. Среднее число столкновений, сводящих до нуля скорость в заданном направлении, $\nu = \nu_F$.

Как в случае невырожденного газа (электроны в зоне проводимости полупроводника и дырки в валентной зоне), так и в случае вырожденного газа электронов (электроны в металле, электроны в валентной зоне полупроводника) весь интервал изменения температур удобно разделить на две области.

1. *Невырожденный газ, область низких температур* (рис. 9.1 а)

Основной причиной изменения подвижности носителей заряда (электронов, дырок) в этой области температур является *рассеяние на заряженных точечных дефектах*. После пролёта мимо такого дефекта (например, – иона примеси) полная скорость носителя заряда не меняется, однако сильнее искривляется его траектория и, следовательно, уменьшается скорость вдоль силовых линий электрического поля. Это, собственно, и означает уменьшение средней дрейфовой скорости носителей

и, следовательно, – их подвижности. Но чем выше температура, тем быстрее носители пролетают мимо заряженного дефекта ($v_T \sim \sqrt{T}$) и тем слабее отклоняются. Что же касается длины свободного пробега λ , то при рассеянии на заряженных точечных дефектах (например, – на ионах примеси), эта длина определяется лишь средним расстоянием от одного дефекта до другого, то есть является величиной, зависящей от концентрации дефектов, но не от температуры.

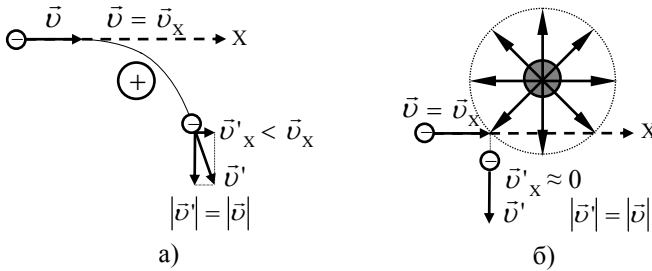


Рис. 9.1

В результате оказывается, что в этой области температур увеличение T невырожденного газа приводит к возрастанию дрейфовой скорости и подвижности u носителей заряда:

$$u \sim T^{3/2}. \quad (9.1)$$

2. Невырожденный газ, область высоких температур (рис. 9.1.б)

При достаточно высоких температурах существенной становится другая причина изменения подвижности: *рассеяние на квантах колебания кристаллической решётки (фононах)*. Чем больше температура, тем больше амплитуда колебаний атомов, тем выше вероятность столкновения с ними (и рассеяния после соударения) носителей заряда. Расчёты показывают, что для потери скорости электрону достаточно уже одного соударения (то есть $\nu \approx 1$), при этом

$$u \sim T^{-3/2}. \quad (9.2)$$

Итоговый вид зависимости подвижности от температуры для невырожденного газа может быть отображена графически

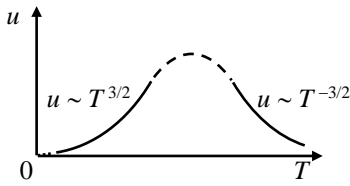


Рис. 9.2

так, как это показано на рис. 9.2. На графике имеются три области: слева – низкие температуры (рассеяние на заряженных примесях), справа – область высоких температур (рассеяние на колебаниях кристаллической решётки) и переходная область (посередине), в которой подвижность с температурой меняется слабо.

3. Вырожденный газ, область низких температур

Особенностью вырожденного газа является то, что менять свою энергию, то есть рассеиваться могут лишь электроны, имеющие энергию, близкую к уровню с энергией E_F (положение этого уровня, как мы говорили ранее, в металле с температурой практически не меняется). Соответственно, скорость таких электронов не зависит от температуры: $v = v_F = \sqrt{2E_F/m_e^*}$. Но если и концентрация дефектов, на которых происходит рассеяние, не зависит от температуры (например, в случае точечных дефектов – атомов примеси), то тогда неизменными будут оставаться и среднее число столкновений с ними электронов в единицу времени ($\nu = const$), и средняя длина свободного пробега носителей заряда ($\lambda = const$). Именно поэтому оказывается, что для вырожденного газа в области низких температур

$$u = const. \quad (9.3)$$

3. Вырожденный газ, область высоких температур

Как и в предыдущем случае, для такого газа можно записать, что $v = v_F = \sqrt{2E_F/m_e^*} \neq v(T)$. Как и в случае невырожденного газа при рассеянии на фононах достаточно лишь одного столкновения, чтобы электрон полностью потерял скорость направленного движения ($\nu \approx 1$), при этом $\lambda \sim 1/T$. В итоге для подвижности электронов можно записать:

$$u \sim T^{-1}. \quad (9.4)$$

9.2 Зависимость электрических свойств полупроводников и металлов от температуры

9.2.1 Собственный полупроводник

Следуя нашим рассуждениям, для удельной электропроводности собственного полупроводника можно записать (см. 8.12):

$$\sigma = |e|nu + |e|n'u', \quad \text{или}$$

$$\sigma = |e|n(T)u(T) + |e|n'(T)u'(T),$$

причём по формуле (8.2) $n = n' = \frac{2}{h^3} (2\pi m_e^* kT)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$, то есть

$$n = n' \sim e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (9.5)$$

У собственного полупроводника в области низких температур подвижность носителей заряда пропорциональна $T^{3/2}$, а в области высоких – $T^{-3/2}$. Так как на фоне экспоненты степенная зависимость практически не заметна, то это позволяет пренебречь зависимостью подвижности от температуры вообще и сделать вывод о том, что для собственного полупроводника во всей области температур

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E_g}{kT}}, \quad (9.6)$$

где σ_0 – характерный для данного вещества параметр, зависящий от температуры очень слабо.

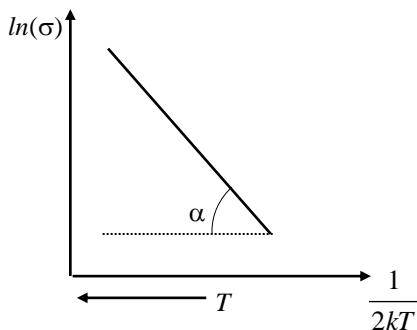


Рис. 9.3

График данной зависимости построен на рис. 9.3 в координатах $\ln(\sigma)$ от $1/(2kT)$: так же, как и график для зависимости $\ln(n)$ от $1/(2kT)$ – рис. 8.3 – он имеет вид прямой, тангенс угла наклона которой численно равен ширине запрещённой зоны E_g полупроводника.

9.2.2 Примесный полупроводник

И в этом случае там, где выполняется экспоненциальная зависимость $n(T)$ – в области низких и в области высоких температур – степенной зависимостью $u(T)$ можно пренебречь. В этих температурных областях график зависимости $\ln(\sigma)$ от $1/(2kT)$ также повторяет ход соответствующего графика зависимости $\ln(n)$ от $1/(2kT)$ – см. рис. 8.7. Тот факт, что подвижность является функцией от температуры, может проявиться лишь в области истощения примеси (промежуточных значений T). В зависимости от того, какой механизм рассеяния окажется при этом более существенным (какой части графика на рис. 9.2 он соответствует), вид среднего участка графика зависимости $\ln(\sigma)$ от $1/(2kT)$ оказывается разным: он может испытывать как подъём, так и спад (рис. 9.4).

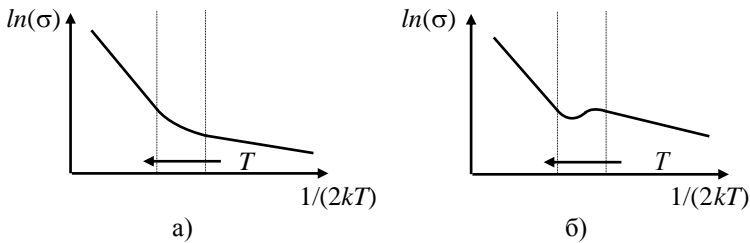


Рис. 9.4

9.2.3 Металл

Для металла, согласно (8.10),

$$\sigma = |e|n\mu,$$

причём концентрация электронов n , способных ускоряться электрическим полем, от температуры не зависит.

Согласно формуле (9.3) в области низких температур для вырожденного газа электронов в металле $\mu \neq u(T)$, то есть от температуры не должна зависеть и удельная электропроводность σ .

В области высоких температур $\mu \sim T^{-1}$ – см. формулу (9.4), следовательно, в этой области $\sigma \sim T^{-1}$.

Для описания электрических свойств металлических проводников на практике удобно использовать не удельную электропроводность σ , а удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma$. Таким образом, можно сказать, что для обычного металла:

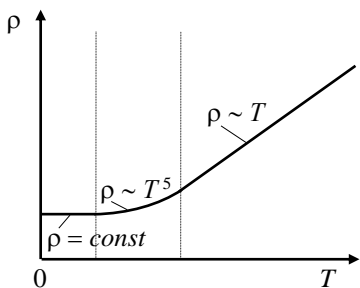


Рис. 9.5

$\rho = const$ – в области низких температур;

$\rho \sim T$ – в области высоких температур*;

в переходной области температур $\rho \sim T^5$.

Итоговый вид графика зависимости $\rho(T)$ для обычного металла представлен на рис. 9.5.

Сильная зависимость удельного сопротивления ρ полупроводников от T позволяет использовать их для создания *термисторов* – приборов, предназначенных для точного измерения температуры, мощности инфракрасного излучения (чувствительность до 10^{-10} Вт) и управления различными технологическими процессами. В отдельных случаях для изготовления термисторов используются и металлы.

9.3 Экспериментальное определение знака заряда, концентрации и подвижности носителей заряда. Эффект Холла

Сделанные нами выводы о характере зависимостей концентрации и подвижности носителей заряда от температуре пока носят лишь умозрительный характер. Для того, чтобы подтвердить справедливость теории, необходимо уметь измерять концентрацию и подвижность носителей заряда в эксперименте. Такого рода измерения можно выполнить, например, наблюдая *эффект Холла* в исследуемых образцах.

* Данное выражение соответствует хорошо известной из практики линейной зависимости удельного сопротивления металлов от температуры: $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$, где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C , α – температурный коэффициент сопротивления, t – температура, выраженная в градусах Цельсия.

Эффект Холла (1879 г.) заключается в возникновении поперечной разности потенциалов в проводнике (в первых опытах Холла – в пластинке из золота), по которому идёт электрический ток и который помещен в магнитное поле так, что линии индукции этого поля перпендикулярны вектору плотности тока. Схема эксперимента по наблюдению эффекта представлена на рис. 9.6.

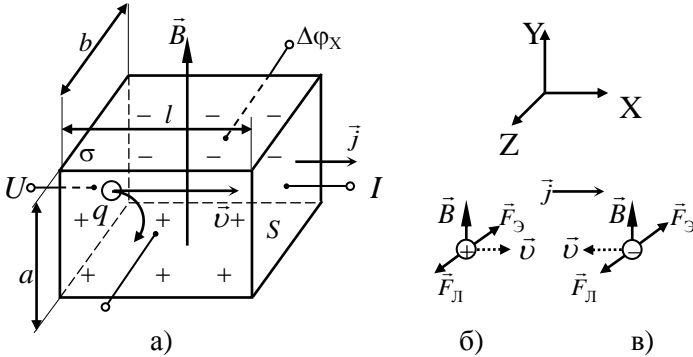


Рис. 9.6

На носитель заряда q , движущийся в магнитном поле индукцией \vec{B} со скоростью \vec{v} действует сила Лоренца \vec{F}_L (её направление определяется по правилу левой руки), под действием которой заряд (на рисунке – положительный) отклоняется к передней грани образца (параллелепипеда со сторонами a и b). В результате на его передней грани скапливается положительный заряд, а на задней – отрицательный: внутри образца возникает поперечное электрическое поле, действующее на движущиеся заряды с силой \vec{F}_3 , по направлению противоположной силе Лоренца. По мере накопления заряда на передней и задней гранях образца \vec{F}_3 возрастает до тех пор, пока не сравняется по величине с \vec{F}_L , после чего накопление прекратится. В дальнейшем влетающие в образец носители заряда уже не отклоняются, а движутся по прямой, этой ситуации соответ-

стует разность потенциалов $\Delta\varphi_x$ между передней и задней гранями*.

Если на передней грани накапливается положительный заряд, носителями заряда в образце являются дырки (см. рис. 9.6.б), если отрицательный – электроны (рис. 9.6.в).

Опишем эффект Холла формулами.

Сила Лоренца: $\vec{F}_л = q[\vec{v} \vec{B}]$, при взаимной перпендикулярности векторов \vec{v} и \vec{B} можно записать просто: $F_л = qvB$.

Сила в электрическом поле $F_э = q\mathcal{E}$, где \mathcal{E} – напряжённость этого поля, причём, полагая поле внутри образца однородным, напряжённость можно связать с холловской разностью потенциалов $\mathcal{E} = \Delta\varphi_x/b$, где b – расстояние между передней и задней гранями образца.

Скорость \vec{v} (а нас интересует её дрейфовая компонента $\vec{v}_д$) связана с плотностью тока известным соотношением (8.6), согласно которому $\vec{j} = qn\vec{v}_д$, где n – концентрация носителей заряда.

Комбинируя записанные формулы, нетрудно получить:

$$\Delta\varphi_x = \frac{1}{en} jBb \quad (9.7)$$

(здесь учтено, что в металлах и полупроводниках носители заряда – и электроны и дырки имеют один и тот же по величине заряд $q \equiv e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Далее следует измерить длину ребра b образца, индукцию B созданного магнитного поля и холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi_x$. Плотность тока j легко определить, измерив силу тока I через образец и рассчитав площадь S его поперечного сечения: $S = a \times b$. Теперь, подставив полученные данные в формулу (9.7), мы можем вычислить, чему равна концентрация n носителей заряда в образце, и проследить, как она меняется при внешних воздействиях (например, – при повышении или понижении температуры).

* $\Delta\varphi_x$ часто называют электродвижущей силой (э.д.с. Холла).

Коэффициент $R_x = 1/en$ (более точно $R_x = A/en$, где A – коэффициент, зависящий от механизма рассеяния носителей тока) получил название постоянной Холла. У электронных полупроводников эта постоянная отрицательна, у дырочных – положительна.

Поскольку в случае преобладания носителей заряда одного знака их подвижность u связана с концентрацией n и с удельной электропроводностью σ материала соотношением $\sigma = enu$, (причём $\sigma = 1/\rho$, где ρ – удельное сопротивление материала), можно записать:

$$u = \frac{\sigma}{en} = \frac{1}{en\rho}. \quad (9.26)$$

Измерив вольтметром падение напряжения U на образце, мы определим его сопротивление: $R = U/I$, что даст нам возможность (после измерения длины образца l) вычислить его удельное сопротивление

$$\rho = R \frac{S}{l} = \frac{U}{I} \cdot \frac{S}{l}.$$

Таким образом, благодаря эффекту Холла мы получаем возможность определения подвижности носителей заряда (полагая, что их концентрацию n мы уже знаем):

$$u = \frac{1}{en\rho} = \frac{Il}{enUS}. \quad (9.27)$$

Можно решить обратную задачу: зная u и n для конкретного материала, изготовить на его основе чувствительные элементы датчиков, позволяющих измерять индукцию магнитного поля, деформацию и др.

Вопросы для повторения

1. Какие процессы приводят к изменению дрейфовой скорости носителей заряда?

2. Объясните вид температурной зависимости подвижности носителей заряда, если этот коллектив не вырожден. Приведите примеры таких коллективов.
3. Как ведёт себя с изменением температуры подвижность носителей заряда – вырожденного коллектива? Приведите примеры таких коллективов
4. Начертите график, поясняющий, как зависит от температуры удельная электропроводность собственного полупроводника.
5. Начертите график, поясняющий, как зависит от температуры удельная электропроводность примесного (донорного или акцепторного) полупроводника.
6. Начертите график, поясняющий, как зависит от температуры удельное сопротивление металла.
7. В чём заключается эффект Холла?
8. Объясните, как, пользуясь эффектом Холла, можно определить знак носителей заряда в полупроводнике.

Лекция № 10 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ. ЧАСТЬ II

10.1 Сверхпроводимость

Одним из недостатков классической теории электропроводности является невозможность объяснения в рамках этой теории явления сверхпроводимости. Это явление открыто голландским ученым Г. Камерлинг-Оннесом в 1911 г. на ртути (Нобелевская премия 1913 г.); оно заключается в обращении в ноль электрического сопротивления вещества при температурах ниже некоторой критической T_K , рис. 10.1.

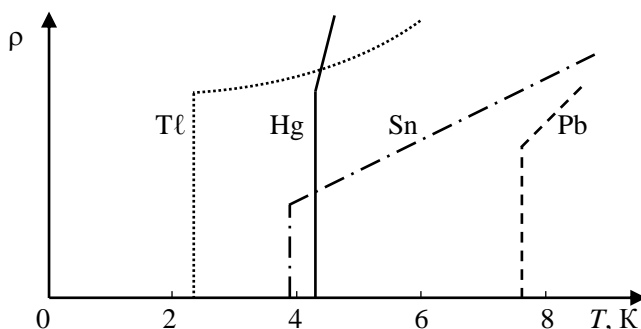


Рис. 10.1

В настоящее время известно несколько сотен веществ, переходящих в сверхпроводящее состояние. Все эти вещества условно можно разделить на две большие группы. К низкотемпературным сверхпроводникам ($T_K < 25$ К) относятся некоторые металлы и сплавы, ряд полупроводников, интерметаллических соединений типа NbN, TaC и даже некоторые органические материалы. В 1986 г. О. Беднорцем и Ф. Мюллером (лауреаты Нобелевской премии) были открыты высокотемпературные сверхпроводники, у которых $T_K > 77$ К (температура жидкого азота); к ним относятся сложные соединения — керамика на основе оксида меди (например, $TlCa_4Ba_3Cu_6O_x$ с $T_K = 162$ К). Теория явления в высокотемпературных сверхпроводниках пока еще не создана (хотя некоторые эмпирические закономерности уже выявлены), поэтому далее мы ограничимся рассмотре-

нием процессов, происходящих в низкотемпературных сверхпроводниках.

Экспериментально сверхпроводимость можно наблюдать следующими способами:

– достаточно включить сверхпроводник в общую электрическую цепь; в момент перехода этого участка цепи в сверхпроводящее состояние разность потенциалов на его концах станет равной нулю;

– можно поместить кольцо из сверхпроводника в перпендикулярное к нему магнитное поле. Охладив кольцо ниже T_K , поле выключают. В результате в кольце индуцируется незатухающий электрический ток, который, несмотря на отсутствие магнитного поля, циркулирует неограниченно долго (эксперимент, проведённый в Великобритании, показал наличие неизменного тока в течение двух лет, эксперимент прервала забастовка транспортников, не доставивших в лабораторию жидкий гелий, необходимый для охлаждения кольца).

Не менее важным, чем спад до нуля удельного сопротивления, является тот факт, что переход вещества в сверхпроводящее состояние сопровождается превращением его в идеальный диамагнетик (эффект Мейснера). Вспомним: диамагнетики намагничиваются в направлении, противоположном вектору напряжённости \vec{H} внешнего поля, причём их намагниченность \vec{J} связана с \vec{H} соотношением

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где $\chi < 0$ – магнитная восприимчивость. У обычных диамагнетиков $|\chi|$ – очень малая величина ($|\chi| \approx 10^{-6} - 10^{-5}$), то есть эффект намагничивания против поля заметен слабо. Но у сверхпроводников $\chi = -1$, то есть $\vec{J} = -\vec{H}$ и магнитное поле внутри сверхпроводника оказывается всегда равным нулю. Именно поэтому говорят, что диамагнетизм сверхпроводника – идеальный. Существенно, что причиной его возникновения не может быть прецессия электронных орбит в атоме, находящемся в магнитном поле: она не способна обеспечить такое большое значение $|\chi|$, следовательно, идеальный диамагнетизм должен иметь иную природу.

Как было сказано, величина T_K неодинакова для разных веществ: так, для олова $T_K = 3,73$ К, для свинца $T_K = 7,19$ К; рекордной для сверхпроводников этого типа является $T_K = 23,2$ К у соединения NbGe. Интересно, что чем выше удельное сопротивление материала в обычном для нас интервале температур, тем T_K выше, то есть этот материал «легче» перевести в сверхпроводящее состояние и, наоборот, чем лучше проводник проводит ток в обычных условиях, тем меньшая температура необходима для того, чтобы он превратился в сверхпроводник. Более того: очень хорошие проводники (медь, золото, серебро) в сверхпроводящее состояние не переходят вообще!

Сама температура перехода в сверхпроводящее состояние не является константой, она зависит от индукции B внешнего поля: чем больше индукция, тем температура перехода меньше. T_K , значение которой обычно приводится в справочниках, – это максимальная температура перехода, соответствующая $B = 0$. И ещё: магнитное поле способно разрушить сверхпроводимость: если его индукция оказывается выше некоторого критического (для данной температуры $T < T_K$) значения ($B > B_K$), материал возвращается из сверхпроводящего состояния в нормальное.

Таким образом, теория сверхпроводимости должна отвечать на следующие основные вопросы:

1. Какова физическая природа процессов, приводящих к сверхпроводимости?
2. Почему проводники, которые плохо проводят электрический ток в обычных условиях, «легко» становятся сверхпроводниками, а «хороший» проводник перевести в сверхпроводящее состояние трудно (требуется более низкая температура) или вообще невозможно?
3. С чем связан идеальный диамагнетизм сверхпроводников?

В основе теории сверхпроводимости (БКШ - теории), созданной, в первую очередь Дж. Бардиным, Л. Купером, Дж. Шриффером (Нобелевская премия 1972 г.), Н.Н. Боголюбовым, А.А. Абрикосовым, В.Л. Гинзбургом (последние двое – лауреаты Нобелевской премии 1999 г.), лежит представление о том, что в сверхпроводнике между свободными электронами дей-

ствуют не только кулоновские силы отталкивания, но и силы притяжения, возникающие из-за поляризации электронами кристаллической решетки.

Электрон, движущийся в кристалле, притягивает к себе ионы решетки (рис. 10.2.а), создавая около себя избыточный положительный заряд, к которому, в свою очередь, может быть притянут ещё один электрон. Образующаяся таким образом система, состоящая из двух электронов и сместившихся из положения равновесия ионов кристаллической решётки, носит название куперовской пары (по имени американского физика Л.Купера*, показавшего в 1956 г., что образование таких пар энергетически выгодно).

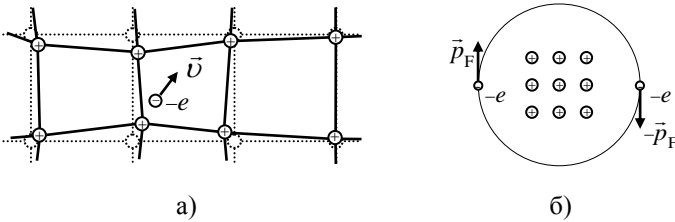


Рис. 10.2

Смещение ионов решётки и возникновение куперовских пар возможно, если электроны достаточно сильно взаимодействуют с ионами. Но при обычных температурах такое взаимодействие мешает движению электронов, поэтому в этих условиях подобные материалы являются относительно плохими проводниками. Если же взаимодействие электронов с решеткой слабое (в обычных условиях это вещество – хорошо проводит ток), то куперовские пары не возникают и перехода в сверхпроводящее состояние у такого материала зарегистрировать не удаётся.

Возникновение добавочного взаимодействия между решеткой и электроном означает изменение энергии последнего. Но в металле изменить свою энергию могут лишь те электроны,

* Заметим, что впервые догадку о существовании в сверхпроводнике электронных пар, высказал Р.А. Огг (химик-экспериментатор из США), предвосхитив тем самым открытие Купера примерно на десять лет.

энергия которых близка к энергии Ферми E_F . Поэтому в куперовские пары объединяются лишь те электроны, которые имеют импульсы $p_F = \sqrt{2mE_F}$ причем векторы импульсов электронов в паре (так же, как и векторы их собственных моментов импульса – спинов) должны быть направлены в противоположные стороны (рис. 10.2.б). В отсутствие внешнего электрического поля суммарный импульс (и момент импульса) такой системы равен нулю: электроны вращаются вокруг общего центра, образованного положительным поляризационным зарядом решетки. Радиус соответствующей окружности составляет $10^{-7} \div 10^{-6}$ м, что гораздо больше среднего расстояния между отдельными атомами (около $5 \cdot 10^{-10}$ м). В результате области существования разных пар частично накладываются друг на друга, а волновые функции пар перекрываются, что приводит к усилению взаимодействия между электронами в парах и решеткой в целом. Фактически каждый электрон теперь ощущает на себе воздействие всей решетки, и если на пути одного из электронов, участвующего в коллективном движении пар, возникает препятствие (заряженный дефект или колеблющийся атом), то суммарное воздействие остальных членов этого коллектива позволит ему пройти это препятствие без какого-то ни было рассеяния. Дрейфовая скорость носителя заряда не изменится (сравните с ситуацией, описанной в § 9.1), что и означает полное отсутствие электрического сопротивления: возникает сверхпроводимость.

Итак, на вопросы, какова природа сверхпроводимости и почему сверхпроводниками «легко» становятся материалы, в обычных условиях плохо проводящие электрический ток, мы ответили. Обсудим теперь, почему магнитное поле не проникает внутрь сверхпроводника*, в чём причина его идеального диамагнетизма.

* Это явление обнаружили в 1933 году немецкие учёные В. Мейсснер и Р. Оксенфельд (*эффект Мейсснера*).

Как известно, при внесении проводника в магнитное поле в нём возникают вихревые токи индукции, магнитное поле которых (согласно правилу Ленца) стремится компенсировать внешнее. Это – явление электромагнитной индукции. Но из-за отсутствия электрического сопротивления в сверхпроводнике индуцируются именно такие токи, которые обеспечивают полную компенсацию внешнего поля: $\chi = -1$, образец ведет себя как идеальный диамагнетик.

Возникшие индукционные токи существуют лишь в тонкой приповерхностной области образца – скин-слое (рис. 10.3). Толщина d этого слоя (расстояние, на которое внешнее магнитное поле проникает в сверхпроводник и на котором происходит его компенсация), зависит как от величины внешнего поля, так и от температуры. По величине d может быть как больше, так и меньше размеров куперовской пары; характерная толщина скин-слоя $d \approx 10^{-9}$ м.

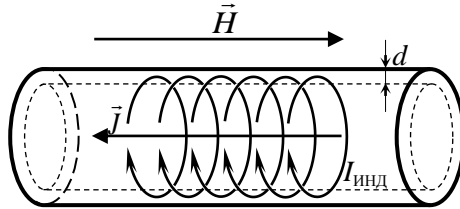


Рис. 10.3

Как мы уже говорили, сверхпроводимость может быть разрушена внешним магнитным полем с индукцией, превышающей некоторое критическое значение $B > B_{\text{к}}$. Если сила Лоренца достаточно велика, то она разрушает куперовские пары и сверхпроводимость исчезает. Такого же эффекта можно добиться, просто пропуская через сверхпроводник сильный электрический ток. Ток порождает магнитное поле, и если плотность этого тока выше некоторого критического значения, то его магнитное поле также разрушает куперовские пары.

Данный эффект является серьезным препятствием на пути практического использования сверхпроводимости. В первую очередь сказанное касается так называемых *сверхпроводников*

первого рода, к которым относится большинство чистых металлов (для таких материалов $B_k \leq 0,1$ Тл). Однако, существуют *сверхпроводники второго рода* (например, ниобий), сохраняющие свои свойства в значительно более сильных магнитных полях ($B_k > 20$ Тл). В таких материалах токи не вытесняются на поверхность образца, а образуют параллельные цилиндрические каналы, пронизывающие весь его объем. В центре каналов куперовских пар нет и сверхпроводимость отсутствует, но окружающий материал остаётся сверхпроводящим, шунтируя области с конечным значением сопротивления, и поэтому в целом электрическое сопротивление образца остаётся равным нулю. Достаточно высокие значения B_k позволяют использовать данные материалы для изготовления устройств, потребляющих большие токи. В первую очередь это относится к оборудованию, предназначенному для создания сильного магнитного поля: системам магнитной подвески транспортных средств, устройствам удержания плазмы в термоядерных реакторах и так далее.

10.2 Электропроводность кристаллов в сильных электрических полях

Еще раз запишем формулу (8.10) для удельной электропроводности:

$$\sigma = |e|ni.$$

Как мы показали, на величине σ сказывается температура, и если она не меняется, то σ остаётся постоянной величиной, что приводит к линейности зависимости плотности тока j от напряжённости электрического поля $\vec{\epsilon}$ (закон Ома, $\vec{j} = \sigma \vec{\epsilon}$), область I на рис. 10.4. Но оказывается, что удельная электропроводность зависит не только от температуры: она может меняться в сильных электрических полях, что вызывает отклонения от закона Ома.

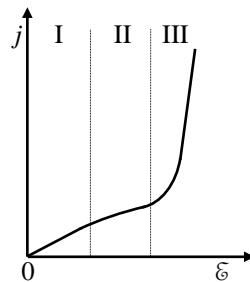


Рис. 10.4

Во-первых, в сильных электрических полях (напряжённость которых больше 10^4 В/см, а дрейфовая скорость становится по величине сопоставимой с тепловой v_T) от \mathcal{E} начинает зависеть подвижность носителей заряда u , что, в свою очередь, приводит к возникновению зависимости $\sigma(\mathcal{E})$. Часто в области комнатных температур $\sigma \sim \mathcal{E}^{-1/2}$ и поэтому $j \sim \sqrt{\mathcal{E}}$ (область II на рис. 10.4). Но этот эффект оказывается гораздо слабее другого, проявляющегося в ещё более сильных полях ($\mathcal{E} \geq 10^5$ В/см), в которых от \mathcal{E} начинает зависеть уже и концентрация носителей заряда.

В достаточно сильных электрических полях в полупроводнике начинает увеличиваться концентрация электронов проводимости, а зависимость $u(\mathcal{E})$ на этом фоне становится несущественной. Как результат, плотность тока резко возрастает вплоть до электрического пробоя образца (область III на рис. 10.4):

$$\vec{j} = \sigma(\mathcal{E}) \vec{\mathcal{E}} = |e|n(\mathcal{E})u \vec{\mathcal{E}}. \quad (10.1)$$

В основе роста n могут лежать три основных явления:

- термополевая ионизация Френкеля,
- ударная ионизация,
- туннельный пробой.

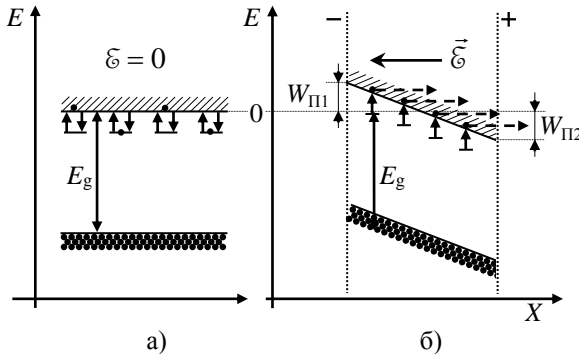


Рис. 10.5

Во всех трёх случаях существенным оказывается то, что при достаточно большой напряжённости внешнего электрического поля \mathcal{E} происходит искажение зонной схемы полупроводника.

Действительно, если предположить, что по горизонтальной оси на зонной схеме отложена координата (рис. 10.5.а), причём левой части схемы соответствует грань образца, имеющая отрицательный потенциал $-\varphi_1$, а правой – грань, обладающая положительным потенциалом $+\varphi_2$, то слева потенциальная энергия $W_{П1}$ электронов (заряд которых $-e$ отрицателен) оказывается больше, чем $W_{П2}$ справа*. В результате зонная схема оказывается асимметричной, «перекашивается» – рис. 10.5.б: электрон, оказавшись в зоне проводимости, получает возможность двигаться вправо, наращивая энергию относительно дна зоны проводимости, то есть возникает электрический ток.

Явление *термополевой ионизации* имеет место при достаточно низких температурах, (донорные уровни ещё заполнены электронами). В отсутствие электрического поля между донорными уровнями и зоной проводимости имеет место постоянный обмен электронами, которые, получив порцию тепловой энергии, поднимаются в зону проводимости, и падают обратно, испуская эту энергию. Но если зонная схема асимметрична, равновесие нарушается: электрическое поле уводит электроны, поднявшиеся в зону проводимости, далеко от доноров, тем самым, увеличивая их общую концентрацию в зоне (рис. 10.5.б).

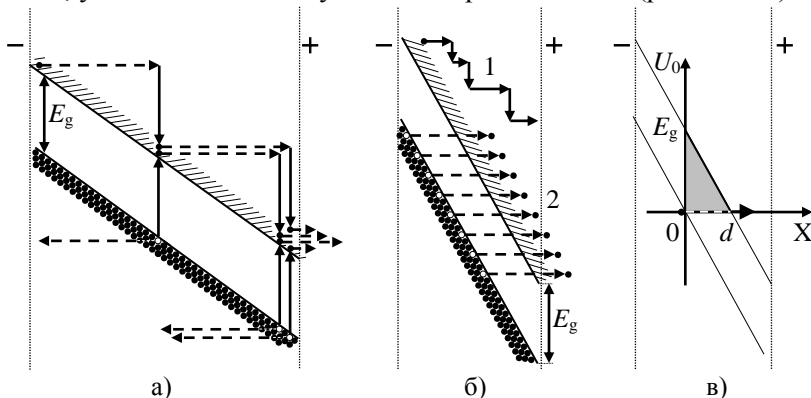


Рис. 10.6

*Исходя из определения потенциала, $W_{П1} = (-e)(-\varphi_1) > 0$, в то время, как $W_{П2} = (-e)(+\varphi_2) < 0$.

Если перекося зон достаточно велик, то разогнавшиеся в поле электроны приобретают такую энергию, которой оказывается достаточно для того, чтобы инициировать рождение электронно-дырочной пары: происходит *ударная ионизация* кристаллической решётки. Число электронов в зоне проводимости растёт лавинно (рис. 10.6.а), что может привести к пробое образца и выходу прибора из строя. Напряжённость поля, необходимая для развития процессов умножения носителей заряда обычно превышает 10^5 В/см.

Ударное умножение носителей заряда происходит не всегда, для него необходимо, чтобы ускоряемые полем электроны зоны проводимости не теряли свою энергию вследствие столкновений с дефектами кристаллической решётки (процесс потерь показан стрелками 1 на рис. 10.6.б). Если такие потери имеют место, то электрону из зоны проводимости не удаётся накопить энергию, достаточную для рождения электронно-дырочных пар. Однако, чем больше перекося зон, тем выше становится вероятность прямого туннельного проникновения электронов из валентной зоны в зону проводимости (процессы 2 на рис. 10.6.б): возникает *туннельный пробой* полупроводника, который не требует сообщения электронам добавочной энергии. При таком пробое вероятность проникновения электронов сквозь запрещённую зону оказывается одинаковой сразу для всех электронов у потолка валентной зоны. Соответствующий энергетический барьер для каждого из них имеет вид треугольника с основанием d и высотой E_g (рис. 10.6.в); вероятность проникновения электрона сквозь такой барьер может быть рассчитана по формуле (2.22). Туннельный пробой возникает при напряжённости электрического поля около 10^6 В/см.

Заметим: в собственных полупроводниках при больших значениях напряжённости электрического поля одновременно с ростом концентрации n электронов в зоне проводимости увеличивается и концентрация n' дырок в валентной зоне, причём $n = n'$, поэтому

$$\begin{aligned}\sigma &= |e/n(\mathcal{E})[u(\mathcal{E}) + u'(\mathcal{E})]| \text{ и} \\ \vec{j} &= |e/n(\mathcal{E})[u(\mathcal{E}) + u'(\mathcal{E})]| \vec{\mathcal{E}}.\end{aligned}$$

Явления ударного и туннельного пробоя полупроводников используются для создания лавинных диодов, полупроводниковых стабилитронов, твердотельных электролюминесцентных источников света.

Вопросы для повторения

1. В чём заключается явление сверхпроводимости?
2. Какова физическая природа процессов, приводящих к сверхпроводимости?
3. Почему проводники, которые плохо проводят электрический ток в обычных условиях, «легко» становятся сверхпроводниками, а «хороший» проводник перевести в сверхпроводящее состояние трудно (требуется более низкая температура) или вообще невозможно?
4. С чем связан идеальный диамагнетизм сверхпроводников?
5. Начертите график, поясняющий, как плотность тока в полупроводнике может меняться с ростом напряжённости электрического поля.
6. Используя сведения, изложенные в § 10.2, начертите график, поясняющий, как удельная электропроводность полупроводника зависит от напряжённости электрического поля.
7. Объясните, в чём заключается явление термополевой ионизация (Френкеля).
8. Объясните, в чём заключается явление ударной ионизации.
9. Объясните, в чём заключается явление туннельного пробоя.

11.1 Поглощение света в кристаллах. Внутренний фотоэффект

Интенсивность света, проходящего через вещество, постепенно уменьшается. Поглощение электромагнитного излучения твердым телом осуществляется различными путями, которые по способу передачи энергии, можно разделить на два типа: 1) энергия излучения расходуется на перевод электронов на более высокое энергетическое состояние; 2) энергия электромагнитного поля передается кристаллической решетке и превращается в тепло.

Некоторые из возможных переходов электронов в кристаллах под действием света *показаны* на рис. 11.1.

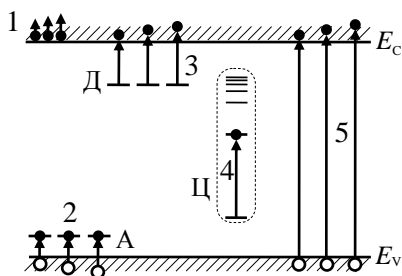


Рис. 11.1

Переходы 1 внутри зоны проводимости требуют минимальной энергии, которая, соответствует поглощению квантов света инфракрасной области спектра. Но подобные переходы возможны и на более высокие энергетические состояния: поглощаются кванты света практически любых частот, и если электронов в зоне проводимости много, то кристалл окажется непрозрачным (что имеет место, например, в металлах).

Если полупроводник содержит акцепторы (A), то при энергии квантов, большей E_A начинаются переходы вида 2. При наличии доноров (D) свет может поглощаться благодаря переходам 3.

Если полупроводник содержит акцепторы (A), то при энергии квантов, большей E_A начинаются переходы вида 2. При наличии доноров (D) свет может поглощаться благодаря переходам 3.

Может оказаться, что в кристаллическую решётку полупроводника введена примесь, атомы которой при поглощении квантов света не ионизируются (не отдают и не принимают электроны), а просто переходят в возбуждённое состояние. Поглощению света в системе электронных уровней такого атома –

центра (Ц) – на рис. 11.1 соответствует стрелка 4. Естественно, поглощаться будут не любые кванты, а лишь те, энергия которых соответствует конкретным переходам между энергетическими уровнями этого центра.

Наконец, переходам зона-зона (стрелки 5) должна соответствовать самая большая энергия поглощаемых квантов (в ряде кристаллов – это кванты, относящиеся уже к ультрафиолетовой части спектра).

Помимо электронов, при малых энергиях кванта излучение поглощается непосредственно ионами кристаллической решетки (в этом случае световая энергия превращается в энергию колебания ионов).

В разделе «Оптика» мы уже познакомились с явлением поглощения света и отметили, что во многих случаях это явление описывается законом Бугера:

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (11.1)$$

где I_0 – интенсивность света на входе в вещество, $I(x)$ – интенсивность после прохождения светом расстояния x , α – показатель поглощения. Как следует из сказанного выше, у кристаллов разным значениям энергии квантов (или их частотам ν) должны соответствовать и разные значения α .

В случае собственного поглощения $\alpha \approx 10^5 \text{ см}^{-1}$, при примесном поглощении этот показатель заметно меньше $\alpha \approx 10 \div 100 \text{ см}^{-1}$, так как концентрация примесей (обычно $10^{16} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$) существенно меньше, чем концентрация атомов основного вещества.

Поглощение света атомами примесей может привести к определенной окраске кристаллов. Так, например, кристаллы рубина имеют темно-красную окраску, сапфиры – голубую. Окраска этих материалов связана с наличием в кристаллах основы (Al_2O_3) ионов примесей, соответственно, Cr^{3+} или Ti^{3+} , внутрицентровые переходы (вида 4 на рис. 11.1) электронов в которых и задают определенный цвет образца. Точное и равномерное по объёму воспроизведение окраски является важным элементом производства ювелирных кристаллов.

Изменение концентрации носителей заряда (электронов в зоне проводимости – переходы 3 и 5 – и дырок – переходы 2 и 5) приводит к изменению удельной электропроводности σ полупроводника. Явление увеличения электропроводности материала при освещении называется *внутренним фотоэффектом*. Частота ν_K (или длина волны λ_K), при которой происходит скачкообразное увеличение σ , называется *красной границей фотоэффекта*. Очевидно, что, в отличие от внешнего фотоэффекта, описываемого уравнением Эйнштейна, при внутреннем фотоэффекте таких частот (длин волн) может быть несколько (на рис. 11.1. таких частот три, они соответствуют началу переходов 2, 3 и 5).

Схема происходящих явлений рассмотрена в упрощённом виде: вариантов энергетических состояний, переходы электронов между которыми приводят к возникновению фотопроводимости и (или) к поглощению света в твёрдых телах на самом деле гораздо больше. Кроме того свой вклад в процесс поглощения света даёт температура: из-за тепловых колебаний атомов кристаллической решётки энергетические уровни оказываются размытыми. В качестве примера на рис. 11.2 приведён график реальной зависимости $\alpha(\nu)$.

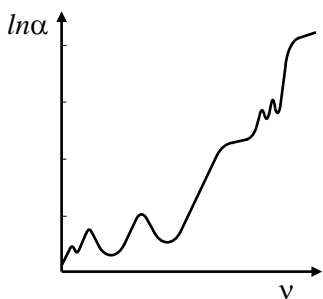


Рис. 11.2

Явление внутреннего фотоэффекта используется для создания фоторезисторов – элементов, электрическое сопротивление которых падает при освещении. Подбором полупроводника и его примесного состава можно создавать фотоэлементы, чувствительные к свету в широком диапазоне длин волн: от ультрафиолетовой до далекой инфракрасной области спектра. В частности, наиболее чувствительные фотосопротивления в видимой области спектра изготавливают из сульфида кадмия (фотопроводимость может в 10^5 – 10^6 раз превышать темновую проводимость). Такие элементы находят применение в фотоэкспонетрах, автоматических за-

...

творах фотоаппаратов и так далее. Для инфракрасного диапазона широко используются фотосопротивления из сернистого свинца.

Примеры включения фоторезистора в электрическую цепь и зависимостей силы тока I в этой цепи от падающего на фоторезистор светового потока Φ для двух значений напряжения U на фотоэлементе представлены на рис. 11.3. На этом рисунке справа I_T – значение темнового (без освещения) тока I в цепи.

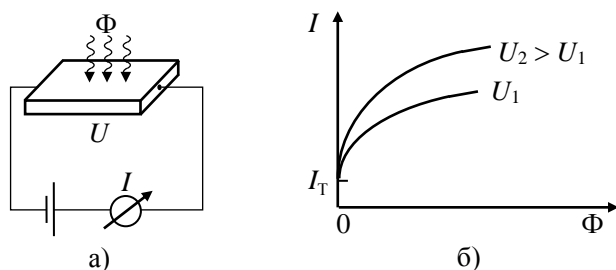


Рис. 11.3

11.2 Излучение света кристаллами. Люминесценция твёрдых тел

Поглощение энергии электронами в твёрдом теле означает их переход на более высокие энергетические уровни. Однако спустя некоторое время после такого перехода электроны всё же возвращаются в первоначальное состояние, растратив свою энергию на нагрев образца (передав её ионам кристаллической решётки) или излучив в виде кванта электромагнитного излучения (в том числе видимого диапазона, то есть кванта света).

Процесс потери энергии иллюстрируется рисунком 11.4, сходным с рис. 11.1. Уменьшению энергии электронов соответствуют стрелки, направленные вниз (на рис. 11.1 энергия возрастала, и стрелки были направлены вверх). При этом излучению волн видимого диапазона могут соответствовать лишь самые длинные стрелки, поскольку у подавляющего большинства

полупроводников ширина запрещённой зоны сравнима (или меньше, причем порой заметно меньше) с энергией квантов, воспринимаемых человеческим глазом.

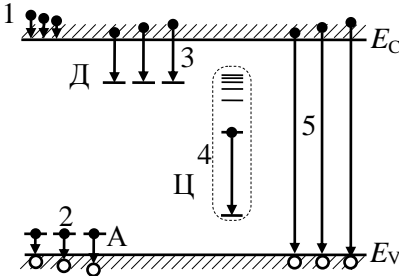


Рис. 11.4

Таким образом, свечению образца (его видимой люминесценции) на рис. 11.4 могут (в принципе) соответствовать лишь переходы вида 4, 5.

Люминесценция (в переводе с латинского – свет, обладающий слабым действием), согласно определению академика С.И. Вавилова, представляет собой свечение, избыточное над тепловым излучением тела, если это избыточное излучение продолжается после прекращения возбуждения в течение времени, превышающего период световой волны (около 10^{-14} с).

Первая часть этого определения отделяет люминесценцию от теплового равновесного излучения тела и позволяет отнести ее к *неравновесным* процессам. Вторая часть выделяет люминесценцию среди других видов неравновесного излучения, таких как отражение и рассеяние света, тормозное излучение и т.д., которые практически безынерционны.

Твердые и жидкие вещества, способные люминесцировать под действием различного рода возбуждений, получили название люминофоров. Неорганические люминофоры часто называют *фосфорами*, а в случае, если они имеют кристаллическую структуру – *кристаллофосфорами*. В зависимости от вида возбуждения люминофора различают: *фотолюминесценцию*, возникающую в результате поглощения света; *катодо-, рентгено- и радиолюминесценцию*, возбуждаемую соответственно ускоренным потоком электронов, рентгеновским излучением, α и β частицами, протонами, осколками ядерного деления; *электролюминесценцию*, вызываемую электрическим полем; *хими- и биолюминесценцию*, при которых излучение света сопровождается химической реакцией.

11.3 Фотолюминесценция

Из всех видов люминофоров наибольшее применение в технике находят *фотолюминофоры*, основная сфера применения которых – люминесцентные лампы для освещения.

Люминесцентная лампа является газоразрядным прибором, в котором электроны, вылетающие из нагретого катода и ускоренные электрическим полем, по пути к аноду сталкиваются с атомами газа, заполняющего лампу (как правило, – парами ртути с небольшими добавками инертных газов) и передают им часть своей энергии, возбуждая их. При возврате возбуждённых атомов в основное состояние возникает излучение, которое принадлежит, в основном, ультрафиолетовой области спектра. Для преобразования этого излучения в видимое как раз и используется фотолюминофор, который предварительно наносится на внутреннюю поверхность стеклянной трубки лампы.

Схема люминесцентной лампы и её включения в электрическую цепь переменного тока (при этом катод и анод периодически меняют свои функции) приведена на рис. 11.5.

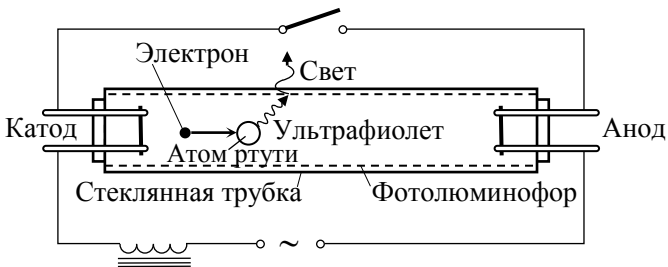


Рис. 11.5

Широкое применение ламп дневного света вызвано тем, что их к. п. д. (10 – 15 %) заметно выше к. п. д. ламп накаливания (1 – 3 %). В настоящее время на смену лампам дневного света идут светодиодные (в основе работы которых лежит явление *электролюминесценции*), к. п. д. которых ещё выше и достигает нескольких десятков процентов.

Процессы, приводящие к *холодному свечению* (так иногда называют люминесценцию), подчиняются определённым закономерностям (законам). Рассмотрим некоторые из них.

– Закон спада яркости со временем при внутрицентральной люминесценции.

Энергетические переходы, сопровождающиеся излучением света можно уровни разделить на две группы. В осуществлении переходов первой группы участвуют электроны из зоны проводимости и дырки из валентной зоны. Возникающая при этом люминесценция называется *рекомбинационной*. Переходы второй группы происходят между энергетическими уровнями одного и того же центра (электрон не отрывается от атома и не становится свободным). Такая люминесценция называется *внутрицентральной*, на рис. 11.5 ей соответствует переход 3.

После окончания возбуждения свечение длится ещё некоторое время, при этом его интенсивность постепенно уменьшается. Выведем формулу, описывающую, как яркость свечения при внутрицентральной люминесценции спадает со временем.

Пусть в момент отключения источника внешней засветки в возбуждённом состоянии находились N_0 центров Ц (рис. 11.4). Переходы 3 происходят не одновременно: для каких-то центров раньше, для каких-то позже. Спустя время t после отключения возбуждёнными останутся N центров, причем за следующий малый промежуток времени dt число таких центров уменьшится на dN . Можно считать, что dN пропорционально dt , причём если $dt > 0$, то $dN < 0$, так как число возбуждённых центров со временем *уменьшается*. Итак, $dN \sim -dt$.

Кроме того dN зависит от самого N : чем больше было возбуждённых атомов, тем больше может испустить квант света:

$$dN \sim -Ndt.$$

С учётом необходимости совпадения размерностей величин, входящих в правую и левую части формулы запишем:

$$dN = - \frac{1}{\tau} Ndt, \quad (11.2)$$

где τ – среднее «время жизни» центра в возбуждённом состоянии (его величина зависит от природы атома-центра свечения и от материала полупроводника-основы).

Разделив переменные в формуле (11.2), получим:

$$\frac{dN}{N} = -\frac{dt}{\tau}.$$

После интегрирования обеих частей уравнения от начального состояния (при $t = 0$ $N = N_0$) до момента времени t , когда останется N возбуждённых центров $\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau}$ получаем:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

И поскольку яркость свечения I прямо пропорциональна числу излучающих центров ($I \sim N$), можно записать окончательную формулу закона:

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (11.3)$$

Таким образом, *при внутрицентральной люминесценции яркость свечения образца спадает со временем по экспоненте.*

– *Закон Стокса.*

Пусть $h\nu_B$ – энергия кванта электромагнитного излучения, возбуждающего фотолюминесценцию, а $h\nu_{И}$ – энергия излучаемого кванта. Тогда можно записать:

$$h\nu_B = h\nu_{И} + E_{\Pi}, \quad (11.2)$$

где E_{Π} – энергия, теряемая (как правило, в виде тепла) при переходе от возбуждения к излучению.

Из этой формулы с очевидностью следует, что $h\nu_B > h\nu_{И}$, то есть $\nu_B > \nu_{И}$, или (так как $\nu_B = c/\lambda_B$, а $\nu_{И} = c/\lambda_{И}$, где c – скорость света, а λ_B и $\lambda_{И}$ – длины волн возбуждающего и излучённого квантов, соответственно):

$$\lambda_B < \lambda_{И}. \quad (11.3)$$

Полученное соотношение отражает суть закона Стокса: *длина волны света, излучаемого при люминесценции, больше длины волны возбуждающего света.* Так, например, если облучить ZnS,Cu – люминофор ультрафиолетом с $\lambda_B \approx 365$ нм, возникает зелёное свечение с $\lambda_{И} \approx 510$ нм.

В некоторых случаях, однако, при внутрицентральной люминесценции всё же может реализоваться ситуация, когда $\lambda_B > \lambda_{И}$. Такая фотолюминесценция называется *антистоксовой*, она

возникает, если центр свечения до того, как испустит квант света, успевает поглотить еще один:

$$2h\nu_B = h\nu_{И} + E_{П}, \quad (11.4)$$

Тогда вполне может оказаться, что при $\nu_B < \nu_{И}$ всё же $2\nu_B > \nu_{И}$, то есть $\lambda_B > \lambda_{И}$. Антистоксовые люминофоры позволяют преобразовывать тепловое излучение, принадлежащее инфракрасной области спектра, в видимое.

– *Закон Вавилова.*

При фотолюминесценции к.п.д. процесса может быть представлен в виде:

$$\eta = \frac{h\nu_{И}}{h\nu_B} = \frac{\nu_{И}}{\nu_B} = \frac{c/\lambda_{И}}{c/\lambda_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_{И}}.$$

Закон Вавилова как раз и говорит о том, что *к.п.д. фотолюминесценции линейно растёт с увеличением длины волны возбуждающего излучения.*

Этот рост, однако, не безграничен: при $\lambda_B = \lambda_{И}$ к.п.д. $\eta = 1$, после чего люминесценция вообще прекращается: энергия возбуждающих квантов оказывается меньше энергии излучаемых. Очевидно, что длина волны $\lambda_B = \lambda_{И}$ соответствует красной границе фотоэффекта.

Примерный вид графика зависимости $\eta(\lambda_B)$ представлен на рис. 11.6.

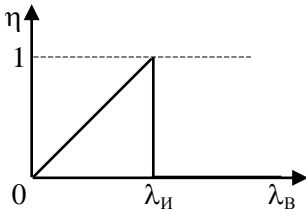


Рис. 11.6

Вопросы для повторения

1. Объясните вид графика зависимости показателя поглощения твёрдого тела от частоты падающего света.
2. На зонной схеме отметьте возможные переходы, приводящие к поглощению света, но не сопровождающиеся изменением удельной электропроводности полупроводника.

3. В чём заключается явление внутреннего фотоэффекта? Ответ поясните зонной схемой.
4. Что называется люминесценцией? Какие виды люминесценции бывают?
5. Каков принцип работы лампы дневного света?
6. Что такое внутрицентровая люминесценция и что такое рекомбинационная люминесценция? Ответ поясните зонной схемой.
7. Выведите формулу закона спада яркости со временем при внутрицентровой люминесценции.
8. В чём заключается закон Стокса для фотолюминесценции? Какие идеи лежат в основе этого закона?
9. Что такое антистоксовы люминофоры?
10. В чём заключается закон Вавилова для фотолюминесценции? Какие идеи лежат в основе этого закона?

Лекция № 12 ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ЛАЗЕРА. КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ (*p-n*-ПЕРЕХОД)

12.1 Принципиальные основы работы лазера

В отличие от обычных источников света лазер даёт монохроматическое, поляризованное, узконаправленное когерентное излучение, интенсивность которого может быть очень высокой (что позволяет их использовать, например, для резки и сварки металлов).

Само слово «лазер» (по-английски *laser*) является аббревиатурой, состоящей из первых букв слов **L**ight **A**mplification of **S**timulated **E**mission of **R**adiation (усиление света посредством вынужденного излучения). Существуют разные типы лазеров: газовые, твердотельные, химические и другие, однако их работа базируется на одних и тех же основных принципах.

1. Для возникновения лазерного эффекта нужно создать систему с *инверсной заселённостью* энергетических уровней. В обычных условиях электроны занимают наименьшие энергетические уровни, уровни, соответствующие высоким энергиям, возбуждённым состояниям свободны (рис. 12.1а). Инверсная заселённость уровней означает обратную ситуацию: заняты верхние уровни энергии, а нижние свободны (рис. 12.1 б)

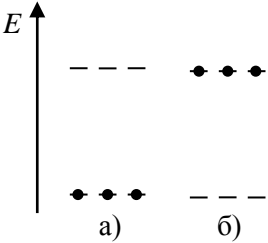


Рис. 12.1

2. Поднявшись на более высокий энергетический уровень, электрон спустя некоторое время (обычно – весьма малое) «падает» обратно. Для возникновения лазерного эффекта нужно, чтобы возбуждённое состояние оказалось *метастабильным*, то есть могло существовать достаточно длительное время.

3. Существование метастабильного состояния обеспечивается использованием *трёхуровневой схемы* (рис. 12.2), благодаря которой электроны с верхних уровней 1 падают не сразу на нижние 2, а попадают на промежуточные уровни 3, прямой переход с которых на уровни 2 запрещён правилами отбора. В результате электроны накапливаются на уровнях 3, обеспечи-

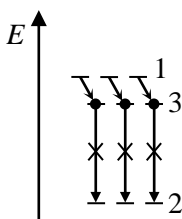


Рис. 12.2

вающих инверсную заселённость при метастабильном состоянии системы.

4. Это условие связано с возможностью возникновения *стимулированного излучения* в случае появления в ней кванта с энергией, равной энергии перехода из состояния 3 в состояние 2. Такой квант может а) прилететь извне и б) родиться в самой системе при осуществлении перехода 3-2. И последний

случай возможен, так как правила отбора носят, как многие другие требования квантовой механики не абсолютный, а вероятностный характер. То есть среди большого числа электронов на уровнях 3 могут найтись такие, которые всё же «упадут» вниз, испустив требуемый квант света.

Возникший квант летит по кристаллической решётке, но так как он обладает определённой энергией, то при пролёте мимо очередного заполненного уровня 3 он влияет на него, немного меняя энергию уровня. Такое влияние означает, что в уравнении Шредингера, описывающем состояние электрона на этом уровне к потенциальной энергии U – см. (2.12) – добавляется некоторое слагаемое. При этом пусть незначительно, но изменится и решение этого уравнения, но главное здесь то, что даже малое изменение решения приводит к исчезновению существовавших правил отбора, и с уровня 3, мимо которого пролетает первичный квант, электрон тут же падает вниз. Возникший переход 3-2 означает появление в системе ещё одного кванта с той же, что и у первичного, энергией (и, соответственно, длиной волны). Это, однако, не всё: возникший квант имеет ту же поляризацию и начальную фазу, что и первичный.

Теперь по системе движутся уже два одинаковых кванта, и каждый из них инициирует очередной переход 3-2. Лавина квантов нарастает, и поскольку все они идентичны, стимулированное излучение оказывается когерентным.

5. Для работы лазера требуются, кроме того, чтобы его *конструкция имела некоторые особенности*. Во-первых, конечно, должен осуществляться подвод энергии к системе, обеспечивающей заброс электронов с уровней 2 на уровни 1. Этот

заброс обеспечивается добавочной подсветкой, электрическим полем, протеканием определённых химических реакций и другими способами, определяющими тип лазера. Не менее важно то, что возникающие при переходах 3-2 кванты распространяются в разные стороны, и многие из них быстро вылетают за пределы системы, не успев вызвать стимулированное излучение. Для предотвращения этого на двух противоположных границах системы (кристалла в твердотельных лазерах, трубки с газом в газовых лазерах) формируют два параллельных друг другу плоских зеркала, одно из которых полностью отражает падающее на него излучение, а другое является полупрозрачным, отражая из каждых двух падающих квантов лишь один, а другой пропуская* (рис. 12.3).

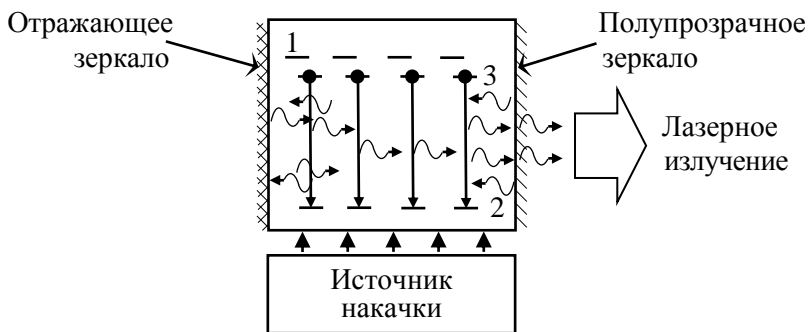


Рис. 12.3

Пропущенные кванты выходят из системы: возникает лазерный луч. Отражённые кванты возобновляют свой полёт уже до противоположного зеркала, отразившись от которого вновь летят к полупрозрачному выходу. По дороге эти кванты раз за разом стимулируют переходы 3-2, таким образом, возникающая лавина квантов не затухает, а лишь усиливается, достигая некоторого стационарного значения.

Чем длиннее активный элемент, в котором движутся кванты

* Нечто подобное мы можем наблюдать, используя зеркальные солнцезащитные очки: их стёкла пропускают-таки свет, но лишь частично.

(например, – трубка газового лазера), тем более узконаправленным оказывается излучение на выходе. Малой расходимости может способствовать и уменьшение размеров выходного окна, однако делать слишком маленьким его не имеет смысла, поскольку при этом возникнут дифракционные явления, и вместо ожидаемого сужения пучка мы получим его расширение (см. параграф о дифракции света на круглом отверстии в разделе «Оптика»).

Исторически созданию газового лазера предшествовала разработка твердотельного лазера на рубине (Al_2O_3) с примесью (примерно 0,05 %) ионов хрома, замещающих атомы Al и создающих систему энергетических уровней в пределах широкой (около 6 эВ) запрещенной зоны рубина (Т. Мейман, 1960).

Известный красный цвет рубина вызван наличием сильного поглощения синего и зеленого света, который и используется для накачки среды (рис. 12.4.) путем перевода электронов с основного уровня E_1 на возбужденные уровни E_3 и E_4 ионов хрома. Примерно через 10^{-8} с эти электроны безызлучательно падают на метастабильные уровни E_2 (выделяется тепло), на которых они могут находиться около 10^{-3} с. Накопление электронов на уровнях E_2 приводит к созданию инверсии населенности этих уровней по отношению к уровням E_1 . В результате спонтанный квант с энергией $h\nu = E_2 - E_1$ вызывает вынужденные переходы электронов с уровней E_2 на уровни E_1 (красный свет с $\lambda = 630$ нм). Для получения лазера кристалл рубина изготавливают в виде цилиндра диаметром около 1 см и длиной 10 см, торцы которого отшлифованы и служат зеркалами. К.п.д. таких лазеров составляет несколько процентов.

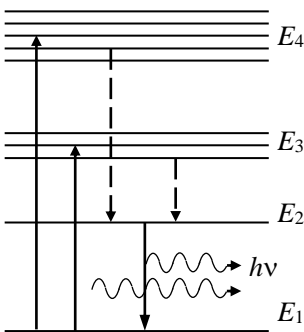


Рис. 12.4

В настоящее время в оптоэлектронике преобладают более миниатюрные и эффективные полупроводниковые инжекционные лазеры, которые представляют собой модифицированный вариант светодиодов.

В настоящее время в оптоэлектронике преобладают более миниатюрные и эффективные полупроводниковые инжекционные лазеры, которые представляют собой модифицированный вариант светодиодов.

12.2 Контакт двух полупроводников с разными типами проводимости (*p-n*-переход)

12.2.1 *P-n*-переход в состоянии равновесия

До сих пор мы рассматривали процессы, происходящие в одном материале: или в металле, или в собственном, или в примесном полупроводниках. Но в реальности мы всегда имеем дело с системами, когда разные типы материалов (например, используемых при создании обычной электрической цепи) контактируют друг с другом, и именно в этих областях могут наблюдаться явления, которые способны повлиять на работу всей системы в целом. Более того: нас далее будут интересовать такие контакты, которые возникают на микроуровне, когда кристаллическая решётка одного материала переходит в кристаллическую решётку другого материала. Осуществить такой переход не просто, поскольку кристаллические решётки разных материалов не одинаковы, вследствие чего на границе раздела могут возникать дефекты, влияние которых способно сильно сказаться на свойствах всей структуры в целом. Именно поэтому мы будем говорить об «идеальном» случае, когда никаких дефектов в области перехода нет, и идеально ровная граница одного материала одновременно является идеально ровной границей другого материала. Типичным примером такой системы может являться *p-n-переход*, возникающий при контакте полупроводника, легированного акцепторной примесью, с тем же полупроводником, но содержащим донорную примесь. Понятно, что поскольку основой такого перехода является один и тот же материал, то проблем с плавным перестроением кристаллической решётки (и, соответственно зонной структуры) от одной части системы к другой просто не должно возникнуть*.

* На практике, однако, ситуация осложняется тем, что материалы, в которые легко входит донорная примесь, ввести в нужных количествах акцепторную примесь не удаётся, и наоборот. Поэтому реальные *p-n*-переходы – это области контакта разных материалов (имеющих, в частности, не одинаковую ширину запрещённой зоны).

Построим зонную схему p - n -перехода.

В основе построения лежит известное положение о том, что в условиях термодинамического равновесия выравниваются химические потенциалы контактирующих систем. Напомним, что химический потенциал μ определяется формулой

$$\mu = \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_{S,T}, \quad (12.1)$$

в которой E – внутренняя энергия системы, содержащей N частиц. Таким образом, химический потенциал характеризует изменение ∂E энергии системы при изменении числа частиц в ней на ∂N (при постоянных энтропии S и температуре T).

Будем считать, что температура такова, что электропроводность контактирующих полупроводников является примесной (см. § 8.2). Но понятно, что в донорном полупроводнике электронов в зоне проводимости гораздо больше, чем в акцепторном (зато в акцепторном полупроводнике гораздо больше дырок), поэтому при контакте полупроводников часть электронов из донорного полупроводника устремится в p -область (где рекомбинируют с дырками), и, наоборот, дырки из акцепторного полупроводника начнут переходить в область n -типа (где рекомбинируют с электронами).

Уход каждого электрона означает уменьшение энергии системы, а его приход – увеличение. Поэтому общая энергия электронного газа в донорном полупроводнике начнёт уменьшаться, а в акцепторном – увеличиваться. Уход электрона означает, что в донорном полупроводнике остаётся нескомпенсированным положительный заряд иона-донора, а после ухода дырки из p -области нескомпенсированный отрицательный заряд остаётся на ионе-акцепторе. В результате в приконтактной области практически не остается свободных электронов и дырок, но зато формируются объемные положительные (ионизованные доноры) и отрицательные (захватившие электрон акцепторы) заряды. Таким образом, в области границы раздела возникает электрическое поле, стремящееся вернуть электроны обратно в донорный полупроводник, а дырки – в акцепторный, и в какой-то момент времени отток электронов из донорного

полупроводника (и дырок из акцепторного полупроводника) прекращается: на пути электронов из n -области в p -область и дырок из p -области в n -область возникает потенциальный барьер. Этому состоянию соответствует равенство химических потенциалов обеих частей системы; *одинаковым оказывается и уровень Ферми**.

Сказанное поясняется рисунком 12.5, на котором слева (рис. 12.5.а) изображены зонные схемы удалённых друг от друга акцепторного и донорного полупроводников, а справа (рис. 12.5.б) – зонная схема этих же полупроводников, но при их контакте в условиях термодинамического равновесия (уровень Ферми выровнялся).

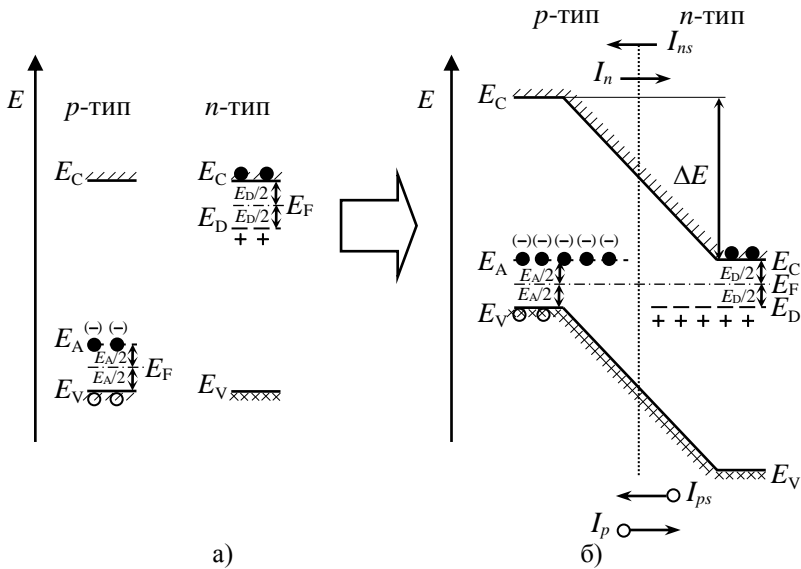


Рис. 12.5

Для простоты принято, что концентрации доноров и акцепторов, в соответствующих полупроводниках одинаковы: $N_D = N_A$.

* Напомним, что при низкой температуре в примесных полупроводниках уровень Ферми располагается примерно посередине между энергетическим уровнем примеси и ближайшей зоной энергии – § 8.2.

Вдали от области контакты зонные схемы обоих полупроводников имеют привычный вид, однако в области двойного электрического слоя (которая, собственно, и называется p - n -переходом) из-за наличия электрического поля зонная схема оказывается «перекошенной» на величину ΔE . (Эффект подобен тому, который мы обсуждали ранее в § 10.2).

Подводя итог можно заключить, что в состоянии равновесия через p - n -переход проходят четыре тока: I_n, I_p – токи основных носителей (I_n формируется электронами, переходящими из n -области в p -область, I_p – дырками, перемещающимися из p -области в n -область) и I_{ns}, I_{ps} – токи неосновных носителей (электронов, возвращаемых полем в n -область; и дырок – в p -область). В равновесии

$$I = I_n + I_p + I_{ns} + I_{ps} = 0. \quad (12.2)$$

При этом образование энергетической ступеньки ΔE означает появление контактной разности потенциалов между полупроводниками:

$$eU_K = \Delta E. \quad (12.3)$$

Высоту ступеньки можно увеличивать или уменьшать, создавая на p - n -переходе добавочную разность потенциалов U :

$$\Delta E' = eU_K \pm eU. \quad (12.4)$$

При этом нелинейно меняется суммарный ток I – см. (12.2) – через переход, а вольт-амперная характеристика такой структуры оказывается вид, далёкий от того, который предписывает закон Ома для участка цепи ($I \sim U$).

Рассмотрим этот вопрос более подробно.

12.1.2 Прямое включение p - n -перехода

При прямом включении (на n -области создаётся отрицательный потенциал, а на p -области – положительный: разность потенциалов обозначим, как $U_{\text{пр}}$) внешнее электрическое поле частично компенсирует контактное поле, и высота барьера уменьшается (см. рис. 12.6):

$$\Delta E_{\text{пр}} = eU_K - eU_{\text{пр}}. \quad (12.4)$$

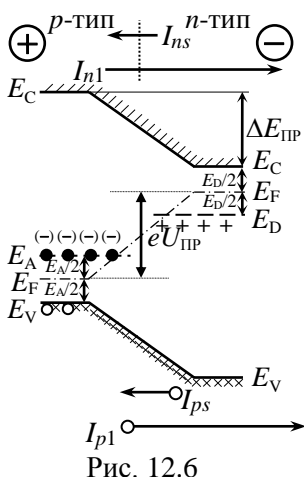


Рис. 12.6

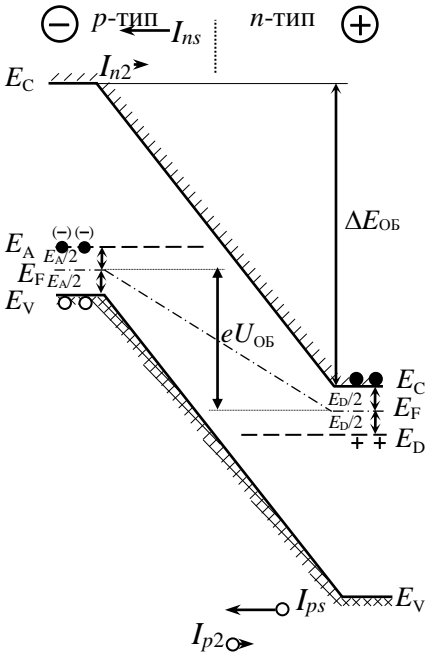


Рис. 12.7

Теперь электронам легче попасть из n -области в p -область (а дыркам – наоборот, из p -области в n -область). Соответствующие токи, помеченные на рис. 12.6, как I_{n1} и I_{p1} , возрастают (напомним: в связи с тем, что направление тока – это направление движения положительных зарядов, перемещению электронов влево на рис. 12.6 соответствует ток I_{n1} , идущий *вправо*). Что же касается токов I_{ns} и I_{ps} , то на их величине (как правило, – малой) изменение высоты барьера не сказывается. Поэтому

$$I \approx I_{n1} + I_{p1}.$$

Одновременно с высотой барьера уменьшается и его ширина (p - n -переход сужается).

12.1.2 Обратное включение p - n -перехода

В этом случае p -область имеет отрицательный потенциал, а n -область – положительный (разность потенциалов обозначим $U_{ОБ}$), то есть силовые линии внешнего поля направлены туда же, куда и силовые ли-

нии контактного поля. В результате (рис. 12.7) высота потенциального барьера увеличивается:

$$\Delta E_{\text{об}} = eU_{\text{к}} + eU_{\text{об}}. \quad (12.5)$$

Электронам из n -области попасть в p -область теперь гораздо труднее, поэтому соответствующий ток I_{n2} оказывается совсем малым. То же касается и тока I_{p2} дырок направившихся из p -области в n -область. В результате общий ток I_s через переход определяется величиной токов I_{ns} и I_{ps} , которые остаются неизменными, хотя и весьма небольшими:

$$I = I_s \approx I_{ns} + I_{ps}.$$

Вместе с высотой барьера возрастает и его ширина (p - n -переход расширяется).

Таким образом, p - n -переход обладает выпрямляющими свойствами, пропуская ток практически только в одном (в прямом) направлении. Можно показать, что формула вольт-амперной характеристики такой структуры имеет вид:

$$I = I_s \left(e^{\pm \frac{eU}{kT}} - 1 \right), \quad (12.6)$$

где знаку «плюс» в показателе экспоненты соответствует прямое включение ($|U| = |U_{\text{пр}}|$), перехода, а знаку «минус» – обратное ($|U| = |U_{\text{об}}|$).

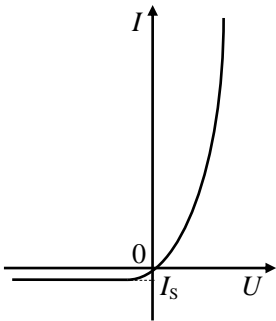


Рис. 12.8

P - n -переходы являются основой твердотельной микроэлектроники. На их базе изготавливаются разнообразные полупроводниковые устройства, многие из которых содержат не один, а серию электронно-дырочных переходов, обладающих заданными характеристиками. Простейшим устройством такого типа является полупроводниковый диод, график вольт-амперной характеристики (ВАХ) которого представлен на рис. 12.8.

Вопросы для повторения

1. Какие физические принципы лежат в основе работы лазера?
2. Почему излучение лазера оказывается когерентным?
3. Объясните, почему для уменьшения расходимости лазерного луча увеличивают длину его активного элемента (например, – трубки газового лазера).
4. Что называется химическим потенциалом?. Какое условие должно выполняться при контакте двух систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия?
5. Начертите зонную схему p – n -перехода, в отсутствие на нём внешнего напряжения. Объясните, какие процессы происходят внутри такого перехода.
6. Начертите зонную схему p – n -перехода, включённого в прямом направлении. Объясните, какие процессы происходят внутри такого перехода.
7. Начертите зонную схему p – n -перехода, включённого в обратном (запирающем) направлении. Объясните, какие процессы происходят внутри такого перехода.
8. Запишите формулу и начертите график вольт-амперной характеристики p – n -перехода.

13.1 Фотоэффект в p - n -переходе

Ранее мы рассмотрели, как концентрация носителей заряда в полупроводниках меняется под действием температуры, сильных электрических полей, освещённости. На этот параметр могут влиять и другие факторы, поэтому вид вольт-амперной характеристики как p - n -перехода, так и других типов контактов (металл – полупроводник, металл – металл, металл – тонкий слой диэлектрика – металл и др.), зависит от внешних воздействий. Именно поэтому такие контакты широко используют для изготовления датчиков температуры, давления, света, ионизирующих излучений и прочих факторов, влияющих на контактную разность потенциалов и ток I_s .

Одним из возможных применений подобных структур является возможность изготовления на их основе солнечных элементов – устройств, преобразующих энергию квантов света в электрическую. Таким элементом является, например, фотодиод, содержащий p - n -переход, в котором (в области барьера) происходит разделение неравновесных носителей заряда, созданных светом.

В темноте между акцепторной и донорной областями существует контактная разность потенциалов U_K – см. формулу (12.3), при этом, поскольку система находится в состоянии термодинамического равновесия, положение уровня Ферми E_F одинаково как в p -, так и в n -области – рис. 13.1.а.

Если на p - n -переход направить поток фотонов с энергией $h\nu$ большей, чем ширина запрещенной зоны, то в нем и вблизи него возникают пары электрон-дырка. Пары, генерируемые в области перехода (рис. 13.1.б, переход 1), разделяются электрическим полем, при этом электроны движутся в область с n -типом проводимости, а дырки – в область полупроводника p -типа (рис. 13.1.б). Кроме того, в переход попадают электроны, созданные светом в акцепторном полупроводнике (переход 2) и дырки, созданные светом в донорном полупроводнике (переход 3).

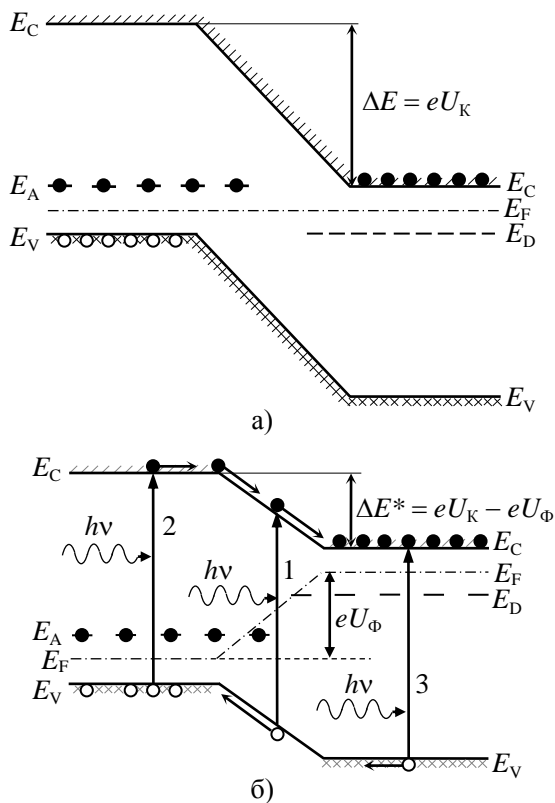


Рис. 13.1

Разделение зарядов при отсутствии внешней цепи приводит к понижению потенциального барьера на величину eU_{ϕ} , где U_{ϕ} – фото-э.д.с., которую можно использовать для питания элементов электрической цепи.

В настоящее время фотоэлементы изготавливаются в основном из кремния и арсенида галлия. Их коэффициент полезного действия не слишком велик и обычно составляет несколько процентов, однако существуют и такие фотоэлементы (на основе соединения AlGaAs), к.п.д. которых заметно больше: до 20 %.

13.2 Излучение света в p - n -переходе

Рассматривая вольт-амперную характеристику p - n -перехода, мы полагали, что основная часть носителей заряда (электронов, дырок) выводится из полупроводниковой структуры во внешнюю электрическую цепь. Мы говорим «основная часть», поскольку некоторые электроны могут по дороге потерять энергию в виде тепла. Но можно создать такие устройства, в которых большое число электронов не выводится наружу, а покидают зону проводимости, отдав часть своей энергии в виде кванта электромагнитного излучения, света. Так, происходит, например, в светодиодах.

13.2.1 Излучение света при прямом смещении p - n -перехода (инжекционная электролюминесценция)

Зонная схема p - n -перехода, включённого в прямое направление, была рассмотрена нами ранее (рис. 12.6). Начертим её ещё раз с учётом особенностей, характерных для светодиода (рис. 13.2).

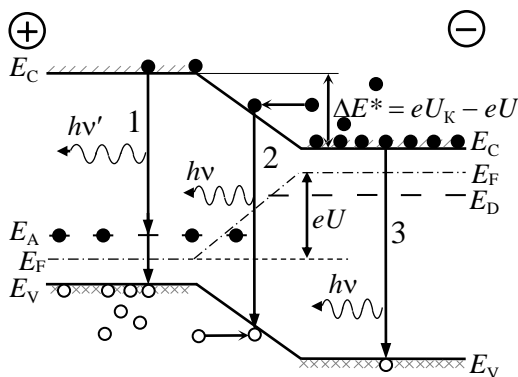


Рис. 13.2

Испускание энергии – процесс, обратный её поглощению, и поэтому зонную схему светодиода удобно сравнивать со схемой, приведённой на рис. 13.1, которая описывает работу фотодиода.

В фотодиоде, согласно рис. 13.1, поглощение кванта света приводит к возникновению электронно-дырочной пары – добавочных носителей заряда, которые перераспределяются в системе, приводя к возникновению добавочной разности потенциалов (фото-э.д.с.). В случае инжекционного светодиода,

наоборот, приложенная разность потенциалов U понижает высоту энергетического барьера, предоставляя возможность части электронов перейти (инжектироваться) из n -области в p -область, а части дырок – из p -области в n -область, где они рекомбинируют с носителями заряда противоположного знака (переходы 1, 2, 3). Излучающей обычно является лишь одна из областей перехода: в неё вводят атомы, являющиеся центрами свечения. Если энергия квантов достаточно велика, то излучение соответствует видимой области спектра, в противном случае испускается инфракрасное излучение.

Первые светодиоды создавали как раз красное и инфракрасное излучение, затем появились жёлтые и зелёные светодиоды. Чем меньше длина испускаемой волны, то есть чем больше энергия испускаемого кванта, тем труднее создать соответствующий светодиод. Это связано с тем, что энергия кванта, соответствующего, например, длине волны 400 нм (голубая часть спектра) составляет примерно 3,1 эВ, но кристалл с такой шириной запрещённой зоны уже не полупроводник, а практически диэлектрик. В его зоне проводимости электронов крайне мало и получается, что участвовать в переходах 1 – 3 «некому». В то же время инфракрасному излучению с вдвое большей длиной волны (1,2 мкм) соответствует в три раза меньшая энергия (1,03 эВ), а при такой требуемой ширине запрещенной зоны подобрать материалы для донорно-акцепторного перехода, в зоне проводимости которого электронов достаточно много, гораздо легче.

В настоящее время широкое распространение получили светодиоды на основе GaAsP, легированного различными примесями, позволяющие получать свечение в красной, оранжевой, желтой и зеленой областях спектра. Типичная яркость таких излучателей составляет 50 – 100 кд/м² при прямом напряжении 3 – 5 В. Для получения других цветов свечения в конструкцию светодиода включают фотолуминофоры, возбуждаемые излучением этого диода и излучающие в другой области спектра. Таким путём удаётся изготавливать, например, светодиоды белого цвета свечения, всё чаще используемые в осветительных

приборах вместо ламп накаливания в силу их более высокого к.п.д.

Сходные процессы протекают в твердотельных *инжекционных лазерах*, для создания которых используются контакты материалов с разной шириной запрещённой зоны (при этом у границы раздела возникают метастабильные энергетические состояния с инверсной населенностью). Противоположные грани образца изготавливают в виде зеркал: обычного и полупрозрачного.

С твердотельными лазерами мы постоянно сталкиваемся в нашей жизни, это – лазерные указки и дальномеры, элементы лазерных принтеров и устройств для записи и воспроизведения информации на компакт-дисках и т. д. Существенный вклад в развитие техники инжекционных лазеров внёс российский лауреат Нобелевской премии Ж.И. Алфёров.

Объединение светодиода или инжекционного лазера в пару с фотоприёмником (например, – полупроводниковым фотоэлементом) позволяет создать *оптрон*: миниатюрное устройство, которое используется, в частности, для осуществления надёжной гальванической развязки между двумя электрическими цепями.

13.2.2 Излучение света при обратном смещении p – n -перехода (предпробойная электролюминесценция)

Обратное смещение p – n -перехода приводит к увеличению энергетической «ступеньки» в области контакта материалов с разными типами проводимости (рис. 12.7). И если электрическое поле достаточно велико, то в образце возникнут процессы, аналогичные тем, о которых мы говорили, рассматривая зависимость удельной электропроводности полупроводника от напряжённости электрического поля (§ 10.2). Это могут быть ударное умножение носителей заряда и туннельный пробой.

Сказанное поясняется зонной схемой (рис. 13.3), сходной с изображёнными ранее на рис. 10.6.а и 10.6.б. Отличие заключается в том, что теперь лавина электронов, попавших в n -область из p -области, не уходит во внешнюю электрическую цепь. Ре-

комбинируя с дырками (переход 1), возбуждая атомы-центры свечения (переходы 2), заранее введённые в эту область, или просто переходя на нижележащие энергетические уровни (переход 3), которые создаются различными дефектами решётки, электроны теряют энергию, испуская её в виде квантов света.

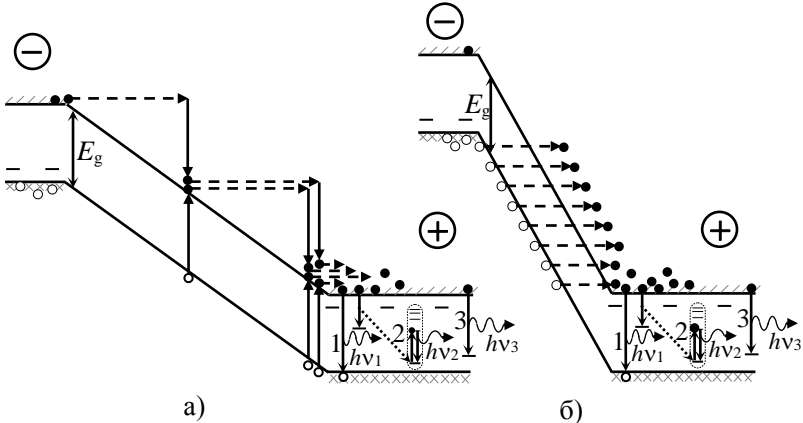


Рис. 13.3

В предпробойном режиме работают некоторые светодиоды (например, на основе SiC) и также электролюминесцентные устройства на основе ZnS. Цвет свечения таких приборов определяется шириной запрещённой зоны материала и природой вводимых в него примесей-центров свечения.

Существуют электролюминесцентные устройства, работающие как при прямом, так и при обратном смещении, при этом в режиме прямого включения они излучают свет в одной области спектра, а при обратном – в другой.

Вопросы для повторения

1. Пользуясь зонной схемой, объясните, как возникает фото-э.д.с. в *p-n*-переходе.
2. Пользуясь зонной схемой, объясните, как в *p-n*-переходе возникает инжекционная электролюминесценция.

3. В чём заключается трудность получения светодиодов, излучающих в коротковолновой области спектра?
4. От каких факторов зависит цвет свечения светодиода?
5. Почему в настоящее время для целей освещения всё большее применение получают светодиодные лампы?
6. Пользуясь зонной схемой, объясните, как в $p-n$ -переходе возникает предпробойная электролюминесценция.
7. Чем отличаются процессы, которые протекают в $p-n$ -переходах обычных полупроводниковых диодов и в $p-n$ -переходах электролюминесцентных источников света?
8. Можно ли добиться того, чтобы полупроводниковый источник света излучал при включении $p-n$ -перехода как в прямом, так и в обратном направлениях?

Приложение к разделу II

II-1 Функции распределения

II-1.1 Функция распределения Ферми-Дирака. Положение уровня Ферми

Рассмотрим, как положение уровня Ферми в металле зависит от параметров электронного газа.

При температуре абсолютного нуля общее число свободных электронов в объеме металла V равно

$$\begin{aligned} N &= \int_0^{\infty} dN = \int_0^{\infty} f(E)g(E)dE = \int_0^{E_F} f(E)g(E)dE + \int_{E_F}^{\infty} f(E)g(E)dE = \\ &= \int_0^{E_F} 1 \times g(E)dE + \int_{E_F}^{\infty} 0 \times g(E)dE = \int_0^{E_F} g(E)dE = \int_0^{E_F} \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} dE, \\ N &= \frac{8\pi V}{3h^3} (2m)^{3/2} (E_F)^{3/2}. * \end{aligned} \quad (\text{II-1.1})$$

Поскольку $N/V = n$ (здесь n – концентрация электронов), то

$$E_F = \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{2m}. \quad (\text{II-1.2})$$

Тепловая энергия много меньше энергии Ферми E_F . Так, для алюминия $E_F = 5,5$ эВ, для меди $E_F = 7,1$ эВ, в то время, как при 300 К тепловая энергия $kT \approx 0,025$ эВ. Даже увеличение температуры до точки плавления не изменит вывода о том, что в металле $E_F \gg kT$. Следовательно, тепловая энергия способна изменить состояние лишь небольшой доли (от их общего числа) электронов, энергия которых уже примерно равна энергии

* Параметр m в данных формулах, называется эффективной массой электронов; он вводится для учёта влияния на движение электронов (и дырок) атомов кристаллической решётки. Вообще говоря, эффективная масса может в несколько раз отличаться от обычной, но далее (для упрощения) мы положим, что эти массы примерно одинаковы и будем обозначать их одной буквой.

Ферми*. Остальные электроны изменить свою энергию и принять участие в тепловых, электрических, оптических процессах не способны! Таким образом, вклад в *теплоёмкость*, *электропроводность* и многие другие характеристики металла даёт лишь *небольшая часть электронов*.

В общем случае при $T > 0$ К оценить положение уровня Ферми довольно сложно. Рассмотрение интеграла вида

$$N = \int_0^{\infty} f(E)g(E)dE = \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E}dE \quad (\text{II-1.3})$$

позволяет для области низких температур записать выражение

$$E_F(T) \approx E_F(0) - C_1 T^2,$$

а для области высоких температур формулу вида

$$E_F(T) \approx C_2 - C_3 T,$$

где C_1 , C_2 и C_3 – некоторые постоянные. Переход от одного типа зависимости к другому связан с вызванным возрастанием температуры увеличением общего число энергетических состояний G (при неизменном числе частиц в системе) – газ фермионов становится невырожденным.

График зависимости $E_F(T)$ представлен на рис. II-1.1, на нём отмечены температуры T_4 , T_5 и T_6 , соответствующие графику на рис. 7.2.

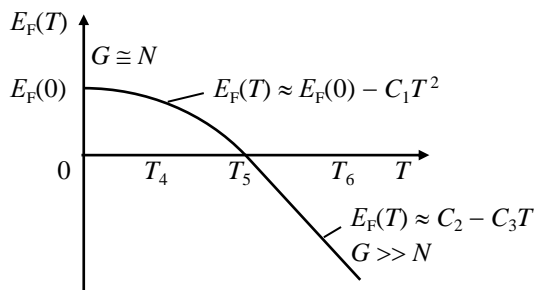


Рис. II-1.1

* Оценочная температура $T_F = E_F/k$ получила название *температуры Ферми*. В металлах – это температура порядка 10^5 К, в полупроводниках – порядка 10^2 К; в звёздном веществе она может достигать 10^6 К.

При очень высоких температурах, как мы уже говорили, газ фермионов становится невырожденным, а функция распределения Ферми-Дирака переходит в функцию распределения Максвелла-Больцмана (температура T_b на рис. 7.2 и рис. II-1.1). В этих условиях $f_{\text{Ф-Д}}(E) \ll 1$.

II-1.2 Функция распределения Бозе-Эйнштейна

Рассмотрим теперь применение статистики Бозе-Эйнштейна к системе частиц с целым или нулевым спином, то есть к *бозонам*. Бозоны не связаны принципом Паули, и в одном квантовом состоянии может находиться любое число частиц. Химический потенциал μ , входящий в функцию распределения

$$f_{\text{Б-Э}}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1}$$

может быть только отрицательным или равным нулю. Действительно, если $\mu > 0$, то при $E \rightarrow 0$ выражение $e^{\frac{E-\mu}{kT}} < 1$, и тогда получается, что $f_{\text{Б-Э}}(E) < 0$, а это лишено физического смысла.

Для полного числа бозонов в системе опять можно записать:

$$N = \int_0^{\infty} f(E)g(E)dE = \int_0^{\infty} \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1} \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} dE. \quad (\text{II-1.4})$$

Используя данную формулу, можно показать, что производная $\frac{\partial \mu}{\partial T}$ всегда будет отрицательной, то есть с уменьшением температуры μ возрастает, оставаясь, тем не менее, отрицательной величиной. В итоге по достижении некоторой температуры $T = T_0$ химический потенциал становится равным нулю.

Если понижать температуру и дальше, начнётся процесс накопления части бозонов в энергетическом состоянии с $E = 0$, в то время как оставшиеся по-прежнему будут распределены по энергетическим состояниям в соответствии с функцией Бозе - Эйнштейна. Соответствующее явление носит название *бозе-конденсации*.

Возникновение бозе-конденсата приводит к необычным эффектам, один из которых – явление *сверхтекучести* (открыто в 1938 году П.Л.Капицей, Нобелевская премия 1978 г, теория явления разработана Л.Д. Ландау, Нобелевская премия 1962 г.). Сверхтекучесть возникает в жидком гелии ${}^4_2\text{He}$ при температурах ниже 2,19 К: перешедшие в состояние с нулевой энергией атомы ${}^4_2\text{He}$ (являющиеся бозонами, так как имеют целый спин) перестают взаимодействовать со стенками сосуда и оказываются способны протекать сквозь узкие щели и капилляры без трения. В 1971 г была открыта сверхтекучесть жидкого ${}^3_2\text{He}$, возникающая при температуре в несколько тысячных кельвина (Д.Ли, Р.Ричардсон, Д. Ошерофф, Нобелевская премия 1996 г.). Атомы ${}^3_2\text{He}$ обладают полуцелым спином, являются фермионами и, следовательно, должны подчиняться статистике Ферми-Дирака. Но при очень низких температурах они объединяются в пары, спин которых уже является целым числом. Таким образом, эти пары являются уже бозонами, способными образовывать бозе-конденсат.

Объединение в пары электронов металла, которое может происходить при низких температурах, приводит к возникновению бозе-частиц – куперовских пар, вследствие чего металл переходит в сверхпроводящее состояние).

Ещё одним примером частиц, подчиняющихся статистике Бозе-Эйнштейна, являются фотоны.

Ранее мы уже рассмотрели законы теплового излучения и отметили, что основным соотношением, из которого следуют все эти законы, является формула Планка для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела. Моделью такого тела может являться непрозрачный сосуд с маленьким отверстием, внутренние стенки которого изготовлены из светопоглощающего материала и имеют одинаковую температуру.

С квантово-механической точки зрения тепловое излучение можно представить как равновесный фотонный бозе-газ, заключенный в подобном сосуде. Химический потенциал такого

газа равен нулю, и поэтому функция распределения Бозе-Эйнштейна для него имеет вид (с учетом того, что $E = h\nu$):

$$f_{\text{Б-Э}}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (\text{II-1.5})$$

Подобно тому, как мы выводили выражение для функции плотности энергетических состояний $g(E)$, выведем формулу для функции $g(\nu)$ – плотности состояний по частотам. Очевидно, что одно и то же число состояний dG можно выразить как через энергию E , так и через частоту ν :

$$dG = g(E)dE = g(\nu)d\nu = g(p)dp = \frac{4\pi V p^2}{h^3} dp,$$

причём для фотонов $p = \frac{h\nu}{c}$ и $dp = \frac{h}{c} d\nu$. Исходя из этого, а также учитывая, что каждому состоянию могут соответствовать два фотона с противоположной поляризацией, легко получаем:

$$g(\nu) = g(p) \frac{dp}{d\nu} = 2 \times \frac{4\pi\nu^2}{c^3} V.$$

Число фотонов dN с частотами в интервале от ν до $\nu + d\nu$ составляет

$$dN = f_{\text{Б-Э}} \cdot g(\nu)d\nu = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu,$$

и, поскольку на каждого приходится энергия $h\nu$, их общая энергия составляет

$$dE = h\nu dN = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu.$$

Объёмная плотность $\rho(\nu, T)$ энергии в сосуде при этом рассчитывается, как

$$\rho(\nu, T) = \frac{dE}{V d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}. \quad (\text{II-1.6})$$

Можно показать, что спектральная плотность энергетической светимости r_{ν}^* (напомним, что r_{ν}^* – это энергия, испускаемая абсолютно чёрным телом в единичном интервале частот в единицу времени с единицы поверхности тела во всех направлениях) связана с объёмной плотностью энергии равновесного излучения $\rho(\nu, T)$ соотношением

$$r_{\nu}^* = \frac{c}{4} \rho(\nu, T). \quad (\text{II-1.7})$$

Это даёт возможность записать известную формулу Планка для спектральной плотности энергетической светимости r_{ν}^* абсолютно чёрного тела:

$$r_{\nu}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}. \quad (\text{II-1.8})$$

Как известно, пользуясь формулой (II-1.8), можно получить законы Стефана-Больцмана, Вина, а в области малых частот – формулу Рэлея-Джинса. Таким образом, применение положений квантовой статистики Бозе-Эйнштейна позволяет теоретически обосновать проявляющиеся в экспериментах законы теплового излучения.

II-1.3 Распределение Максвелла-Больцмана

В случае, если общее число энергетических состояний много больше числа частиц в системе $\mu < 0$, $E - \mu \gg kT$, коллектив становится невырожденным, и от функций распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна мы переходим к функции распределения Максвелла-Больцмана:

$$\frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} \pm 1} \rightarrow e^{\frac{\mu-E}{kT}}$$

Таким образом, статистику Максвелла-Больцмана, полученную на основе классических представлений, можно рас-

смаивать как предельный случай обеих квантовых статистик.

Для получения закона распределения частиц невырожденно-го коллектива по состояниям запишем:

$$dN = f(E)g(E)dE = e^{\frac{\mu-E}{kT}} \frac{2(2S+1)\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E} dE,$$

$$N = \int_0^{\infty} dN = \frac{2(2S+1)\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} e^{\frac{\mu}{kT}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{E}{kT}} \sqrt{E} dE. \quad (\text{II-1.9})$$

Вспользуемся тем, что $\int_0^{\infty} e^{-x} \sqrt{x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. Тогда

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{E}{kT}} \sqrt{E} dE = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (kT)^{3/2}, \text{ и}$$

$$N = (2S+1) \left(\frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2} V e^{\frac{\mu}{kT}}. \quad (\text{II-1.10})$$

Формула (II-1.10) позволяет найти химический потенциал μ невырожденного идеального газа, как функцию температуры T и концентрации $n = N/V$:

$$\mu = kT \ln \left[\frac{n}{(2S+1)} \left(\frac{h^2}{2\pi m kT} \right)^{3/2} \right]. \quad (\text{II-1.11})$$

Подставим полученное значение μ в формулу для функции распределения Максвелла-Больцмана:

$$f_{\text{М-Б}}(E) = \frac{n}{(2S+1)} \left(\frac{h^2}{2\pi m kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (\text{II-1.12})$$

при этом

$$\frac{dN}{dE} = f(E)g(E) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^3} e^{-\frac{E}{kT}} \sqrt{E}. \quad (\text{II-1.14})$$

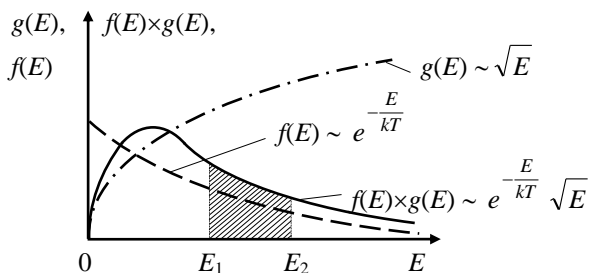


Рис. П-1.2

На рис. П-1.2 представлены графики функций $f_{\text{М-Б}}(E)$, $g(E)$ и их произведения $\frac{dN}{dE} = f(E)g(E)$. Последний график является весьма важным в практическом отношении: площадь под кривой, как известно, численно равна определённому интегралу от соответствующей функции, то есть в нашем случае площадь под кривой $f(E)g(E)$ равна числу частиц, имеющих энергию в заданном интервале от E_1 до E_2 :

$$N = \int_{E_1}^{E_2} dN = \int_{E_1}^{E_2} \frac{dN}{dE} dE = \int_{E_1}^{E_2} f(E)g(E)dE.$$

В 1962 году студент Кембриджского университета Б. Джозефсон предсказал эффект, названный его именем (обнаружен в 1963 г.) и отмеченный Нобелевской премией 1973 года. *Суть эффекта Джозефсона заключается в туннелировании куперовских пар через тонкий диэлектрик (толщиной примерно 1,5 нм), разделяющий два сверхпроводника.* При этом:

– небольшой ток через тонкий диэлектрик, расположенный между двумя сверхпроводниками, наблюдается даже при отсутствии на нём разности потенциалов: он определяется разностью фаз волновых функций куперовских пар в рассматриваемых сверхпроводниках

$$I = I_{\text{MAX}} \sin(\Delta\Theta), \quad (\text{II-2.1})$$

где I_{MAX} – максимальный ток, зависящий от параметров перехода (*стационарный эффект Джозефсона*);

– если к системе приложена постоянная разность потенциалов U , то куперовские пары (заряд пары равен $2e$), вылетая из первого сверхпроводника и разгоняясь электрическим полем в диэлектрике до энергии $2eU$, попадают затем во второй сверхпроводник, где теряют эту энергию в виде кванта электромагнитного излучения: $\hbar\omega = 2eU$. В итоге через слои идёт переменный ток той же что и у кванта, частоты ω : это – *нестационарный эффект Джозефсона*.

– создание слабого магнитного поля в области джозефсоновской цепи приводит к переходу от туннелирования куперовских пар к туннелированию отдельных электронов (наблюдается скачок вольт-амперной характеристики);

– максимальный ток в цепи, состоящей из двух джозефсоновских переходов, включённых параллельно с помощью сверхпроводящего контура, является периодической функцией магнитного потока Φ :

$$I_{\text{MAX}} = 2I_0 \cos \left| \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right|, \quad (\text{II-2.2})$$

где I_0 – постоянная величина, зависящая от параметров перехода,

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2 \cdot 10^{-15} \text{ Вб.}$$

Если измерить напряжение U на переходе Джозефсона и частоту излучения ν , то из формулы

$$\hbar\omega = h\nu = 2eU \quad (\text{II-2.3})$$

можно с большой точностью определить значение постоянной Планка h . В результате принятое до недавнего времени табличное значение $6,62559 \cdot 10^{-34}$ изменено на $h = 6.626196 \cdot 10^{-34}$ Дж.с.

Широкое применение джозефсоновские переходы находят в магнитометрах типа СКВИД (от английского SQUID, Superconducting Quantum Interference Device – «сверхпроводящий квантовый интерферометр»). Работа таких устройств основана на зависимости вида (II-2.2) тока I_{MAX} в цепи из двух параллельно соединенных переходов от магнитного потока Φ , пронизывающего эту цепь. Подобные магнитометры используются для измерения очень слабых магнитных полей (до 10^{-15} Тл), токов (до 10^{-10} А) и напряжений (до 10^{-18} В).

Изменение характера туннелирования (от джозефсоновского до обычного) в рассмотренных структурах под действием магнитного поля позволяет создавать сверхбыстродействующие переключатели (время переключения составляет 10 пс), применение которых имеет большие перспективы в компьютерной технике.

II-3 Контактные явления

II-3.1 Контакт двух металлов. Холодная эмиссия электронов

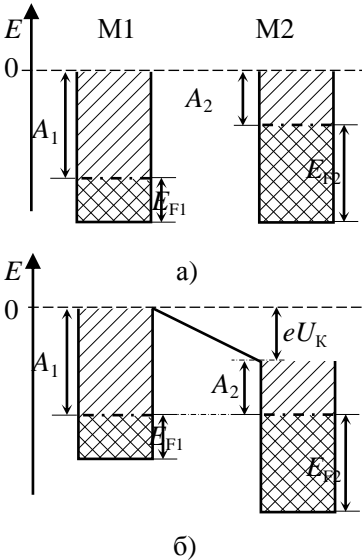


Рис. II-3.1

мен электронами, рис. II-3.1.б, Так как $A_2 < A_1$, то электроны будут преимущественно переходить из металла M2 в M1. В результате поверхность металла M1 зарядится отрицательно, а металла M2 – положительно. Появление этих зарядов вызовет смещение энергетических уровней металлов до тех пор, пока их уровни Ферми не сравняются (условие термодинамического равновесия между двумя обменивающимися частицами системами).

Если металлы всё же разделены диэлектриком (например, между ними – вакуум), то перераспределению носителей заряда может способствовать нагрев, сопровождаемый термоэлектронной эмиссией: электроны, получившие достаточную тепловую энергию, совершают работу выхода и, вырвавшись из одного металла, переходят в другой.

На рис. II-3.1.а показана модель энергетических уровней электронов, находящихся в двух не контактирующих металлах M1 и M2. На рисунке A_1 и A_2 – термодинамическая работа выхода, которая соответствует наименьшей энергии, необходимой для удаления электрона из металла в вакуум. И в металлах и в полупроводниках за работу выхода принимают энергетическое расстояние от уровня Ферми (E_F) до нулевого уровня.

Сблизим металлы до такого расстояния, при котором появляется эффективный обмен

Установление равновесия приводит к возникновению внешней контактной разности потенциалов U_K между поверхностями двух металлов, которая создаёт для электронов, переходящих из второго металла в первый, потенциальный барьер:

$$eU_K = A_1 - A_2 = E_{F2} - E_{F1}. \quad (\text{II-3.1})$$

Понятно, что в нашем случае эффект перераспределения электронов наблюдается если металлы М1 и М2 – разные, то есть $A_1 \neq A_2$. Однако возможна ситуация, когда поток электронов из одного проводника в другой будет иметь место даже если они состоят из одного и того же металла, а между ними – вакуум. Речь идёт о явлении *холодной эмиссии*, которую может вызвать сильное электрическое поле, созданное между двумя металлическими электродами.

Зонная схема, поясняющая явление холодной эмиссии, представлена на рис. II-3.2. На этой схеме диэлектрическому слою соответствует потенциальный барьер треугольной формы*.

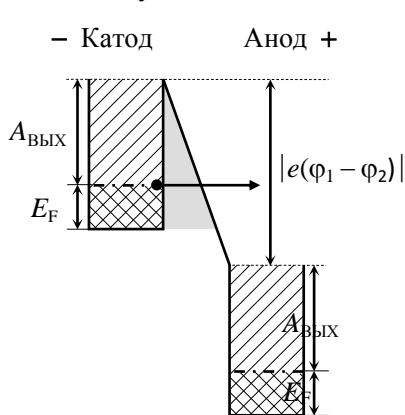


Рис. II-3.2

Электроны в катоде имеют энергию, на величину $|e(\phi_1 - \phi_2)|$ большую, чем в аноде (здесь $\phi_1 - \phi_2$ – разность потенциалов между электродами). Носители заряда с энергией E_F туннелируют из катода в окружающее пространство и летят к аноду: возникает электрический ток. Поскольку ток носит туннельный характер, не удивительно, что его зависимость от напряжённости поля \mathcal{E} (иначе – от ширины барьера) имеет экспоненциальный вид:

* Подобный барьер сходен с тем, который возникает в сильном электрическом поле для электронов, проникающих из валентной зоны в зону проводимости полупроводника: см. § 10.2, рис. 10.6.в.

$$I \sim e^{\left(\frac{c}{\delta}\right)}, \quad (\text{II-3.2})$$

Явление холодной эмиссии используется на практике, например, для создания плоских люминесцентных экранов. Такой экран содержит миллионы катодов, имеющих форму иглы (вблизи вершины игла напряжённость поля особенно велика); при подаче напряжения на соответствующую группу электродов из них вылетают электроны, которые бомбардируют расположенный напротив них слой катодолюминофора, вызывая его свечение. За люминофором находится прозрачный анод, сквозь который излучение люминофора выводится наружу. Подавая напряжение на разные пары катод-анод, можно заставлять светиться разные точки экрана; благодаря игольчатой форме электродов подаваемое на систему напряжение не превышает нескольких вольт. Любопытно, что для создания игольчатых электродов в настоящее время предпринимаются попытки использовать специально синтезируемые нанотрубки – объекты, размеры которых измеряются нанометрами. Кончик такой трубки по размерам сравним с размерами отдельного атома, то есть практически идеально заострён, и вблизи него напряжённость электрического поля достигает величины 10^6 В/см даже при напряжении между катодом и анодом менее вольта, что способствует увеличению срока службы экрана.

II-3.2 Контакт металла с полупроводником

На рис. II-3.2 представлены зонные схемы металла (а) и полупроводника *n*-типа (б), не контактирующих друг с другом.

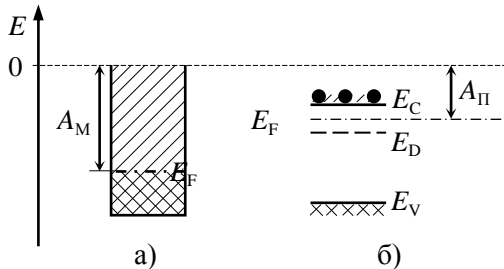


Рис. II-3.3

Если мы приведём их в контакт, то между металлом и полупроводником установится контактная разность потенциалов $eU_K = A_M - A_P$, при этом уровни Ферми сравняются, рис. П-3.3.

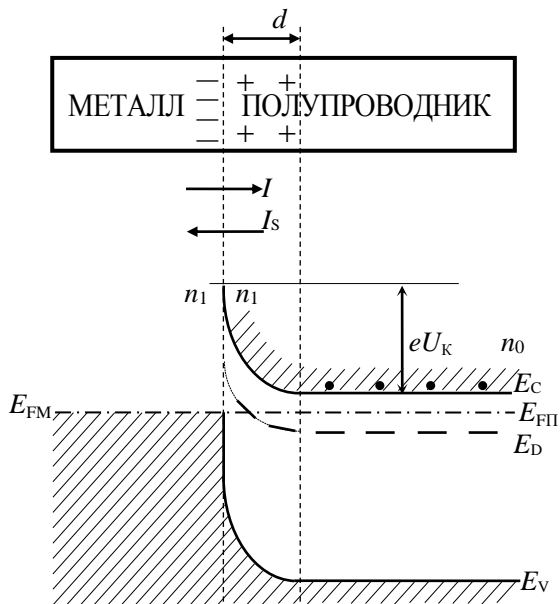


Рис. П-3.3

Концентрация электронов в глубине полупроводника

$$n_0 = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}}. \quad (\text{П-3.3})$$

Концентрация электронов на границе металл-полупроводник

$$n_1 = N_C e^{-\frac{E_C - E_F + eU_K}{kT}}. \quad (\text{П-3.4})$$

Положительный заряд приконтактной области полупроводника сосредоточен на ионах доноров, заряд которых некомпенсирован из-за ухода электронов в металл. Ширина этой обедненной электронами области (запорного слоя) равна d .

Объединяя (II-3.4) и (II-3.5), получаем:

$$n_2 - n_1 = N_{C e}^{-\frac{E_C - E_F + eV_K}{kT}} \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) = n_1 \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right). \quad (\text{II-3.6})$$

Так как сила тока $I \sim n$ (введём равновесный ток $I_s \sim n_1$), то прямая ветвь вольт-амперной характеристики (ВАХ) диода Шоттки определяется выражением

$$I = I_s \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right). \quad (\text{II-3.7})$$

Обратное включение

Зонная диаграмма контакта металл-полупроводник для этого случая представлена на рис. II-3.5.

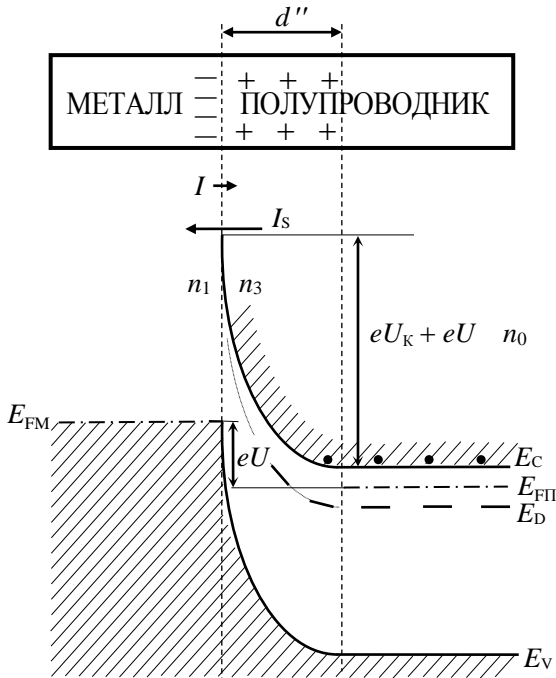


Рис. II-3.5

Концентрация электронов n_3 в полупроводнике у границы с металлом из-за повышения потенциального барьера (до значения $eU_K + eU$) будет меньше n_1 :

$$n_3 = N_C e^{-\frac{E_C - E_F + eU_K + eU}{kT}}. \quad (\text{II-3.8})$$

С учётом того, что

$$n_1 - n_3 = n_1 \left(1 - e^{-\frac{eU}{kT}}\right), \quad (\text{II-3.9})$$

получаем соотношение, описывающее обратную ветвь ВАХ диода Шоттки (учитывая противоположный знак обратного тока):

$$I = I_S \left(e^{-\frac{eU}{kT}} - 1\right). \quad (\text{II-3.10})$$

Объединяя (II-3.7) и (II-3.10), получаем:

$$I = I_S \left(e^{\pm \frac{eU}{kT}} - 1\right). \quad (\text{II-3.11})$$

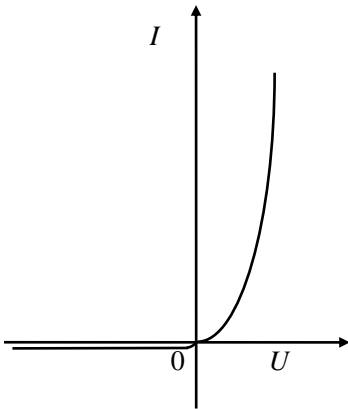


Рис. II-3.6

Общий вид ВАХ диода Шоттки показан на рис. II-3.5. При увеличении обратного напряжения V экспонента в выражении (II-3.11) стремится к нулю, а обратный ток — к значению I_S (ток насыщения).

Отношение силы тока при прямом включении диода к силе тока при обратном включении, отвечающее одной и той же разности потенциалов, называют *коэффициентом выпрямления*.

Время переключения диодов Шоттки составляет всего около 10^{-11} с, поэтому эти устройства широко применяются в импульсных схемах радиоэлектроники, в ЭВМ и т.д.

Следует отметить, что в общем случае величина I_S не является постоянной, а зависит, в частности, от концентрации носителей и температуры. Ширину обеднённой области d (рис. II-3.7)

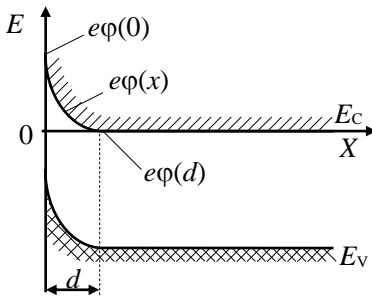


Рис. II-3.6

можно определить из известного в электростатике уравнения Пуассона:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (\text{II-3.12})$$

Интегрируя, получим:

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}x + C_1. \quad (\text{II-3.13})$$

На границе барьера $x = d$ должно выполняться условие

$$\frac{d\varphi}{dx} = 0, \text{ следовательно, константа } C_1 = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}d.$$

Интегрируя (II-3.13), получаем

$$\varphi = \frac{\rho}{2\varepsilon\varepsilon_0}(d-x)^2 + C_2. \quad (\text{II-3.14})$$

На границе $x = d$ потенциал φ должен иметь некоторое заданное значение $\varphi(x) = \varphi(d)$, что позволяет вычислить константу $C_2 = \varphi(d)$. Таким образом,

$$\varphi(x) - \varphi(d) = \frac{\rho}{2\varepsilon\varepsilon_0}(d-x)^2. \quad (\text{II-3.15})$$

Для границы $x = 0$ запишем:

$$\varphi(0) - \varphi(d) = U_K = \frac{\rho}{2\varepsilon\varepsilon_0}d^2, \quad (\text{II-3.16})$$

откуда, в итоге, для ширины барьера можно записать:

$$d = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_K}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_K}{eN_D}}, \quad (\text{II-3.17})$$

где $\rho = eN_D$ – объёмная плотность электрического заряда в области барьера (N_D – концентрация доноров).

При приложении внешнего напряжения ширина барьера меняется:

$$d = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 (U_K \pm U)}{eN_D}}, \quad (\text{II-3.18})$$

где знак плюс соответствует обратному включению диода.

Из (II-3.18) следует, что глубина проникновения электрического поля зависит от U ; кроме того она тем больше, чем выше разность работ выхода электрона из металла и полупроводника (определяет U_K) и меньше концентрация основных носителей заряда в полупроводнике (в заданном нами условии «истощения» доноров $N_D = n$).

II-3.3 Некоторые особенности ВАХ p - n -перехода

При обычных температурах диоды, изготовленные на основе p - n -переходов, являются прекрасными твердотельными выпрямителями, коэффициент выпрямления у которых достигает сотен тысяч. Импульсные и высокочастотные p - n -переходы имеют быстродействие приблизительно 10^{-9} с, рассчитанные на рабочие частоты до 10^9 Гц. Однако следует помнить, что с увеличением температуры p - n -перехода обратный ток I_s сильно растет, и выпрямляющие свойства p - n -перехода постепенно пропадают. Поэтому в электрических схемах мощные полупроводниковые диоды устанавливают на отводящих тепло металлических стойках или создают для них добавочное охлаждение, например, – с помощью вентиляторов.

Кроме теплового нарушения выпрямляющих свойств диода возможен и его электрический пробой, вызванный появлением больших электрических токов при достаточно высоком обратном напряжении U_{OB} на p - n -переходе, рис. II-3.7. В тонких p - n -

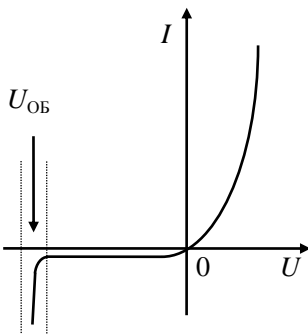


Рис. II-3.7

переходах это явление связано с туннелированием электронов сквозь переход; в «толстых» переходах при высоких обратных напряжениях возникает ударная ионизация, приводящая к лавинному возрастанию концентрации носителей заряда (лавинный пробой (см. § 10.2)). Диоды, работающие в предпробойном режиме, используются для стабилизации напряжения и получили название *стабилитронов*.

II-3.4 Туннельный диод

Работа *туннельных* диодов основана на явлении просачивания электронов сквозь тонкий потенциальный барьер *p-n*-перехода, изготовленного из *вырожденных* полупроводников. Вырожденные полупроводники – это материалы, у которых уровень Ферми попадает в зону проводимости (за счет сильного легирования донорами или акцепторами соответственно полупроводника *n*- и *p*-типа проводимости). Принцип работы туннельного диода поясняется рисунком II-3.8, который иллюстрирует отдельные этапы формирования ВАХ такого диода.

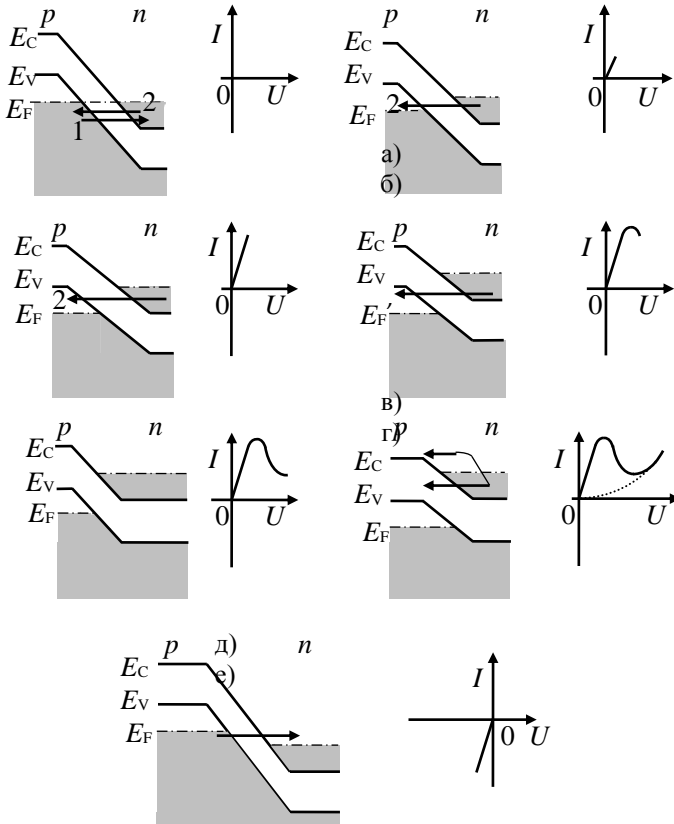


Рис. II-3.8

Отличительной особенностью ВАХ туннельных диодов является присутствие участка с отрицательной дифференциальной проводимостью, что можно использовать для генерации и усиления СВЧ-колебаний до частот около 100 ГГц. Недостатком этих диодов является узкий интервал рабочих напряжений, обычно до 0,2 В.

II-3.5 Обращенный диод

По сути, обращенный диод является разновидностью туннельного диода, в котором степень легирования полупроводников снижена настолько, чтобы при отсутствии внешнего напряжения потолок валентной зоны в полупроводнике p -типа совпал с дном зоны проводимости в полупроводнике n -типа (примерно так, как показано на рис. II-3.8.е). В этом случае при небольших прямых смещениях туннелирование будет отсутствовать, поэтому обращенные диоды являются идеальными выпрямителями малых сигналов, рис.13.6.

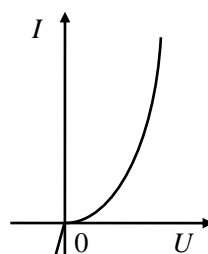


Рис. II-3.9

II-3.6 Транзистор

Изобретение сотрудников фирмы «Bell Telephone Laboratories» Дж. Бардиным, В. Браттейном и В. Шокли в 1948 г. полупроводникового аналога электронных усилительных ламп, *транзистора*, перевернуло мир электроники (Нобелевская премия 1956 г).

В курсе электроники Вы можете познакомиться с большим разнообразием возможных конструкций транзистора, мы в качестве примера рассмотрим работу плоскостного $n-p-n$ -транзистора, рис. II-3.10 (включение с общей базой). Такой транзистор состоит из трех областей: левая n -область (*эмиттер*), p -область (*база*) и правая n -область (*коллектор*). При подаче на переход эмиттер – база прямого смещения происходит инжекция электронов (неосновных носителей) в p -область. Если база

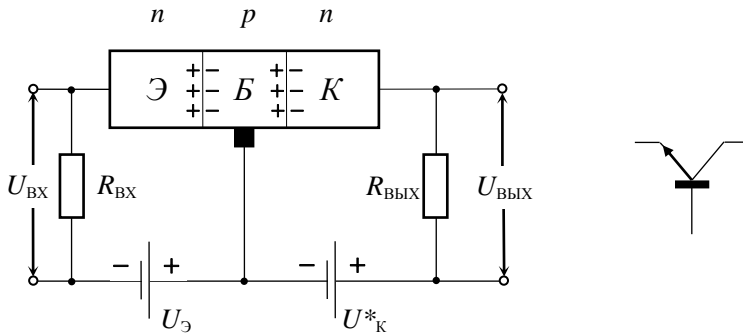


Рис. П-3.10

тонкая, то рекомбинацией электронов с дырками базы можно пренебречь, и почти все введенные электроны достигают контакта база – коллектор. Подхваченные сильным полем перехода база – коллектор, включенного в обратном направлении, электроны перетекают в коллекторную цепь транзистора ($I_{\text{Э}} \approx I_{\text{К}}$).

Сделаем выходное сопротивление намного больше входного: $R_{\text{ВЫХ}} \gg R_{\text{ВХ}}$. Такое подключение нагрузочного сопротивления осуществимо, так как сопротивление перехода база – коллектор намного больше сопротивления перехода эмиттер – база. В результате:

$$U_{\text{ВХ}} = I_{\text{Э}} R_{\text{ВХ}}, \quad U_{\text{ВЫХ}} = I_{\text{К}} R_{\text{ВЫХ}} \approx I_{\text{Э}} R_{\text{ВЫХ}}, \quad (\text{П-3.19})$$

или

$$\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{R_{\text{ВЫХ}}}{R_{\text{ВХ}}}, \quad (\text{П-3.20})$$

что соответствует усилению по напряжению, будет иметь место и усиление по мощности:

$$\frac{P_{\text{ВЫХ}}}{P_{\text{ВХ}}} = \frac{I_{\text{К}} U_{\text{ВЫХ}}}{I_{\text{Э}} U_{\text{ВХ}}}. \quad (\text{П-3.21})$$

Дополнительная мощность, выделяющаяся в коллекторной цепи, потребляется от источника напряжения $U_{\text{К}}$.

Усиление по току и по напряжению можно получить в схеме с общим эмиттером. Большое усиление по току получается в схеме с общим коллектором.

II-3.7 Физические основы ксерокопирования и лазерный принтер

Основой ксерокопировальной машины является пластина, состоящая из металлической подложки, покрытой тонким слоем аморфного полупроводника (например, смеси As, Se, Te), см. рис. II-3.10

Аморфный полупроводник



Рис. II-3.10

Процесс ксерокопирования состоит из ряда последовательных операций:

- 1) Аморфный полупроводник (почти диэлектрик) натирают проволочными электродами, обладающими потенциалом около 30 кВ, покрытие приобретает большой электрический заряд.
 - 2) Копируемый документ освещается и проецируется на пластину. В результате светлые части изображения делают полупроводник проводящим, и поверхностный заряд с освещенных участков стекает к внешнему металлическому заземленному электроду.
 - 3) На темных местах полупроводника заряды сохраняются. Пластину посыпают мелким порошком (полимер и зачерненный кварц), затем его стряхивают, и он остается в конечном итоге только на «темных» заряженных местах покрытия.
 - 4) Лист бумаги прижимают к пластинке с помощью валиков.
 - 5) Лист собирает частицы пыли (порошка) и его обрабатывают инфракрасным излучением.
 - 6) Полимерные частицы сплавляются и въедаются в бумагу, получается копия.
 - 7) Для очистки пластины она полностью освещается светом и разряжается, мелкий порошок стряхивается, пластина готова к новому ксерокопированию.
- В лазерном принтере лазерный луч, модулируемый акустооптическим модулятором, работающим в соответствии с выводимой из компьютера информацией, сканирует по пластине. С

освещенных участков аморфного слоя заряд уходит и далее начинается серия операций, аналогичная рассмотренным.

РАЗДЕЛ III АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Лекция № 14

Строение ядра. Радиоактивность

После того, как мы достаточно подробно рассмотрели поведение электронов в системах, в которых существенным являлось их взаимодействие с другими электронами, с отдельными атомами и целыми квантовыми коллективами (например – с ионами кристаллической решетки), обсудим, с какими явлениями мы сталкиваемся на следующем шаге вглубь микромира, рассмотрим строение ядра атома.

14.1 Состав ядра

Напомним: то, что атом состоит из малого по размерам, массивного положительно заряженного ядра, окружённого движущимися вокруг него *электронами*, первым обнаружил Э. Резерфорд (1911 г.). Однако, лишь спустя двадцать лет (в 1932 г.) появилась модель, строения ядра, согласно которой в его состав помимо положительно заряженных частиц – *протонов* входят почти такие же по массе, но не имеющие электрического заряда частицы – *нейтроны*. Некоторые характеристики электрона, протона и нейтрона приведены ниже в таблице 14.1.

Таблица 14.1

Частица	Символ	Электрический заряд	Масса	Спин
Электрон	e	$-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	1/2
Протон	p	$+1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$m_p \approx 1836m_e$	1/2
Нейтрон	n	0	$m_n \approx 1838,5m_e$	1/2

Неожиданным оказалось то, что свободный нейтрон является нестабильной частицей: со временем он распадается, при этом образуются протон, электрон и ещё одна нейтральная, об-

ладающая чрезвычайно малой массой частица, получившая название электронного антинейтрино:



Период полураспада $T_{0,5}$ свободного нейтрона (время, за которое распадается половина начального количества частиц) равен примерно 10 минутам. Согласно современным представлениям, свободный протон также является нестабильной частицей, однако, период его полураспада столь велик (более 10^{31} лет), что сама возможность его распада имеет главным образом теоретическое значение.

Поскольку протоны и нейтроны входят в состав ядра, они получили общее название *нуклоны* (от английского слова *nucleus* – ядро).

Напомним ниже некоторые сведения о строении атомов и их ядер, известные из школьного курса физики.

1. *Заряд ядра* атома является суммой зарядов всех находящихся в нём протонов.

2. Поскольку атом в целом электронейтрален, *число электронов в атоме* равно числу протонов в его ядре. Отрыв одного или нескольких электронов от нейтрального атома превращает его в положительно заряженный *ион*: H^+ , Cu^{+2} , Al^{+3} и т.п.; захват электрона (электронов) превращает атом в отрицательно заряженный ион: Cl^- , O^{-2} , P^{-3} и т. д.

3. *Химические свойства* атома определяются числом электронов на его внешних электронных орбитах. Но так как общее количество электронов в атоме (и, соответственно, их число на внешних орбитах) определяется зарядом ядра, то понятно, что химические свойства вещества напрямую зависят от числа протонов в ядре. Этот факт лежит в основе Периодической таблицы элементов Д.И. Менделеева: порядковый номер Z элемента в таблице *равен числу протонов* в ядре атома этого элемента.

4. При расчёте общей массы атома массой электронов, входящих в его состав, по сравнению с массой ядра в первом приближении можно пренебречь. Масса самого ядра $m_{\text{я}}$ складывается из массы Zm_p всех протонов и массы $(A - Z)m_n$ всех

нейтронов, входящих в его состав, где A – общее число нуклонов в ядре. Параметр A называется также *массовым числом*.

5. Для того, чтобы описать состав ядра, используются *следующие обозначения*: A_ZX . Здесь X – символ химического элемента, A – массовое число, Z – число протонов в ядре.

Ядро с одним и тем же числом протонов (то есть, ядро конкретного химического элемента) может содержать разное число нейтронов. Ядра одного и того же химического элемента, содержащие разное число нейтронов, называются *изотопами*. Так, например, существуют разные изотопы водорода, которые даже имеют собственные названия: ${}^1_1\text{H}$ – протий, ${}^2_1\text{H}$ (или D) – дейтерий, ${}^3_1\text{H}$ (или T) – тритий и др. Еще один пример: существуют разные изотопы углерода (${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{13}_6\text{C}$, ${}^{14}_6\text{C}$ и др.), среди которых выделим изотоп ${}^{12}_6\text{C}$, поскольку количество атомов, которое содержится в 12 г этого изотопа, в СИ принято за эталон одного моля вещества (как известно, это количество равно приблизительно $6,02 \cdot 10^{23}$ и называется числом Авогадро).

6. Особенностью любого атомного ядра является то, что масса ядра $m_{\text{я}}$ всегда меньше суммы масс протонов и нейтронов, из которых оно состоит:

$$Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} = \Delta m; \quad (14.2)$$

разность Δm называется *дефектом массы*.

Величину Δm можно выразить также через атомную массу M_A всего атома в целом (содержащего помимо ядра Z электронов) и массу атома M_{H} водорода (с одним электроном):

$$ZM_{\text{H}} + (A - Z)m_n - M_A = \Delta m.$$

7. Ядро легче, чем взятые все вместе компоненты, входящие в его состав, но зато оно обладает энергией $E_{\text{св}}$, которая называется *энергией связи* и которая характеризует ядро, как единое целое: образование, не просто включающее в себя отдельные нуклоны, но и объединяющее их в систему с качественно новыми свойствами. Энергия связи численно равна минимальной работе, которую необходимо совершить для того, чтобы разделить ядро на отдельные нуклоны; и если вспомнить

уравнение СТО, связывающее полную энергию тела и его массу, можно записать:

$$E_{\text{СВ}} = \Delta mc^2. \quad (14.3)$$

Если эту энергию поделить на число A нуклонов в ядре, получим параметр $E_{\text{СВ}}/A$, который носит название *удельной энергии связи*, играющий важную роль в ядерной энергетике

14.2 Ядерные силы

Как мы уже говорили, число нейтронов в ядре равно $A - Z$, причём, чем выше номер элемента Z в таблице Менделеева, тем больше в его ядре нейтронов. Но ядра разных изотопов одного и того же элемента характеризуются неодинаковой стабильностью, общая тенденция такова: по мере увеличения доли нейтронов в ядре, ядро становится всё более неустойчивым и быстрее распадается. Тем не менее, существуют такие значения числа протонов и числа нейтронов в ядре, при котором оно оказывается стабильным. Данные числа были названы «магическими»: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 152. При этом особенно устойчивыми являются ядра, у которых «магическими» являются одновременно и число протонов и число нейтронов: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.

Размеры ядер не превышают 10^{-15} м, на таких расстояниях сила кулоновского отталкивания протонов во много раз превышает силу их гравитационного притяжения, а это означает, что для того, чтобы ядро не разлетелось на отдельные нуклоны, в нём должны действовать мощные силы притяжения незлектрического происхождения. Эти силы получили название *ядерных*, они имеют следующие особенности.

- Эти силы *короткодействующие* (проявляются на расстояниях менее 10^{-15} м), они резко возрастают с уменьшением расстояния между нуклонами, однако, на расстояниях, сравнимых с размерами самих нуклонов, притяжение сменяется отталкиванием).
- Для этих сил *не справедлив принцип суперпозиции*: с ростом числа взаимодействующих частиц их величина выхо-

дит на насыщение, причём сама сила зависит от взаимной ориентации спиновых моментов импульса нуклонов.

– Ядерные силы являются *нецентральными* и характеризуются *зарядовой независимостью* (действуют между протонами, между нейтронами, между протонами и нейтронами).

Одной из первых удачных моделей, объясняющих особенности ядерных сил, явилась модель, согласно которой в поле ядерных сил нуклоны постоянно обмениваются виртуальными (существующими в течение времени, много меньшего времени наблюдения) частицами – π -мезонами трёх типов:

$$p \rightleftharpoons n + \pi^+, \quad p \rightleftharpoons p + \pi^0, \quad n \rightleftharpoons p + \pi^-, \quad n \rightleftharpoons n + \pi^0, \quad (14.4)$$

где символы «+», «-» и «0» означают наличие (или отсутствие) у конкретного типа π -мезона элементарного (такого же по величине, как у электрона или протона) электрического заряда. Мезон – частица, имеющая массу, гораздо большую, чем электрон, но существенно меньшую, чем протон или нейтрон (так, например, масса π^0 -мезона в 264 раза больше массы электрона). Данная модель была предложена в 1935 г. американским физиком Х. Юкавой, экспериментально обнаружить π -мезоны впервые удалось существенно позже, в 1947 г.

Как ведут себя нуклоны в ядре?

Согласно *капельной модели* (1936 г., Я. Френкель), нуклоны находятся в состоянии постоянного хаотического движения по всему объёму ядра (подобного броуновскому движению частиц в капельке воды). В результате взаимных столкновений они то и дело меняют свою энергию и не находятся долго в одном энергетическом состоянии. Несомненной заслугой капельной модели явилось то, что на её основе удалось вывести полуэмпирическую формулу, позволившую рассчитать *энергию связи* нуклонов в ядре.

В рамках *оболочечной модели* предполагается, что нуклоны движутся почти независимо в создаваемом ими же самими поле ядерных сил. Нуклоны, как частицы с полуцелым спином, являются фермионами, их энергия квантуется, а состояние описывается определёнными волновыми функциями и квантовыми

числами. Другими словами, подобно электронам в атоме, нуклоны в ядре можно распределить по «оболочкам» и «подоболочкам», и хотя аналогия имеет лишь внешний характер, благодаря данной модели удалось выполнить многие серьёзные квантовомеханические расчёты и, в частности, теоретически вывести значения «магических» чисел.

14.3 Закон радиоактивного распада

Ядра атомов способны испытывать превращения. Так, ядра многих изотопов тяжёлых элементов могут самопроизвольно распадаться с образованием более лёгких ядер: происходит *радиоактивный распад*. Радиоактивность, которая наблюдается у ядер, существующих в природных условиях, называется естественной.

Пусть N_0 – число ядер изотопа некоторого тяжёлого элемента в момент времени $t = 0$, а N – число атомов этого же элемента в момент времени t . За время dt число ядер вследствие распада уменьшится на величину dN , при этом, очевидно, dN тем больше, чем больше интервал времени dt , общее число оставшихся к моменту времени t ядер N . Кроме того, dN должно зависеть от природы самих ядер (соответствующий коэффициент λ носит название *постоянной распада*):

$$dN = -\lambda N dt. \quad (14.5)$$

Знак «минус» в формуле отражает тот факт, что с ростом времени число ядер уменьшается.

Решив данное дифференциальное уравнение, получаем формулу *закона радиоактивного распада*:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (14.6)$$

Часто эту формулу переписывают в виде

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}, \quad (14.7)$$

где $T_{0,5}$ – *период полураспада* (время, за которое число радиоактивных ядер уменьшается вдвое).

Это время у разных ядер отличается очень сильно и составляет от долей секунды до миллиардов лет, причём у одного и того же элемента могут быть изотопы с разными периодами полураспада. Примеры периодов полураспада некоторых изотопов приведены в таблице 14.2.

Таблица 14.2

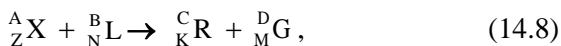
Изотоп	$^{214}_{84}\text{Po}$	$^{220}_{86}\text{Rn}$	$^{214}_{83}\text{Bi}$	$^{90}_{39}\text{Y}$	$^{131}_{53}\text{I}$	$^{89}_{38}\text{Sr}$	^3_1H	$^{90}_{38}\text{Sr}$
Название	ПОЛОНИЙ-214	РАДОН-220	ВИСМУТ-214	ИТРИЙ-90	ИОД-131	СТРОНЦИЙ-89	ТРИТИЙ	СТРОНЦИЙ-90
$T_{0,5}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$ с	54,5 с	19,7 мин	64 часа	8 суток	50,5 суток	12,3 года	29 лет
Изотоп	$^{137}_{55}\text{Cs}$	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$^{14}_6\text{C}$	$^{239}_{94}\text{Pu}$	$^{40}_{19}\text{K}$	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{113}_{48}\text{Cd}$	$^{209}_{83}\text{Bi}$
Название	ЦЕЗИЙ-137	РАДИЙ-226	УГЛЕРОД-14	ПЛУТОНИЙ-239	КАЛИЙ-40	УРАН-238	КАДМИЙ-113	ВИСМУТ-209
$T_{0,5}$	30 лет	1600 лет	5700 лет	24390 лет	$1,32 \cdot 10^9$ лет	$4,5 \cdot 10^9$ лет	$9,3 \cdot 10^{15}$ лет	$2 \cdot 10^{18}$ лет

Из элементов, выброшенных при аварии на Чернобыльской АЭС, отметим периоды полураспада следующих элементов: йод-131 – 8 суток, цезий-137 – 30 лет, стронций-90 – 29 лет, плутоний-241 – 14,4 года, америций-241 – 432 года.

14.4 Виды радиоактивного распада

Ядерные превращения могут протекать как самопроизвольным образом (распад), так и являться результатом взаимодействия конкретного ядра с отдельными протонами, нейтронами или другими ядрами. В результате таких процессов могут рождаться новые ядра, элементарные частицы, выделяться энергия в виде квантов электромагнитного излучения. Превращения ядер вследствие взаимодействия с другими частицами носит название *ядерных реакций*.

И в ходе радиоактивного распада, и в ходе ядерных реакций выполняется *закон сохранения энергии, импульса, электрического заряда*, кроме того, остаётся неизменным общее число протонов и нейтронов в системе:



$A + B = C + D$ (сохраняется общее число нуклонов в системе),

$Z + N = K + M$ (по закону сохранения электрического заряда),
 X, L, R, G – условные символы химических элементов, принимающих участие в ядерных превращениях. В связи с этим напомним некоторые обозначения:

1_1p или просто p – протон, он же – ядро изотопа водорода ${}^1_1\text{H}$;

1_0n или просто n – нейтрон;

${}^0_{-1}e$ или просто e – электрон (его заряд такой же как у протона, но отрицателен, следовательно, $Z = -1$; масса электрона много меньше массы протона, поэтому принимаем $A = 0$);

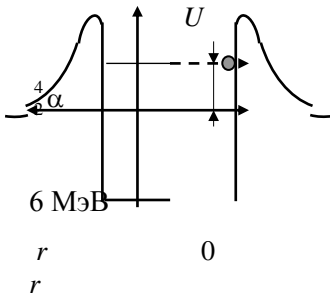
α – альфа-частица, ядро изотопа гелия ${}^4_2\text{He}$, то есть можно записать: ${}^4_2\alpha$,

β – бета-частица или электрон, то есть можно записать: ${}^0_{-1}\beta$,

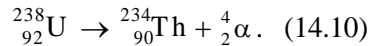
γ – гамма-квант, квант электромагнитного излучения, энергия которого ($h\nu$) в миллионы и более раз превышает энергию квантов оптического диапазона; он не обладает электрическим зарядом, и, очевидно, не содержит нуклонов, что можно отобразить следующим образом: ${}^0_0\gamma$.

α -распад

Если при распаде ядра выделяется α -частица, то говорят, что ядро испытало α – распад.



Пример:



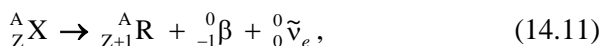
Эту реакцию можно описать теоретически с помощью модели, по которой ядро урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ представляется в виде пары взаимодействующих объектов: α -частицы и ядра ${}^{234}_{90}\text{Th}$. Рассматривая α -частицу как

микрочастицу, находящуюся в потенциальной яме, являющейся результатом такого взаимодействия, можно вычислить вероятность распада ядра. Сама потенциальная яма имеет вид, представленный на рис. 14.1; (положение ядра ${}^{234}_{90}\text{Th}$ соответствует началу координат) вылетевшая из него α -частица обладает энергией (примерно 6 МэВ), меньшей, чем высота стенки ямы. Единственная возможность покинуть область ямы – туннелирование сквозь стенку, именно это и имеет место в случае α -распада ядра урана. Вероятность туннелирования достаточно тяжёлой α -частицы сквозь довольно высокий для неё и широкий барьер невелика, поэтому период полураспада ядер ${}^{238}_{92}\text{U}$ составляет $4,5 \cdot 10^9$ лет.

β -распад

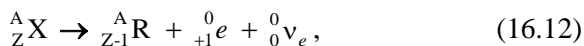
К этому виду распада относят реакции трёх типов.

1) Распад *с испусканием электрона*:

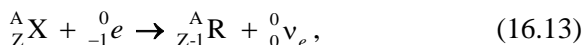


Примером служит реакция (14.1) распада свободного нейтрона. В природе в естественных условиях наблюдается именно этот вид β -распада.

2) Распад *с испусканием позитрона* (анти-электрона, частицы, имеющей такие же параметры, как и электрон, но обладающей положительным электрическим зарядом $+1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) и электронного нейтрино ${}^0_0\nu_e$:



3) Превращение ядра, сопровождающееся *захватом электрона*



Последние два вида β -распада можно наблюдать в лабораториях, например, в экспериментах с синтезированными ядрами некоторых химических элементов.

Альфа- и бета-распады – наиболее часто встречающиеся виды распада ядер. Существуют, однако, и другие виды: *спонтанное деление* (тяжёлое ядро разделяется на две примерно равные части), *протонная радиоактивность* (превращение с испусканием одного или нескольких протонов).

Вопросы для повторения

1. Что означают цифры и символ в обозначении ${}^{90}_{39}\text{Y}$?
2. Что такое «изотопы»? Приведите примеры.
3. Каковы особенности ядерных сил?
4. Что такое «магические числа» в ядерной физике?
5. Какие основные идеи лежат в основе капельной и оболочечной моделях ядер?
6. Выведите формулу закона радиоактивного распада.
7. Получите формулу, связывающую постоянную распада с периодом полураспада.
8. Какие существуют виды радиоактивного распада? Приведите примеры.
9. Почему при рассмотрении модели распада ядра урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ нам приходится вспоминать о туннельном эффекте?

15.1 Радиационная дозиметрия

Радиоактивный распад ядер – процесс, который непрерывно протекает в окружающем нас мире. Ядра одних элементов превращаются в ядра других элементов, те испытывают дальнейшие превращения и как далее, пока цепочка не дойдёт до изотопа, являющегося стабильным. В природе существуют три такие цепочки (ряда): первая начинается изотопом урана ${}_{92}^{238}\text{U}$ и заканчивается изотопом свинца ${}_{82}^{206}\text{Pb}$; вторая начинается изотопом тория ${}_{90}^{232}\text{Th}$ и заканчивается изотопом свинца ${}_{82}^{208}\text{Pb}$, третья начинается изотопом урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ и заканчивается изотопом свинца ${}_{82}^{207}\text{Pb}$. Общее время превращений в цепочке определяется периодом полураспада самого долгоживущего изотопа: в первом случае это $4,5 \cdot 10^9$ лет (период полураспада ${}_{92}^{238}\text{U}$), во втором случае это $1,4 \cdot 10^{10}$ лет (период полураспада ${}_{90}^{232}\text{Th}$); в третьем случае – $7 \cdot 10^9$ лет (период полураспада ${}_{92}^{235}\text{U}$). Все эти времена больше или сравнимы с возрастом Земли ($4,5 \cdot 10^9$ лет) и поэтому соответствующие превращения, начавшись когда-то, будут идти ещё очень и очень долго, даже по временным меркам нашей планеты.

В экспериментах на ускорителях заряженных частиц было обнаружено существование четвёртого ряда радиоактивных превращений, который начинается с искусственно созданного изотопа нептуния ${}_{93}^{237}\text{Np}$ и заканчивается изотопом висмута ${}_{83}^{209}\text{Bi}$. Поскольку период полураспада самого долгоживущего изотопа этой цепочки ${}_{93}^{237}\text{Np}$ составляет «всего» $2,1 \cdot 10^6$ лет, то даже если на стадии формирования нашей планеты изотоп ${}_{93}^{237}\text{Np}$ присутствовал в природе, то за прошедшее время он весь распался, и цепочка давно закончилась.

Одним из результатов радиоактивного распада является перестройка энергетической структуры нуклонов в оставшейся части ядра. Зачастую эта перестройка сопровождается испусканием квантов электромагнитного излучения (фотонов) очень больших частот: γ -квантов. Вследствие большой энергии и отсутствия электрического заряда данные кванты обладают большой проникающей способностью. В связи с этим работа с радиоактивными веществами требует повышенных мер предосторожности.

Дело в том, что и α - и β - и γ - излучение (а также потоки других частиц, например, нейтронов) могут оказать крайне негативное воздействие на живые клетки. Взаимодействуя с атомами, входящими в состав молекул тканей живого организма, радиоактивное излучение передаёт им свою энергию, что приводит к обрыву химических связей, разрушению молекул, инициации нежелательных химических реакций в живых тканях. Локальное и строго выверенное воздействие излучения может разрушить клетки, представляющие опасность для организма (это свойство радиации используется в медицине для уничтожения раковых опухолей), однако, может также погубить здоровые клетки и в итоге – привести к смерти.

Для количественного описания процессов взаимодействия излучения с веществом в радиационной дозиметрии используется ряд терминов, определения которых мы рассмотрим ниже.

Активность A радиоактивного препарата определяется числом распадов ядер в секунду. Единицей измерения активности в СИ является *беккерель* ($1 \text{ Бк} = 1 \text{ с}^{-1}$). На практике довольно часто используется внесистемная единица измерения активности *кюри*: $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$, или $1 \text{ Бк} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ Ки}$.

Экспозиционная доза X . В качестве одной из основных характеристик электромагнитного излучения на практике часто используется экспозиционная доза X – отношение полного заряда dQ ионов одного знака, возникающих в сухом воздухе массой dm при полном торможении всех образующихся частиц, к величине этой массы:

$$X = \frac{dQ}{dm}.$$

Очевидно, что в СИ единицей измерения экспозиционной дозы должен являться 1 Кл/кг (*кулон на килограмм*). Внесистемной единицей измерения экспозиционной дозы является *рентген* (Р);

$$1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг, или } 1 \text{ Кл/кг} = 3876 \text{ Р.}$$

Поглощенная доза D: мера воздействия ионизирующего излучения на вещество, которая равна отношению энергии излучения dW , поглощенной массой вещества dm , к этой массе:

$$D = \frac{dW}{dm}.$$

Единицей измерения поглощенной дозы в СИ является *грей*; очевидно, что $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$.

Эквивалентная доза H. При одной и той же поглощенной дозе биологический эффект воздействия разных видов излучения различен. Мерой биологического воздействия служит эквивалентная доза H , равная поглощенной дозе, умноженной на *коэффициент качества k* для данного излучения:

$$H = kD.$$

Коэффициент качества учитывает зависимость биологических последствий облучения от его вида. Для γ -, рентгеновского и β -излучений $k = 1$; для тепловых нейтронов (с энергией до 0,1 МэВ) $k = 3$; для протонов и нейтронов с энергией от 0,1 до 10 МэВ $k = 10$; для α -частиц $k = 20$. Единицей эквивалентной дозы в СИ является *зиверт*: $1 \text{ Зв} = k \cdot 1 \text{ Гр}$, где k – численное значение коэффициента качества данного вида излучения).

На практике важное значение имеет также не только сама дозы, но и её мощность (то есть доза, получаемая в единицу времени). Зная мощность дозы, можно планировать время безопасного для здоровья нахождения в области с повышенным уровнем радиационного фона.

Основные параметры, используемые в радиационной дозиметрии, сведены в таблицу 15.1.

Таблица 15.1

Величина и символ	Наименование и обозначение		Связь между единицами
	СИ	Внеси- стемные	
Активность A	<i>Беккерель:</i> 1 распад в секунду; 1 Бк = 1 с ⁻¹	<i>Кюри</i> 1 Ки	1 Ки = 3,7·10 ¹⁰ Бк
Экспозицион- ная доза X	<i>Кулон на килограмм:</i> доза, при которой в 1 кг сухого воздуха при атмосферном давлении производится заряд 1 Кл (одного знака), 1 Кл/кг	<i>Рентген</i> 1 Р	1 Р = 2,58·10 ⁻⁴ Кл/кг
Мощность экспозицион- ной дозы \dot{X}	<i>Кулон на килограмм в секунду:</i> 1 Кл/(кг·с)	<i>Рентген в секунду</i> 1 Р/с	1 Р/с = 2,58·10 ⁻⁴ Кл/(кг·с)
Поглощённая доза D	<i>Грей:</i> 1 кг облучаемого ве- щества получает энергию 1 Дж; 1 Гр = 1 Дж/кг)	<i>Рад</i> 1 рад	1 рад = 10 ⁻² Гр
Эквивалент- ная доза H	<i>Зиверт:</i> 1 кг стан- дартной биологиче- ской ткани получает энергию 1 Дж; 1 Зв = 1 Дж/кг)	<i>Бэр</i> 1 бэр	1 бэр = 10 ⁻² Зв
Мощность эквивалент- ной дозы \dot{H}	<i>Зиверт в секунду:</i> 1 Зв/с		

Примечания

1. Во многих практически значимых случаях оказывается, что экспозиционной дозе в 100 Р соответствует усреднённая эквивалентная доза 1 Зв: это удобно использовать в расчётах.

2. Дозы и мощности доз, измеряемые рентгенами и зивертами, весьма велики. В обычных условиях речь идёт, как правило, о микрорентгенах и микрозивертах: именно в мкР/с и в мкЗв/с градуируются шкалы бытовых дозиметров.

Некоторые значения эквивалентных доз, важных в практическом отношении, приведены в таблице 15.3.

Таблица 15.3

Средний естественный радиационный фон (за год)	0,001 Зв
Фон, обусловленный техногенной деятельностью человека (за год)	до 0,003 Зв
Предельно допустимая доза за 1 год для людей, постоянно работающих с радиоактивными веществами	0,05 Зв
Доза, при которой выживает половина облучённых людей	1,5 – 5 Зв
Смертельная доза для человека	6 – 10 Зв

Таблица 15.4 позволяет сравнить устойчивость к воздействию радиации разных живых организмов; на рис. 15.1 указаны основные источники радиации, с которыми мы сталкиваемся в быту.

Таблица 15.4

Биологический вид	Доза γ -излучения, вызывающая 50 %-ную смертность, Зв
Овца	1,5-2,65
Собака	2,5-3,0
Человек	2,5-3,5
Крысы разных линий	7,0-9,0
Птицы	8,0-20,0
Рыбы	8,0-20,0
Кролик	9,0-10,0
Хомяк	9,0-20,0
Змеи	80,0-200,0
Насекомые	10,0-100,0

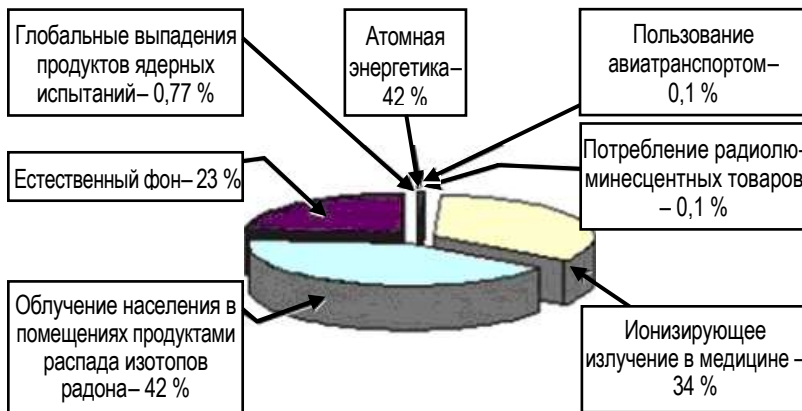


Рис. 15.1

15.2 Основы ядерной энергетики

15.2.1 Принципиальные пути получения ядерной энергии

Протекание ядерных реакций (как естественных, так и вызываемых искусственным образом) сопровождается выделением или поглощением энергии. Ответ на вопрос, что происходит: выделение или поглощение, даёт анализ энергии связи (см. § 14.1) исходных ядер и ядер элементов – продуктов реакции. Если энергия связи атомов – продуктов реакции *больше*, чем энергия связи исходных ядер (ядра), то в ходе такой реакции *энергия выделяется*. В противном случае реакция идёт с *поглощением энергии*.

На рис. 15.2 приведён примерный график зависимости удельной энергии связи $E_{св}/A$ ядер атомов таблицы Менделеева от величины массового числа A . Из графика следует принципиальная возможность двух способов получения ядерной энергии:

- при делении тяжелых ядер (1);
- при объединении лёгких ядер (2).

В ходе реакций обоих типов удельная энергия связи увеличивается: работа необходимая для разделения ядра на отдельные нуклоны возрастает, следовательно, часть энергии нуклонов уходит в окружающую среду. Максимуму кривой на графике соответствует изотоп железа ${}_{26}^{57}\text{Fe}$: и его деление, и участие в реакциях объединения сопряжено лишь с затратами энергии.

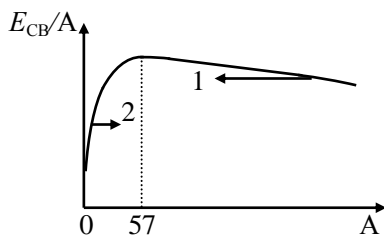
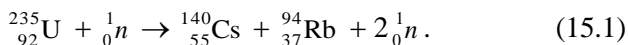


Рис. 15.1

15.2.2 Ядерные реакции деления

Итак, первый путь получения ядерной энергии – *реакции деления ядер тяжелых элементов* (${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ и др.). Такие реакции являются основой современной атомной энергетики. Особый интерес представляют *цепные реакции*, которые, начавшись под влиянием внешнего воздействия, развиваются дальше сами. Типичный пример подобной реакции – деление урана, для начала которой ядру требуется поглотить один нейтрон, но зато в ходе дальнейших превращений выделяются два новых, способных инициировать деление следующих ядер:



В ходе данной реакции выделяется энергия, которая используется для нагрева теплоносителя – воды и превращения её в горячий пар, вращающий турбины генераторов электрической энергии. Впервые, однако, практическое воплощение эта реакция получила в атомной бомбе, сброшенной на Хиросиму.

Заметим, для того, чтобы реакция развивалась, необходимо, чтобы выделяющиеся нейтроны не вылетали из зоны реакции, а поглощались встречающимися на их пути новыми ядрами урана. Если таких ядер мало, нейтроны просто вылетят из образца в окружающую среду (что и происходит в естественных условиях в месторождениях радиоактивных элементов).

Итак, если образец – «кусоч» урана – большой, то в нём много атомов, реакция не успевает погаснуть и развивается дальше, а если маленький – большая часть нейтронов будет вылетать в окружающую среду, не успев поглотиться. Число нейтронов N_1 , успевающих принять участие в реакции, тем выше, чем больше объём образца ($N_1 \sim r^3$, где r – его некоторый характерный размер), а число нейтронов N_2 , вылетающих из образца, не испытав соударения с ядрами урана растёт пропорционально площади его поверхности ($N_2 \sim r^2$). Из графика на рис. 15.2 следует, что при малых r покидающих зону реакции нейтронов больше числа участвующих в ядерных превращениях. Но с ростом размеров образца (и, соответственно, – его массы) кривая $N_1(r)$

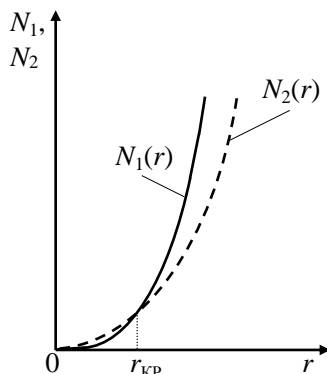


Рис. 15.2

догоняет кривую $N_2(r)$, а при $r > r_{кр}$ перегоняет её: начинается область значений r , соответствующая протеканию цепных реакций.

Минимальная масса $m_{кр}$, при которой начинается цепная реакция, носит название *критической массы*. При работе атомного реактора на электростанции приходится всё время балансировать около начала цепной реакции: коэффициент размножения нейтронов K (отношение числа нейтронов «на выходе» реакций в рабочей зоне реактора к числу нейтронов «на входе») должно быть больше единицы, но совсем ненамного ($K \approx 1,0065$), иначе ситуация практически мгновенно выйдет из-под контроля.

В боезарядах атомных бомб наличие критической массы используется напрямую: несколько частей ядерного заряда, имеющих массу меньше критической, размещены на некотором отдалении друг от друга, и цепная реакция не начинается. Достаточно свести эти части вместе (например, используя взрыв

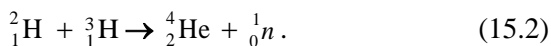
тротилового детонатора), и общая масса заряда окажется больше критической: тут же начнётся цепная реакция (затравочные нейтроны всегда найдутся), сопровождающаяся выходом большого количества энергии за короткое время. Характерно, что при взрыве атомной бомбы большая часть урана не успевает распасться, однако и без этого разрушительный эффект от неё оказывается колоссальным.

Протекание цепных реакций возможно не только в $^{235}_{92}\text{U}$; так, например, в военных целях часто используется изотоп плутония $^{239}_{94}\text{Pu}$ (достаточно вспомнить, что вторая сброшенная на Японию американская атомная бомба была плутониевой).

15.2.3 Ядерные реакции синтеза

Второй путь получения ядерной энергии - *слияние ядер лёгких элементов*. В результате таких реакций синтезируются более тяжёлые ядра, и также выделяется энергия, причём даже в несколько раз больших количествах, чем при реакциях деления. Управляемые *реакции синтеза* – будущее ядерной энергетики.

Типичный пример реакции синтеза:



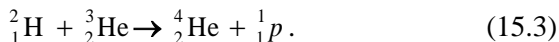
Здесь при объединении ядер дейтерия и трития рождаются ядро атома гелия и свободный нейтрон, кроме того, в ходе реакции выделяется значительная энергия. Данная реакция лежит в основе действия *водородной бомбы*.

Существенной трудностью для практического применения таких реакций является необходимость создания для их протекания высоких давлений и температур. Дело в том, что сами ядра имеют заряды одного знака, и силы электростатического отталкивания не дают им сблизиться до расстояний, при которых слияние окажется возможным. Повышая температуру (до 10^6 К), можно заставить реакцию «зажечься»: ведь известно, что повышение температуры газа означает увеличение кинетической энергии (а, значит, скорости движения его атомов). Ле-

тящие с большой скоростью атомы не успевают полностью затормозиться кулоновскими силами отталкивания, и ядра, испытывая соударения, слипаются. Из-за того, что для «зажигания» реакций ядерного синтеза требуется высокая температура, эти реакции получили название *термоядерных*.

Выделяющаяся энергия оказывается много больше затраченной на начало реакции, однако, понятно, что температуру в 10^6 К не выдержат никакие материалы, из которых можно было бы создать стенки реактора. В водородной бомбе это неважно: после достижения этой температуры (она становится такой при взрыве запала – маленького атомного заряда) устройство сразу разрушается: происходит термоядерный взрыв. Для того же, чтобы создать *управляемый* термоядерный реактор, необходимо создать камеру, в которой нагретые до 10^6 К дейтерий и тритий не касались бы её стенок. Помочь решить эту задачу может магнитное поле и сила Лоренца, действующая в таком поле на движущиеся заряды. Проблема, однако, является технически очень сложной, и поэтому в ближайшие десятилетия термоядерная энергетика вряд ли выйдет на практически значимый уровень.

Реакция (15.2) – не единственная из тех, в ходе которых выделяется энергия, однако другие требуют температур еще больших, чем 1 млн. кельвин. Но как ни трудно получить такую температуру, по-видимому, практический смысл всё же будет иметь не реакция (15.2), а реакция вида



И хотя для протекания такого процесса нужна температура уже $8 \cdot 10^6$ К, его преимущество заключается в том, что для осуществления реакции не требуется тритий, которого в природе крайне мало, и, кроме того, который является нестабильным: период его полураспада $T_{0,5}$ для трития равен всего 12,3 года. Правда, и изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$ на Земле очень мало, зато, судя по всему, его относительно много в лунном грунте, куда он попал в течение миллиардов лет вместе с потоками других частиц, испускаемых при ядерных реакциях на Солнце. Конечно,

пока говорить о промышленной добыче изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$ на Луне еще очень рано, но о перспективах такой добычи правительства промышленно развитых стран задумываются уже сейчас.

В целом следует ясно понимать, что дальнейшее развитие техники и человечества в целом связано с повышением потребления энергии. Отыскание энергетических ресурсов – важнейшая задача не только будущих поколений, но и поколения нынешнего. В этом смысле ядерная энергетика пока не имеет конкурентов, поскольку другие способы получения энергии либо оказываются связанными с использованием невозобновляющихся ресурсов (нефти, газа, угля), либо не позволяют получать её в достаточных количествах (ветряные двигатели, геотермальные и приливные станции, фотоэлементы). Воды же (а в природной воде среди атомов водорода дейтерия содержится около 0,016 % массовых) на нашей планете такое количество, которое могло бы решить проблему снабжения горючим термоядерных электростанций практически на неограниченное время.

В заключение приведём таблицу 15.5, позволяющую сравнить затраты энергии на добычу 1 кг топлива разной природы с энергией, выделяющейся при использовании 1 кг этого топлива.

Таблица 15.5

	Уголь	Уран	${}^3_2\text{He}$ (с учётом энергозатрат на доставку с Луны)
Добыча	25 МДж		$2,4 \cdot 10^6$ МДж
Выделение	380 МДж		$600 \cdot 10^6$ МДж
Выигрыш	16 раз	20 раз	250 раз

Вопросы для повторения

1. Чем обусловлено негативное влияние радиоактивного излучения на биологические объекты?
2. Единицами измерения каких параметров в радиационной дозиметрии являются: а) беккерель; б) кулон на килограмм; в) грей; г) зиверт?
3. Какова предельно допустимая доза радиоактивного облучения за год для людей, постоянно работающих с радиоактивными веществами?
4. Что называется удельной энергией связи?
5. Пользуясь графиком зависимости удельной энергии связи от массового числа, поясните, какие существуют принципиальные пути получения ядерной энергии.
6. Почему реакции синтеза ядер называются термоядерными?
7. Что такое «цепная реакция» деления ядер? Приведите пример.
8. Приведите примеры термоядерных реакций, перспективных для получения ядерной энергии.

16.1 Элементарные частицы

Элементарными следует называть частицы, не имеющие внутренней структуры. Так, в древности элементарной частицей считали атом, затем наука выяснила, что атом имеет сложную структуру: состоит из ядра и электронов, еще позже было обнаружено, что и само ядро состоит из более мелких частиц – протонов и нейтронов. Во второй половине XX века число открытых частиц, которые относили к элементарным, с учётом античастиц превысило 360, причём было не ясно, существует ли предел этому количеству. Более того, оказалось, что подавляющее большинство открытых частиц – нестабильны. Исключения составляют лишь фотон, электрон, протон и нейтрино. Все остальные частицы через определенные промежутки времени испытывают самопроизвольные превращения в другие частицы.

Время жизни у нестабильных элементарных частиц сильно различается. Наиболее долгоживущей частицей является нейтрон: ранее мы уже отмечали, что период полураспада свободного нейтрона равен примерно 10 мин (точнее – 611 секундам). Все другие частицы «живут» гораздо меньшее время. Так, например, среднее время жизни мюона равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с, а π^0 -мезона $-0,87 \cdot 10^{-16}$ с. Гипероны – массивные частицы – в среднем имеют время жизни примерно 10^{-10} с.

Относительно стабильными принято считать такие частицы, время жизни которых превышает 10^{-17} с, поэтому и мюон, и π^0 -мезон и все гипероны (кроме Σ^0 -гиперона) считаются относительно стабильными. Большинство короткоживущих элементарных частиц имеют времена жизни около 10^{-22} – 10^{-23} с (например, у Σ^0 -гиперона это время равно 10^{-20} с).

Элементарные частицы способны испытывать взаимные превращения, рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться). Это касается и стабильных частиц с той только разницей, что их превращения происходят не самопроизвольно,

а при взаимодействии с другими частицами. Примером может служить аннигиляция (то есть исчезновение, взаимное уничтожение электрона и позитрона*, сопровождающееся рождением фотонов большой энергии). Протекает и обратный процесс: например, при столкновении с ядром высокоэнергетичного гамма-кванта рождается электронно-позитронная пара. Двойник есть и у протона, он называется антипротоном, и у нейтрона (антинейтрон) и так далее. Электрический заряд антипротона отрицателен, у антинейтрона электрического заряда нет.

В настоящее время античастицы найдены у подавляющего большинства частиц (но не у всех, исключением является, например, π^0 -мезон). Аннигиляция происходит при встрече любой частицы со своей античастицей: они обе исчезают, превращаясь в кванты электромагнитного излучения или в другие частицы.

Теория предсказывает возможность существования не просто античастиц, но и состоящих из них «антиатомов» и даже построенного из таких атомов антивещества. Тем не менее, в видимой Вселенной подобные объекты не наблюдаются. Это означает, что по какой-то причине, несмотря на кажущуюся равноценность, «обычных» для нас частиц гораздо больше, чем их двойников-античастиц. Ответа на вопрос, почему это так, пока нет.

Тем не менее, в научной фантастике не раз обыгрывалась идея создания установок, использующих управляемую аннигиляцию вещества и антивещества. Энергия, получаемая в ходе подобных реакций, должна значительно превышать ту, которая выделяется при ядерном распаде и при термоядерном синтезе.

Созданная к концу XX века новая теория, которая получила название *квантовой хромодинамики*, позволила сделать следующий шаг в классификации элементарных частиц. Из общего числа в отдельную группу были выделены самые лёгкие части-

* Напомним: позитрон имеет такие же характеристики, что и электрон, однако его электрический заряд положителен. Именно позитрон, существование которого было предсказано П. Дираком, стал первой античастицей, обнаруженной экспериментально.

цы *лептоны* (от греческого слова «лептос» – лёгкий). Особенностями этих частиц является то, что они, во-первых, не участвуют в сильном взаимодействии (см. далее) и, во-вторых, действительно не имеют внутренней структуры.

Все остальные более тяжёлые частицы – *адроны* – имеют внутреннюю структуру: состоят из элементарных частиц, которые называются *кварки*. Из трёх кварков состоят адроны, которые относятся к классу *барионов* (это – самые тяжёлые из адронов, к ним относятся, в частности, протоны и нейтроны). К другому классу относятся *мезоны* (их массы имеют средние, промежуточные значения между массами барионов и лептонов); каждый мезон состоит из двух кварков.

С открытием кваркового уровня построения материи классификация известных науке элементарных частиц стала выглядеть так, как это представлено в таблице 16.1.

Таблица 16.1

ЛЕПТОНЫ (<i>лептос – лёгкий</i>):	АДРОНЫ (<i>адрос – крупный, массивный</i>)	
<i>e</i> (электрон) <i>v_e</i> (электронное нейтрино) <i>μ</i> (мюон) <i>v_μ</i> (мюонное нейтрино) <i>τ</i> -лептон (таон) <i>v_τ</i> (таонное нейтрино)	а) БАРИОНЫ <i>(бариос – тяжёлый)</i> : нуклоны (<i>нейтрон</i> и <i>протон</i>), гипероны (<i>более 100 типов</i>) и др.	б) МЕЗОНЫ <i>(мезос – средний)</i> : пионы (π^+ , π^- , π^0 -мезоны); D-, F-, η -, ... - мезоны; каоны (<i>K</i> -мезоны) и др.
	+ АНТИЧАСТИЦЫ	
	Все адроны «построены» из <i>кварков шести типов: u, d; s, c; t, b</i>	
+ АНТИЧАСТИЦЫ	+ АНТИЧАСТИЦЫ (АНТИКВАРКИ)	

Любопытно, что кварки и лептоны (которые, – мы об этом уже сказали, – сами являются фундаментальными частицами) образуют три взаимосвязанных «поколения» (см. таблицу 16.2): если происходит какое-то взаимодействие, то в нём принимают участие члены только одного поколения.

Таблица 16.2

	Заряд в отн. ед.	Название и масса частиц (в массах электрона)		
		Первое поколение	Второе поколение	Третье поколение
кварки	$+\frac{2}{3}$	u -кварк (up) $\approx 20m_e$	c -кварк (charm) $\approx 3000m_e$	t -кварк (truth) $\approx 175000m_e$
	$-\frac{1}{3}$	d -кварк (down) $\approx 20m_e$	s -кварк (strange) $\approx 300m_e$	b -кварк (bottom) $\approx 10000m_e$
лептоны	-1	e (электрон) m_e	μ (мюон) $207 m_e$	τ (тау-лептон) $3500m_e$
	0	ν_e – электронное нейтрино $< 0,00004m_e$	ν_μ – мюонное нейтрино $< 0,4m_e$	ν_τ – таонное нейтрино $< 0,70m_e$

По современным представлениям важнейшую роль в формировании окружающего мира играют частицы первого поколения: из u - и d - кварков состоят протоны, нейтроны и многие другие элементарные частицы; *их взаимодействие с электронами позволяет получить весь набор атомов, из которых «построен» мир.* Так, очевидно, возникновение протона (электрический заряд +1 заряд электрона) обусловлено появлением комбинации кварков (uud); нейтрон (электрический заряд равен нулю), – это комбинация (udd).

Существенно, что согласно основным положениям квантовой механики, два кварка, входящие в состав одной квантовомеханической системы, не могут одновременно иметь одинаковые волновые функции ψ . Это означает, например, что u -кварки, которые входят в состав протона, должны отличаться друг от друга каким-то добавочным, не учтённым нами ранее параметром. В квантовой хромодинамике этот параметр получил название *цвет* (собственно говоря, и само название этой теории связано с данным предположением: по-гречески слово *хромос* означает цвет). Всего возможных цветов у кварков может быть три, в барион кварки объединяются таким образом, чтобы в нём была представлена комбинация всех трёх цветов

(такая комбинация называется «белым цветом»). Так, например, строение протона можно представить в виде

$${}^1_1P \Rightarrow (u_{kr}u_3d_c),$$

где индексы kr , or и c означают названия цветов: красный, зелёный и синий.

Частицам первого поколения обязано своим существованием всё разнообразие атомов таблицы Менделеева. Частицы второго поколения на формирование Вселенной оказывают значительно меньшее влияние, хотя и здесь можно привести примеры их «вклада» в создание окружающей действительности. Куда труднее сказать, зачем нужны члены третьего семейства: известен ряд процессов, в которых они участвуют, однако до сих пор не понятно, что заметно изменилось бы в мире, если бы этого поколения не существовало вовсе. Более того, частицы первого поколения стабильны, в то время как время жизни частиц второго и третьего поколений ограничено: они распадаются за $10^{-12} \div 10^{-6}$ с. *Любопытно: теория утверждает, что таких поколений должно быть три и только три, так что ожидать обнаружения четвёртого типа кварков и лептонов не приходится.*

16.2 Типы фундаментальных взаимодействий

Движение – важнейший атрибут материи, без которого невозможно ее существование. Но любые формы движения есть проявление глубинных свойств материи – так называемых фундаментальных взаимодействий: *гравитационного, электромагнитного, сильного и слабого*; попытки поиска какого-либо еще, «пятого» типа взаимодействий предпринимались неоднократно, но успеха (пока?)* не принесли.

* *Астрономические наблюдения последних десятилетий позволили высказать предположение о существовании в нашей Вселенной ещё одного вида взаимодействия, влияние которого сказывается на всё более ускоряющемся её расширении. Природа этого эффекта ещё не понятна, но соответствующую энергию уже назвали «тёмной энергией».*

16.2.1 Гравитационное взаимодействие

Данное взаимодействие – самое слабое из всех четырёх. В макромире оно проявляет себя тем сильнее, чем крупнее массы взаимодействующих тел, а в микромире оно теряется на фоне других сил (хотя им обладают все элементарные частицы): так, например, сила электростатического отталкивания электронов в 10^{40} раз больше силы их гравитационного притяжения. И только при экстремально высокой плотности вещества, равной, по теории, 10^{97} кг/м³ (планковская плотность), гравитационные взаимодействия в микромире сравниваются по своей значимости с другими господствующими там силами.

В *классической физике* этот тип взаимодействия описывается известным законом тяготения Ньютона. Гравитация обуславливает образование всех космических систем, а также концентрацию рассеянной в ходе эволюции звёзд и галактик материи, включение ее в новые циклы развития. Предполагается, что гравитационное поле распространяется в пространстве в виде волн, скорость которых считается равной скорости света в вакууме.

Основной трудностью, с которой сталкиваются экспериментаторы, является то, что из-за ничтожной малости гравитационной силы волны имеет малую амплитуду. Даже такие грандиозные космические события, как взрыв сверхновой или коллапс массивной звезды, создают гравитационные волны, по амплитуде близкие к пределу чувствительности современных регистрирующих приборов. Тем не менее, косвенно подтвердить существование гравитационных волн удалось американским физикам Р. Хялси и Дж. Тейлору, за что в 1993 г. они получили Нобелевскую премию. А в начале в начале 2016 года появились сообщения о том, что гравитационные волны удалось впервые зарегистрировать.

Можно предположить, что, подобно электромагнитному взаимодействию, имеющему не только волновую, но и корпускулярную природу (как известно, частицей, переносящей электромагнитное взаимодействие, является фотон), гравитационное взаимодействие также можно представить как обмен соответствующими квантами (частицами) – *гравитонами*. С этой

точки зрения силы тяготения являются результатом постоянного обмена между телами гравитонами или гравитационными волнами. Они переносят энергию, обладают пространственно-временными свойствами, импульсом и другими характеристиками, присущими материальным объектам.

Данная модель во многом построена на аналогии между электромагнитными и гравитационными силами. Между этими теориями, однако, существует отличие, способное поставить под сомнение всё здание квантовой теории гравитации: пока экспериментально обнаружить гравитоны не удаётся.

Релятивистская теория тяготения, основанная на законе Всемирного тяготения, не удовлетворяет физиков еще по одной причине. Оказалось, что она достаточно точно *описывает только сравнительно слабые гравитационные поля*. Релятивистская теория тяготения, представляющая единую теорию пространства, времени и тяготения, была сформулирована А. Эйнштейном и названа им *общей теорией относительности (ОТО)*.

Еще в рамках СТО было показано существование тесной взаимосвязи между пространством и временем, согласно же релятивистской теории тяготения (ОТО) геометрические свойства (метрика) пространства-времени зависят от распределения в пространстве тяготеющих масс и их движения. Тела, создающие гравитационное поле, «искривляют» реальное трехмерное пространство, причём тем сильнее, чем больше тяготеющая масса, а также по-разному меняют ход времени в его различных точках. Фактически это означает отклонение метрики пространства времени вблизи тела большой массы от метрики «плоского» пространства-времени, описываемого геометрией Евклида.

По Эйнштейну, *гравитационная масса, фигурирующая в законе Всемирного тяготения, эквивалентна инертной массе из второго закона Ньютона*. Поэтому движение тела в поле тяготения оказывается возможным рассматривать как движение по инерции, но в «искривленном» (неевклидовом) пространстве-времени. Соответственно материальная точка, на которую дей-

ствует гравитационное поле, движется в реальном трехмерном пространстве неравномерно и непрямолинейно.

Любопытно, что в релятивистской теории тяготения для произвольных гравитационных полей *принцип суперпозиции не выполняется*. Оказалось, что этот принцип, как и вся нерелятивистская теория тяготения, достаточно точен только в случае слабых полей и движений в этих полях с малыми скоростями, много меньшими скорости света.

16.2.2 Электромагнитное взаимодействие

Электромагнитное взаимодействие в отличие от гравитационного, которое всегда выступает в виде притяжения, может проявляться и как притяжение (между разноименными зарядами), и как отталкивание (между одинаковыми зарядами).

Благодаря электромагнитным связям возникают атомы, молекулы и макроскопические тела. Все химические реакции представляют собой проявление электромагнитных взаимодействий, являются результатом перераспределения связей между атомами в молекулах, перестройки электронных оболочек атомов и молекул, а также количества и состава атомов в молекулах разных веществ. Изучением этих процессов занимается химия.

В основе классической теории электромагнетизма лежат закон Кулона, уравнения Максвелла и др. Современная физика создала более совершенную и точную теорию электромагнетизма, в которой учтены и квантово-полевые аспекты явления. Эта теория названа квантовой электродинамикой. Для электромагнитного взаимодействия, как мы знаем, характерен корпускулярно-волновой дуализм, частицей-переносчиком этого вида взаимодействия является *фотон*.

16.2.3 Сильное взаимодействие

Этот тип взаимодействия лежит в основе ядерных сил и сил, объединяющих кварки в адроны. Сами ядерные силы, связывающие нуклоны в ядрах, фундаментальными не считаются,

поскольку они являются проявлением результатов сильного взаимодействия между кварками. По аналогии можно вспомнить, что мы говорим о силах химической связи между атомами в молекулах, понимая, что эти силы также не являются фундаментальными: они лишь отголосок сил электромагнитного взаимодействия электронов и ядер атомов. Как мы отмечали, данный тип взаимодействия проявляется лишь на расстояниях, меньших 10^{-15} м.

Источником сильного взаимодействия являются *цветовые заряды*, частицами-переносчиками этого взаимодействия служат *глюоны* (их существует восемь типов). Глюоны как бы «склеивают» кварки вместе, и поэтому по отдельности те существовать не могут, а встречаются лишь в виде комбинаций (образуя адроны).

В целом теория сильных взаимодействий (квантовая хромодинамика) находится в процессе создания.

16.2.4 Слабое взаимодействие

Это – четвёртый тип фундаментальных взаимодействий, существующее только в микромире. Оно ответственно за превращение некоторых типов элементарных частиц в другие. Радиус действия слабого взаимодействия ещё меньше, чем сильного (10^{-17} м).

Типичный пример слабого взаимодействия – процесс бета-распада, в ходе которого свободный нейтрон распадается на протон, электрон и электронное антинейтрино: нейтрон состоит из одного *u*-кварка и двух *d*-кварков, и его распад вызывается превращением внутри нейтрона кварка аромата *d* в кварк аромата *u*. Возникает комбинация (*u u d*) – протон; вылетающий электрон обеспечивает сохранение суммарного электрического заряда, а антинейтрино позволяет сохранить суммарный импульс системы.

При слабом взаимодействии нарушаются некоторые из *законов симметрии*, проявляющиеся на уровне макромира. Так, например, зеркальное отражение уже не также вероятно, как и оригинал (этот эффект называют нарушением «четности»).

В настоящее время не очень понятно (так же, как и в случае с фундаментальными частицами третьего поколения), насколько кардинально сказалось бы на нашей Вселенной полное отсутствие этого взаимодействия. Хотя всё же можно отметить, что объясняя причины возникновения потоков нейтрино, долетающих на Землю от Солнца, обычно предполагают, что на Солнце идут (в частности) реакции β -распада, за которые как раз и ответственно слабое взаимодействие. Так что если бы этого взаимодействия в природе не было, Солнце, судя по всему, не светило бы (со всеми вытекающими для нас последствиями).

16.2.5 Сопоставление четырёх типов взаимодействий

Согласно квантовой теории, каждому виду фундаментального взаимодействия соответствуют свои частицы-переносчики этого взаимодействия. Число таких частиц у каждого типа взаимодействий своё; неодинаковыми такие взаимодействия оказываются по силе и по радиусу действия. Некоторая информация об этих частицах объединена в таблицу 16.3*.

Таблица 16.3

Название взаимодействия	Частицы-переносчики взаимодействия	Число типов частиц	Характерная сила взаимодействия (отн. ед.)	Радиус действия, м
Сильное	Глюоны	8	1	10^{-15}
Электромагнитное	Фотоны	1	10^{-2}	∞
Слабое	Промежуточные (векторные) бозоны	3	10^{-10}	10^{-17}
Гравитационное	Гравитоны (?)	1	10^{-38}	∞

* Адроны принимают участие во всех четырёх типах взаимодействий; лептоны не участвуют в сильном взаимодействии. Глюоны, фотоны и промежуточные бозоны участвуют в том типе взаимодействий, за который ответственны, а также в гравитационном.

Кроме того, в Стандартной модели с необходимостью присутствует ещё одна частица: бозон Хиггса. По теории эта частица является проявлением «поля Хиггса», и её взаимодействие со всеми другими частицами позволяет им иметь массу. Первые опыты, указывающие на реальную возможность существования этой частицы были выполнены в 2012 году, а в начале 2016 года в литературе появились сообщения о том, что бозон Хиггса удалось зарегистрировать в экспериментах на Большом адронном коллайдере.

По мере развития представлений о природе фундаментальных взаимодействий, стала вырисовываться перспектива их возможного объединения на одной основе. Прежде всего, выяснилось, что первоначально созданная теория слабого взаимодействия несовершенна. Возникли подозрения, что трудности теории удастся преодолеть, если допустить, что слабое и электромагнитное взаимодействия – это разные проявления одного взаимодействия наподобие того, как электричество и магнетизм – два проявления единой сущности. Эту идею в 60-х годах воплотили в теорию С. Вайнберг и А. Салам.

Эта теория исходит из предположения о существовании единого фундаментального «электрослабого» заряда, отвечающего одновременно и за слабое и за электромагнитное взаимодействия. При очень высоких температурах (энергиях) структура вакуума нарушается и не может помешать проявлению свойств такого заряда. В этой области энергий слабое и электромагнитное взаимодействия сливаются воедино, а электрослабый заряд порождает общее поле, квантом которого служит безмассовая бозонная частица с бесконечным радиусом действия. Однако при понижении температуры наступает критический момент, после которого вакуум переходит в иную, более упорядоченную модификацию, что меняет характер его взаимодействия с электрослабым зарядом. В результате заряд распадается на две компоненты, одна из которых предстает в виде электромагнитного заряда, а другая – в виде «слабого» заряда. Безмассовая бозонная частица распадается на четыре составляющих: на один бозон, являющийся частицей – переносчиком электромагнитного взаимодействия (фотон) и ещё

три бозона, ответственных за слабое взаимодействие. В отличие от фотона (не имеющего массы покоя) эти бозоны имеют массу, получив её в результате взаимодействия со структурой модифицированного вакуума.

Теория электрослабого взаимодействия влечет ряд следствий, допускающих экспериментальную проверку. Так, она предсказала значения масс векторных бозонов, которые были подтверждены в ходе экспериментов на ускорителе. Руководителям этого эксперимента была присуждена Нобелевская премия в 1984 г.

Заветная мечта всех физиков – выявить универсальность всех фундаментальных сил, объединить все физические взаимодействия в одной теории. Объединение электромагнитного и слабого взаимодействия в единое электрослабое стало первым обнадеживающим успехом на этом пути. Небезуспешны попытки создать теорию Великого объединения (так называется теория объединения электромагнитного, слабого и сильного взаимодействий). Еще более грандиозна идея объединения всех четырех фундаментальных взаимодействий, включая гравитацию. Соответствующие теоретические построения называют Суперобъединением.

Сегодня физики считают, что они смогут создать эту теорию на основе появившейся недавно *теории суперструн*. Пионерами в создании этой теории явились М. Грин (Великобритания) и Дж. Шварц (США); в нашей стране большой вклад в её разработку внёс академик Я.Б. Зельдович. Предполагается, что данная теория должна объединить все фундаментальные взаимодействия при сверхвысоких энергиях.

Новая теория описывает некие протяженные объекты «струны» – пространственно одномерные отрезки с характерным размером 10^{-33} см. Предполагается, что на таких малых расстояниях должны проявляться шесть дополнительных пространственных измерений, которые в отличие от обычных четырех измерений свернуты в точки, замкнуты, ограничены в определенных областях и не распространяются в область макромира.

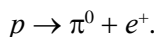
Данная теория является следствием объединения квантовой теории поля с общей теорией относительности. Понятие струн

в ней становится синонимом понятия микрочастицы или вообще локализованного в пространстве объекта. Все частицы, которые мы знаем и, может быть, откроем в будущем, представляют собой определенное возбужденное состояние некой «струны». Такие возбужденные состояния струн можно сравнить с набором звуков, вызываемых колебанием струны, например, скрипки. Более высокие звуки можно сопоставить с новыми частицами, с массой, большей массы предыдущих частиц. Введение понятия струны полностью исключает точечные представления из структуры микромира, и, по сути, эта теория сводит физику к геометрии очень сложных пространств.

Теория суперструн тесно связана с новыми представлениями о симметрии – с концепцией суперсимметрии, открытой в 60 – 70-х гг. XX века, которая связала между собой бозоны и фермионы. Преобразования суперсимметрии переводят их друг в друга, и также связывают физику с геометрией.

Теория суперструн ведет к некоторым нетривиальным следствиям. Так, среди порожденных струнами элементарных частиц должны быть по расчетам гипотетические частицы тахионы – движущиеся со скоростью, большей скорости света. Как следствие этой теории возникает и представление о «теневом» мире – объяснение открытого астрономами факта что галактики и скопления галактик содержат большую массу, невидимого вещества, в десятки раз превосходящую массу самих галактик.

Еще одно следствие теории, которое, в принципе, может быть проверено в эксперименте – вывод о принципиальной нестабильности протона. До сих пор распадов протона не фиксировалось, однако, согласно теории, эта частица обладает хотя и очень большим, но всё же конечным временем жизни: период полураспада протона должен составлять $10^{30\pm 3}$ лет, после чего протон должен распадаться на π^0 - мезон и позитрон:



Попытки зафиксировать распад протона (и тем самым, подтвердить справедливость взглядов на теорию Великого объединения) продолжаются.

В заключение подведём итог: согласно современным представлениям, к элементарным можно отнести: 6 лептонов и 6 соответствующих им антилептонов, 18 кварков (6 кварков по 3 цвета каждый) и, соответственно, 18 антикварков, а также – 12 бозонов (частиц-переносчиков фундаментальных взаимодействий) и бозон Хиггса.

Вопросы для повторения

1. Приведите классификацию элементарных частиц. Сколько всего типов таких частиц известно в настоящее время?
2. Известно, что мюоны, рождающиеся под действием космического излучения в слоях атмосферы, расположенных на высоте около 100 км, несмотря на малое время жизни ($2,2 \cdot 10^{-6}$ с) всё же регистрируются на поверхности нашей планеты. Казалось бы, двигаясь даже со скоростью света ($3 \cdot 10^8$ м/с), они должны были бы за время жизни успеть пролететь лишь около 660 м, но они всё же пролетают до земли все 100 км. Как такое может быть? Неужели их скорость больше скорости света?
3. Чем обусловлено деление кварков и лептонов на три «поколения»?
4. Что такое «аннигиляция»? Запишите формулу – пример такого процесса.
5. Из каких частиц должен состоять атом антигелия?
6. Дайте краткую характеристику существующим типам фундаментальных взаимодействий. Какие частицы являются их переносчиками?
7. О каком объединении идёт речь, когда мы говорим о теории «Великого объединения» и о теории «Суперобъединения»?
8. Объясните, как изменился бы мир, если б исчез хотя бы один из четырёх типов фундаментальных взаимодействий.

17.1 Эволюция взглядов на строение Вселенной

Развитие науки в целом и физики в частности всегда сопровождалось созданием теорий, которыми человек пытался объяснить не только конкретные явления природы, но свойства окружающего нас мира в целом. По мере накопления научных знаний, представления об этом мире существенно менялись, примером чего является эволюция взглядов на строение окружающей нас Вселенной в целом.

Оставив в стороне представления о плоской Земле, первой серьёзной теорией, описывающей строение Вселенной можно считать геоцентрическую модель мира, связываемую с именем Птолемея. Следующие существенные шаги – модель Н. Коперника, поместившего в центр Вселенной не Землю, а Солнце*, и догадка Д. Бруно о её бесконечности. По настоящему научный подход к описанию окружающего нас мира стал возможен, однако, с созданием основ классической механики и открытием И. Ньютоном закона Всемирного тяготения. Успехи физики и астрономии позволили утвердиться точке зрения, согласно которой *Вселенная является бесконечной в пространстве и во времени*. Космические объекты рождаются, развиваются, разрушаются, им на смену приходят новые: так было всегда и везде, и так всегда и везде будет. Однако такая точка зрения столкнулась с серией существенных проблем, которые поставили под сомнение её справедливость. Перечислим основные из них.

Фотометрический парадокс

Если Вселенная бесконечна и содержит бесконечное число звёзд, то тогда в любой точке неба мы могли бы наблюдать

* По ходу дела заметим, что гелиоцентрической системой пользовались в своих расчётах ещё египетские жрецы, а в храме Веста в Древнем Риме в 700 году до нашей эры даже существовал планетарий, в центре которого находился огонь, символизирующий Солнце, а вокруг него вручную переносили символы планет.

свечение (либо самих звёзд, либо нагреваемых ими объектов). Ночи как таковой не должно было бы быть, да и днём, поскольку многие звёзды обладают большей яркостью, чем Солнце, на фоне яркого светящегося неба наше светило должно было бы казаться тусклым фонариком. Ничего подобного, однако, не наблюдается, и это заставляет задуматься: действительно ли число звёзд во Вселенной бесконечно велико?

Гравитационный парадокс

Если число объектов во Вселенной бесконечно, и они распределены по ней равномерно, то общая сила их гравитационного воздействия на любое тело вокруг нас (и на нас самих) должна быть несравненно больше притяжения со стороны Земли. Поскольку ничего подобного ни на Земле, ни в видимой части Вселенной не наблюдается, приходится также сделать вывод о том, что общее количество небесных тел ограничено.

Термодинамический парадокс

Из второго закона термодинамики следует, что энтропия в изолированной системе со временем возрастает, а сама система стремится перейти в термодинамически наиболее вероятное состояние, которым является хаос. Во Вселенной, которая существует бесконечно долго, такой хаос (соответствующий равномерному распределению по пространству вещества и энергии) должен был бы наступить давным-давно. Данное утверждение носит название утверждения о неизбежности тепловой смерти Вселенной: нетрудно видеть, однако, что окружающий нас мир от хаоса далёк, и говорить о тепловой смерти не приходится.

Фотометрический, гравитационный и термодинамический парадоксы заставили ученых усомниться в справедливости утверждения о бесконечности и вечности Вселенной. Для преодоления возникшего противоречия в 1917 г. А. Эйнштейн выдвинул гипотезу, согласно которой наша Вселенная хотя и *не имеет границ, но, тем не менее, конечна*. Согласно этой гипотезе, наше пространство характеризуется не тремя, а четырьмя измерениями и замкнуто в этом четвёртом измерении. Подобно тому, как двумерную поверхность можно изогнуть в третьем

измерении, изготовив из неё, например, сферу, которая не имеет границ, но характеризуется конечной площадью, наша Вселенная представляет собой четырёхмерную сферу, объем которой может быть выражен хотя и очень большим, но всё же конечным числом кубических метров. Такая Вселенная, естественно, содержит конечное число объектов, и поэтому фотометрический и гравитационный парадоксы к ней просто неприменимы.

Что же касается термодинамического парадокса, то он сохраняет свою силу и в модели Эйнштейна: за бесконечно долгое время в такой Вселенной должна давно наступить тепловая смерть.

Выход из создавшейся ситуации был найден в 1922 г. советским физиком А. Фридманом, который, анализируя уравнения Эйнштейна, показал, что они допускают наличие решения, зависящего от времени. Возможны три варианта: Вселенная непрерывно расширяется (при этом расширяется само пространство), непрерывно сжимается или испытывает чередующиеся циклы сжатия и расширения. Экспериментальное доказательство того, что Вселенная именно расширяется, было получено в 1929 г. американским астрономом Хабблом, который открыл красное смещение линий в спектрах свечения галактик. Данный эффект истолковывается как следствие эффекта Доплера (изменения длины световых волн из-за движения источника излучения и наблюдателя по отношению друг к другу). Было обнаружено, что скорость удаления галактик v друг от друга линейно увеличивается с ростом межгалактического расстояния L :

$$v = HL, \quad (18.1)$$

где коэффициент $H = (50 \div 100) \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк}^*)$ получил название постоянной Хаббла. С учётом того, что самые далёкие галактики уносятся от нас со скоростью, приближающейся к скорости света, легко найти время t , которое должно было бы пройти с

* Здесь использована единица длины *парсек* – расстояние до звезды, годичный параллакс которой составляет одну угловую секунду; $1 \text{ пк} \approx 3,3$ световых года или около $3 \cdot 10^{16} \text{ м}$.

начала разлёта: $t = L/v = ct/c = 1/H$, оно составляет около $10 \div 20$ миллиардов лет и, по существу, даёт представление о *возрасте Вселенной*.

В рамках модели расширяющейся Вселенной можно поставить два вопроса: как начался процесс этого расширения и что ожидает нашу Вселенную в будущем?

Что касается второго вопроса, то будущее Вселенной оказалось зависящим от её массы. Дело в том, что происходящее расширение тормозится силами гравитационного притяжения, которые действуют даже на очень больших расстояниях. При этом если масса Вселенной (правильнее говорить о средней плотности вещества в ней ρ) превышает некоторое критическое

значение: $\rho_{\text{кр}} = \frac{3H^2}{8\pi G} \approx (5 \div 20) \cdot 10^{-27} \text{ кг/м}^3$, то расширение со

временем должно прекратиться и затем смениться сжатием. Если же $\rho < \rho_{\text{кр}}$, то расширение будет продолжаться бесконечно долго, случаю $\rho = \rho_{\text{кр}}$ соответствует ситуация, при которой расширение со временем практически прекратится и скорость разбегания галактик становится равной нулю. Численные оценки показывают, что и ρ и $\rho_{\text{кр}}$ имеют один порядок величины, но какой из этих параметров больше пока определённо сказать нельзя*.

Не менее интересен вопрос о том, с чего началось расширение, и как менялась сама Вселенная в ходе этого процесса. Современные физика и космология объясняют возникновение Вселенной с помощью *теории Большого взрыва*, в основе которой лежат работы Ж. Леметра, Г.А. Гамова и других учёных.

* Измерения последних десятилетий говорят о том, что расширение Вселенной не замедляется, а ускоряется. Для объяснения этого необычного факта приходится вводить понятия *тёмной материи* и *тёмной энергии*. На сегодняшний день, однако, предположение о существовании таких объектов, по сути, представляет собой замену объяснения одного непонятого явления (ускоряющегося расширения Вселенной) другими не менее непонятными, поскольку ни то, что такое тёмная материя, ни то, что такое тёмная энергия нам не известно.

17.2 Возникновение и эволюция Вселенной

Согласно современным представлениям примерно 13,75 млрд. лет назад вся наблюдаемая нами Вселенная была сжата в комочек бесконечно малого диаметра и, соответственно бесконечно большой плотности. Такое начальное состояние получило название *сингулярности*, в теории оно получается как некоторый предельный переход в математических расчётах, и поэтому известные законы физики к описанию данного состояния неприменимы. По этой же причине пока нельзя сказать, что послужило причиной пребывания материи в данном состоянии, что происходило до момента взрыва, и почему он случился. Ответы на эти вопросы получить крайне сложно, поскольку невозможно поставить соответствующий эксперимент или хотя бы пронаблюдать естественное возникновение новой Вселенной для того, чтобы сверить наши теоретические построения с тем, что имеет место на самом деле. С другой стороны, чем дальше мы уходим по шкале времени от момента взрыва, тем большую определённости приобретают наши предположения, тем обширнее становится фактический материал, используемый для построения теории. Экспериментальные данные представляют астрономические наблюдения, эксперименты на ускорителях элементарных частиц, исследования, связанные с регистрацией высокоэнергетического космического излучения и т.д. Описание процесса эволюции Вселенной становится всё более и более обоснованным.

Но вернёмся к «началу». Итак, по какой-то причине (предлагаются разные варианты её формулировки) произошёл взрыв в точке сингулярности. В течение примерно 10^{-33} с (соответствующий промежуток времени называют *инфляционным периодом*) возникают пространство и время, выделяется энергия, которая разогревает Вселенную по меньшей мере до 10^{27} К. При такой температуре нет различий между кварками и лептонами, вместо электромагнитного, сильного и слабого взаимодействий есть лишь одно, переносчиком которого является частица лишь одного типа (так называемый Х-бозон). Начиная с этого момента, собственно и начинается сопровождающееся постепенным остыванием расширение Вселенной, процесс, который

продолжается и в наше время. Кратко опишем основные этапы этого расширения.

Первый этап

Начало остывания сопровождается *отделением кварков от лептонов и распадом единого X-бозона* на глюоны и безмассовый бозон-переносчик электрослабого взаимодействия. При этом оказалось, что число кварков и лептонов несколько превышает число антикварков и антилептонов (примерно на одну штуку на каждый миллиард частиц). Существовавшую в эти мгновения систему взаимодействующих друг с другом кварков и глюонов можно рассматривать, как ещё одно агрегатное состояние вещества*: кварк-глюонную плазму. Справедливость данного предположения уже подтверждена экспериментально в Центре европейских ядерных исследований (ЦЕРН). Идея опыта заключалась в достижении огромного давления и высокой (более 10^{12} К) температуры путём лобового столкновения пучков ядер свинца, разогнанных навстречу друг другу до скорости, близкой к скорости света: в этих экспериментах и было зафиксировано возникновение кварк-глюонной плазмы.

Через 10^{-10} с температура снизилась настолько, что безмассовый бозон-переносчик электрослабого взаимодействия *разделился на безмассовый фотон и три тяжелых векторных бозона*. Таким образом, электрослабое взаимодействие разделилось на слабое и электромагнитное, то есть во Вселенной утвердились все четыре известные ныне науке фундаментальные взаимодействия. Примерно через $20 \div 30$ мкс после Большого взрыва *прекращается свободное существование кварков и глюонов*, они сливаются в адроны (в наше время, возможно, кварк-глюонная плазма существует лишь в недрах нейтронных звёзд).

В течение первых 15 с после «начала» температура Вселенной понижается до $3 \cdot 10^9$ К. За это время происходит *аннигиляция частиц и античастиц*: в результате аннигиляции рождаются

*Напомним, что обычно выделяют четыре агрегатных состояния вещества: твёрдое тело, жидкость, газ и электрон-ионная плазма.

ся γ -кванты, выделяется энергия. С поглощением энергии происходят реакции превращения *протонов в нейтроны*. Поскольку общее число возникших в результате Большого взрыва частиц больше, чем античастиц, в дальнейшем построение Вселенной идёт из вещества, а не из антивещества.

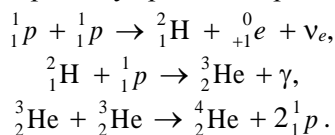
После снижения температуры до 10^9 К (примерно через 3 мин после «начала») нейтроны и протоны получают возможность объединяться в устойчивые образования – *ядра* атома гелия и его изотопов, ядра дейтерия, трития. Затем почти 500 тысяч лет идёт медленное остывание примерно до 3000 К, температуры, при которой ядра водорода и гелия могут захватить и удержать около себя электроны. Появляются первые *атомы*: водорода и гелия. В результате Вселенная оказывается однородной разрежённой смесью трёх почти не взаимодействующих друг с другом субстанций: лептонов, барионного вещества (атомов водорода, гелия и их изотопов), а также квантов электромагнитного излучения – фотонов. Данное излучение получило название *реликтового*. Экспериментально это излучение (а оно не связано с каким-либо конкретным источником и фиксируется на Землю поступающим равномерно из всех точек пространства) было обнаружено в 1964 году. По мере остывания Вселенной его энергия падала, и в настоящее время она соответствует температуре 3 К (или длинам электромагнитных волн сантиметрового диапазона). Обнаружение реликтового излучения явилось серьёзным аргументом в пользу концепции Большого взрыва.

Казалось бы, возникшую Вселенную – смесь лептонов, простейших атомов и фотонного газа – ждёт постепенное остывание и ничего более. Однако здесь начинается второй этап формирования Вселенной – переход от однородной смеси к системе, обладающей определённой внутренней структурой. Такой переход занял от 1 до 3 млрд. лет.

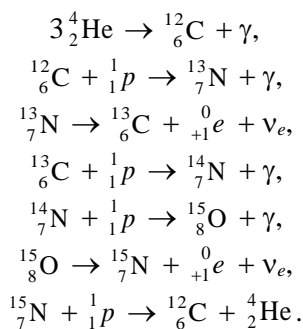
Второй этап

В расширяющейся Вселенной случайным образом возникают уплотнения вещества, силы тяготения внутри которых (из-за большей массы уплотнений) проявляют себя сильнее. Это

означает, что уплотнения начинают активнее притягивать к себе окружающее вещество: возникают водородно-гелиевые облака, которые под действием гравитационных сил начинают сжиматься. Сжатие газа сопровождается повышением его температуры, и если масса скопления достаточно велика (больше 0,08 массы Солнца), температура оказывается настолько большой, что начинаются термоядерные реакции синтеза. Температура объекта резко подскакивает, возникают *звезда первого поколения*, внутри которой идут реакции протонного цикла:



Пока температура звезды высока, кинетической энергии частиц, из которых она состоит, достаточно велика, чтобы не дать силам тяготения сжать вещество ещё больше. Но по мере «выгорания» топлива температура начинает снижаться, а, значит, звезда начинает сжиматься. Но сжатие означает новое повышение температуры, которое оказывается достаточным для того, чтобы начались термоядерные реакции вида



Так в результате термоядерных реакций и постепенного уплотнения ядра звезды образуются ядра атомов элементов первой половины таблицы Менделеева (до железа) и излучается энергия. Образование более тяжёлых ядер требует поглощения энергии, поэтому термоядерные реакции в глубине звезды прекращаются, и она начинает остывать.

Дальнейшая судьба звезды зависит от её массы. Если масса невелика, сжавшаяся звезда – карлик постепенно погаснет. Если масса достаточно велика, гравитационные силы сожмут звезду, причём сжатие может быть как постепенным, так и достаточно быстрым. В последнем случае температура опять может резко возрасти, и процесс приобретёт характер взрыва. Вещество звезды разлетается в пространстве, взрыв сопровождается вспышкой (на небосклоне на короткое время загорается *сверхновая звезда*), а часть выделившейся энергии расходуется на синтез ядер элементов второй половины таблицы Менделеева. Таким образом, массивные звёзды первого поколения являются «фабриками» по производству ядер элементов всей таблицы Менделеева. Эти ядра, разлетевшись в разные стороны, со временем вновь образуют уплотнения: возникают звёзды *второго поколения и планеты*.

Судьба звёзд второго поколения во многом сходна с судьбой их предшественниц (постепенное выгорание топлива, превращение в карлик, или сильное сжатие – постепенное или со взрывом). Наше *Солнце* является звездой второго (а может быть, даже третьего) поколения.

Сильное сжатие (которое может происходить при взрыве) приводит к образованию любопытных космических объектов – нейтронных звёзд и чёрных дыр. При массе более 1,4 масс Солнца силы тяготения оказываются достаточно большими для того, чтобы объединить электроны с протонами: возникают нейтроны. Вещество *нейтронной звезды* – не атомы, а нейтроны, находящиеся друг от друга на расстояниях, характерных для нуклонов в ядре. Плотность такого вещества оказывается колоссальной (примерно $2,4 \cdot 10^{17}$ кг/м³), причём для описания его свойств требуется использовать квантовую механику в совокупности со статистикой Ферми-Дирака, поскольку нейтроны являются фермионами. В частности, именно квантовомеханические силы отталкивания между нейтронами (частицами – «индивидуалистами») компенсируют силы гравитационного сжатия внутри звезды. Нейтронные звёзды – объекты, существование которых во Вселенной уже подтверждено астрономическими наблюдениями (это так называемые «пульсары»).

Если масса космического объекта превышает $2 \div 3$ массы Солнца, то образуется *черная дыра*. Сила тяготения её столь велика, что энергии фотонов не хватает для того, чтобы свет, испущенный чёрной дырой, мог покинуть сферу её притяжения. Это означает, что увидеть такой объект в принципе невозможно, и поэтому до сих пор нет полной уверенности, что те небесные объекты, которые относятся астрономами к чёрным дырам, действительно являются таковыми. Идентификация проводится по косвенным признакам: массивные объекты, будучи даже невидимыми, должны исказить траектории движения близлежащих звёзд, и такие искажения в ряде случаев действительно наблюдаются. Есть ещё один признак: обладая сильным гравитационным полем, чёрная дыра захватывает оказавшиеся поблизости объекты, например, – протоны. Попадая в её поле, протоны начинают двигаться с ускорением, а заряженные частицы, движущиеся с ускорением, как известно, испускают электромагнитные волны, которые уже можно зафиксировать. Таким образом, о существовании чёрной дыры можно сделать вывод по поведению её окружения.

17.3 Проблемы современной космологии

Существенным прорывом в методике экспериментальных исследований в области космологии стало использование для этих целей автоматических космических обсерваторий. Изучение полученных за последние десятилетия данных показало, что физика находится на пороге новых открытий, способных перевернуть наше представление об устройстве Вселенной. Попытки описать движение удалённых галактик с помощью закона Всемирного тяготения привели к пониманию того, что всё видимое вещество, которое мы описали с помощью набора шести десятков элементарных частиц, должно составлять не более 5 % от всей материи Вселенной. По расчётам 25 % Вселенной должно приходиться на материю, которую мы почему-то не наблюдаем. Природа этой *темной материи* пока неизвестна. Более того, ещё 70 % материи Вселенной в форме энергии должно приходиться на так называемую *тёмную энергию*,

существование которой проявляется в том, что между галактиками, судя по всему, существуют не только силы гравитационного притяжения, но некие силы отталкивания, которые дают свой вклад в ускорение разбегания галактик. Возможно, ответы на вопросы о природе темной материи и темной энергии требуют более глубокого понимания, что такое гравитация вообще, какова реальная структура пространства-времени, существуют ли другие Вселенные и возможны ли переходы между ними. Если ответы на эти вопросы будут получены, то это станет величайшим открытием и решит вопрос о будущем нашей Вселенной, в том числе – человечества.

Есть ещё один не менее любопытный вопрос, волнующий учёных: почему наша Вселенная именно такова, какая она есть? В более строгой постановке этот вопрос звучит так: почему фундаментальные физические постоянные (такие, как скорость света c , гравитационная постоянная G , заряд e и масса электрона m_e и протона m_p , постоянная Планка h) имеют именно те значения, которые приведены во всех справочниках, а не другие, и как выглядела бы Вселенная, если бы эти значения оказались иными? Ведь численные значения перечисленных физических постоянных теоретически никак не обоснованы, они получены в результате экспериментов!

Естественный шаг в направлении решения данной проблемы – попытка анализа того, какими могли бы оказаться для Вселенной последствия изменения численных значений этих постоянных (по отдельности, или в неких комбинациях). Результаты соответствующих расчётов приводят к любопытному выводу: совсем небольших, в пределах 10 % ÷ 30 % отклонений значений c , G , e , m_e , m_p и h в ту или другую сторону достаточно для того, чтобы наша Вселенная оказалась настолько упрощенной системой, что ни о каком её направленном развитии не смогло бы идти и речи.

Так, например, оказывается, что увеличение постоянной Планка более чем на 15 % лишает протон возможности объединяться с нейтроном, то есть делает невозможным возникновение атомных ядер. Аналогичный результат получается, если на 30 % увеличить массу протона. Изменение значений этих же

физических постоянных в меньшую сторону открыло бы возможность образования настолько устойчивого ядра атома гелия, что практически все свободные протоны исчезли бы уже на ранних стадиях расширения Вселенной...

Следствием подобных вычислений явилась констатация удивительного факта наличия очень узких «ворот» для подходящих значений физических постоянных, допускающих возможность существования знакомой нам Вселенной. Понятно, что вероятность попадания значения каждой из физических постоянных в эти «ворота» крайне мала, а уж вероятность попадания в них всей совокупности значений c , G , e , m_e , m_p и h вместе кажется практически равной нулю. В связи с этим обоснованной оказывается постановка вопроса о существовании пока не познанных наукой закономерностей, которые приводят к вполне определённой организации Вселенной.

Для описания этой ситуации в 70-е годы XX века был предложен так называемый *антропный принцип*, допускающий две основных формулировки.

Первая формулировка получила название *слабого антропного принципа*. Предполагается, что Большой взрыв – лишь один из этапов эволюции Вселенной, в ходе каждого из которых возникали совершенно разные комбинации физических постоянных. На одном из этапов *случайно* реализовались именно те условия, которые необходимы для существования человека и знакомой ему окружающей действительности. Мы видим мир таким, какой он есть, и ничего иного нам увидеть не дано, поскольку в других условиях человека просто не будет существовать, как наблюдателя.

Более серьёзное содержание заложено в *сильном антропном принципе*, согласно которому Вселенная должна быть именно такой, чтобы в ней на некоторой стадии эволюции мог возникнуть наблюдатель. Другими словами наблюдаемая комбинация значений фундаментальных физических постоянных *не случайна*: существуют неизвестные нам пока закономерности, согласно которым эволюция Вселенной должна идти именно в том направлении, которое мы видим. При этом появление разума – не только закономерный шаг в развитии Вселенной, но

этот шаг имеет определённую цель, которая, возможно, каким-то образом должна проявиться в последующем процессе её развития.

Вопросы для повторения

1. Какие парадоксы возникают в рамках модели, основанной на предположении о бесконечности Вселенной в пространстве и во времени?
2. Какой смысл имеет критическое значение средней плотности вещества во Вселенной?
3. Приведите примеры фактов, свидетельствующих в пользу теории Большого взрыва.
4. Кратко опишите ход эволюции Вселенной с момента Большого взрыва.
5. Какие объекты называются звёздами первого поколения? Какова их роль в эволюции Вселенной?
6. Какие реакции протекают в недрах звёзд? Приведите примеры.
7. Опишите основные этапы эволюции звёзд.
8. Какие небесные объекты называются нейтронными звёздами и чёрными дырами? Каковы особенности этих объектов?
9. В чём заключается разница в формулировках слабого и сильного антропного принципа?

Приложение к разделу III

III-1 О трансурановых элементах

Мы уже говорили о том, что существуют ядра, обладающие повышенной стабильностью и которые содержат «магическое» число (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126) протонов или нейтронов. Самыми стабильными являются дважды магические ядра – с магическими числами как протонов, так и нейтронов. Из элементов, существующих на нашей планете, это гелий-4 (${}^4_2\text{He}$), кислород-16 (${}^{16}_8\text{O}$), изотопы кальция-40 (${}^{40}_{20}\text{Ca}$) и кальция-48 (${}^{48}_{20}\text{Ca}$), а также свинец-208 (${}^{208}_{82}\text{Pb}$). Согласно теории, именно эти ядра являются основой материального мира, а все остальные ядра – это отклонения, группирующиеся вокруг дважды магических ядер в «островки стабильности». Из расчётов следует, что следующий пик стабильности должен оказаться в районе под номерами 114 – 120, при этом в ядре должно содержаться 184 нейтрона.

Время жизни ядер подавляющего большинства трансурановых элементов составляет доли секунды и поэтому в природе их обнаружить не удастся: их можно лишь пытаться синтезировать на ускорителях элементарных частиц. Но период полураспада ядер некоторых элементов из нового островка по теории может составлять тысячи или даже миллионы лет, что, в принципе, позволяет говорить даже не об отдельных ядрах, а о веществе, построенном из этих ядер.

Продвижение в область элементов тяжелее 106 стало возможным после открытия в 1974 г. реакций «холодного слияния». В этих реакциях в качестве мишени используются магические ядра стабильных изотопов ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ или ${}^{209}_{83}\text{Bi}$, которые бомбардируются ионами тяжелее аргона. Разгон ядер необходим для преодоления сил кулоновского отталкивания; после слияния происходит перестройка нуклонов и возникает тяжёлое ядро суммарной массы.

Ядра с большим избытком нейтронов могут быть в принци-

пе получены, если в качестве мишеней использовать искусственные элементы: плутоний, америций или кюрий, нарабатываемые в ядерных реакторах, а в качестве снаряда – изотоп кальция-48 (${}^{48}_{20}\text{Ca}$).

Описанными способами, однако, пока удалось лишь приблизиться к краю «острова», и хотя крутой подъём «вверх» обнаружен, до его вершины ещё далеко. Экспериментаторам не хватает нейтронов в синтезируемых ядрах, для того чтобы приблизиться к оболочке с числом нейтронов, равным 184. Возможно, в будущем физики смогут использовать интенсивные пучки радиоактивных ионов, с числом нейтронов большим, чем у ядер ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, но для их получения необходимы ускорители, значительно более мощные (и дорогие), чем существующие.

Но к задаче поиска сверхтяжёлых элементов можно попытаться подойти и с другой стороны.

Если наиболее долгоживущие сверхтяжёлые ядра действительно имеет период полураспада $10^5 - 10^6$ лет, то не исключено, что они могут быть обнаружены в космических лучах, испускаемых сравнительно «молодыми» космическими объектами. Более того, если период полураспада таких ядер превышает 10^6 лет, то они могли бы всё ещё присутствовать и на нашей планете в некоторых геологических породах, сохранившись (пусть и в малых количествах) с момента образования Солнечной системы.

Таким образом, физика трансурановых элементов оказываются тесно связанной с другими областями науки: с астрофизикой и с геологией.

III-2 Ядерная энергия и транспортная техника

III-2.1 Атомный флот, авиация, автомобильный транспорт, космические аппараты

Подобно тому, как первые паровые машины были созданы для использования лишь в стационарных условиях (они устанавливались в шахтах, на фабриках, заводах) и их применение в качестве двигателей транспортных средств началось значительно (почти на 80 лет) позже, так и мобильные ядерные установки начали создавать позднее их стационарных аналогов.

В начале 50-х годов атомную энергию предполагалось использовать исключительно для военной техники. Так, в 1954 году в США была спущена на воду первая атомная подводная лодка (в СССР первая атомная субмарина была создана в 1957 году); первый атомный крейсер в США появился в 1961 году (в СССР – в 1974 году). В начале 60-х годов и в США и в СССР проводились работы по созданию сверхдальних бомбардировщиков с ядерной силовой установкой*, а с середины 60-х годов ядерные реакторы стали использоваться на космических аппаратах, прежде всего – на спутниках разведки (с 1965 г. в США, с 1970 г. – в СССР).

Предпринимались попытки использовать ядерные силовые установки в танкостроении (США, начало 50-х, начало 60-х – СССР), однако развития эти работы не получили.

Начало использованию «мирного атома» на транспорте положил спуск в нашей стране на воду первого в мире атомного

* Программы разработки атомолётов в США и СССР были закрыты в середине 1960-х годов, так как развитие получили более дешёвые технологии: дозаправка в воздухе лишила этот проект преимущества неограниченного полёта, а баллистические ракеты большой дальности и высокой точности резко снизили ценность идеи создания тяжёлого бомбардировщика. Однако в настоящее время работы по созданию лёгких авиационных атомных силовых установок возобновлены: их предлагается использовать для разведывательных беспилотных летательных аппаратов, способных месяцами находиться в воздухе на относительно малых (по сравнению со спутниками) высотах (до 10 км).

ледокола «Ленин» (1959 год). За прошедшие с того времени годы атомные ледоколы строились только в СССР и в России.

В 1958 году в США был разработан первый концепт-кар, предусматривающий использование атомного двигателя на автомобиле (до воплощения макета в виде опытного образца дело, правда, не дошло). А в СССР атомный легковой автомобиль даже дошёл до стадии испытаний (1965 год).

В наши дни в России в федеральную космическую программу Роскосмоса включен проект ракетного ядерного двигателя, способного, в частности, резко сократить время полёта до Марса. Планируется, что разработка этой силовой установки должна занять около пяти лет, а значит, первый образец ядерного двигателя для космоса мы можем увидеть в 2020 году. Аналогичные работы ведутся и в США.

III-2.2 Атомная физика – железнодорожному транспорту [5]

На железнодорожном транспорте внедряются всё новые и новые достижения науки и техники. Среди них – и воплощённые в «железо» идеи вроде бы далеких от применения в обычной жизни областей физики: атомной и ядерной. Так, например, с помощью проникающего радиоактивного излучения (коротковолнового электромагнитного – рентгеновского и γ -излучения) соответствующие дефектоскопы выявляют трещины, коррозию глубоко внутри деталей. Как γ -излучение, так и β -излучение (поток электронов), используются в радиоизотопных датчиках, которые могут контролировать уровень наполнения топливных баков тепловозов, железнодорожных цистерн, уровень песка в раздаточных бункерах на железнодорожных станциях. Источник радиоактивного излучения (на основе изотопа кобальт-60 или изотопа стронций-90), а также приемник (ионизационная камера, газоразрядный или сцинтилляционный счетчик вспышек света) помещаются напротив друг друга на определенном уровне в контролируемой ёмкости. При достижении этого уровня заполняемым ёмкость веществом, излучение, вышедшее из источника, начинает ослабляться, поглощаясь в веществе. Ослабление особенно заметно для β -

излучения, которое обладает небольшой проникающей способностью. Приемник регистрирует изменение потока излучения и подает сигнал на реле, выключающее устройство подачи продукта в емкость.

Измеряя величину поглощаемого средой радиоактивного излучения, можно следить за плотностью, увлажнённостью материалов, в частности, щебёночного балластного слоя пути. Пожарные датчики, в работе которых лежит тот же принцип, реагируют на появление в воздухе продуктов горения.

Радиоизотопные датчики используются и для контроля передвижения локомотивов на конвейере при их сборке, и для регистрации подхода состава к станции, и счета элементов подвижного состава при роспуске вагонов с горки. В этих случаях источник радиации располагается на рельсе, а приемник – или сбоку у рельса (гребень движущегося по рельсам колеса будет прерывать поток излучения от источника), или на самом движущемся элементе состава (поток излучения источника фиксируется проходящим над ним приемником).

С помощью радиоактивного излучения определяют также степень износа рельсов, колес, подшипников, шестерней и других элементов подвижного состава. Рентгеновская и радиоактивная дефектоскопия даёт изображение дефекта в рентгеновских и γ -лучах. Используется и метод радиоактивных индикаторов (меченых атомов), основанный на том, что деталь с нанесенным на поверхность радиоактивным веществом, или предварительно активированная пучком быстрых частиц, становится источником излучения. Степень износа детали определяют по изменению интенсивности радиоактивного излучения самой детали или смазки, в которую с детали попадают частички радиоактивного вещества в процессе работы.

За степенью износа можно следить и с помощью метода активационного анализа, в котором анализируется характер радиоактивного излучения предварительно облучённых потоками нейтронов масла, смазки и других, бывших в соприкосновении с контролируемой деталью объектов.

Применяются на железнодорожном транспорте и радиоактивные светосоставы – они светятся (люминесцируют) под

действием испускаемого ими же самими α - и β -излучения. (Напомним, что α -излучение – поток ядер гелия.) Благодаря этому свечению обеспечивается хорошая видимость дорожных знаков, шкал и стрелок приборов. Причем такие светосоставы практически не опасны для человека, так как закрываются покрытиями из пластмасс или стекла, которые поглощают слабо проникающее α - и β -излучение. Сами же используемые радиоактивные вещества обладают сравнительно небольшим периодом полураспада, что облегчает решение проблемы утилизации приборов после выработки их ресурса. Типичные пример – циферблаты часов для водолазов и аквалангистов: в них используются люминесцентный состав, свечение которого возбуждается β -излучением трития (изотопа водорода ${}^3_1\text{H}$), период полураспада которого составляет 12,3 года. В 50-е годы XX века для подобных целей применялся светосостав на основе изотопа радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ с периодом полураспада 1,62 тыс. лет: часы уже приходили в негодность, их просто выбрасывали, но циферблаты-то по-прежнему «фонили»!

Несомненным удобством устройств, использующих радиоактивные излучения, является то, что для работы им не требуется дополнительного подвода энергии. При этом они могут эксплуатироваться в широком диапазоне температур, влажности и загрязненности воздуха, в условиях низкой освещенности и прочих экстремальных условиях.

Предпринимались попытки использования энергии, выделяемой при ядерных реакциях, и для передвижения по железной дороге. Ещё в 1955 году студенты МВТУ им. Н. Э. Баумана предложили использовать ядерный реактор на локомотиве. А в 1956 году подобный атомовоз был спроектирован в США. Правда, этот локомотив получился очень тяжёлым – 350 т, ведь почти половину его веса составлял сам ядерный реактор с соответствующей защитой, да и для его перемещения потребовалась особая широкая колея, раза в три большая, чем современная. В 1983 году в СССР начались разработки атомовоза мощностью 60 МВт. Но через два года работа была прекращена из-за многих проблем (опять-таки из-за большой массы и разме-

ров локомотива требовались более прочные рельсы, широкая колея – предлагалось даже пускать поезд по наружным рельсам двухпутки), не гарантирована была радиационная безопасность при аварии. Все были озабочены серьёзным вопросом: «А вот, если бы на перекрёстке столкнулись бы два «атомовоза», собралась бы вокруг них привычная толпа зевак или, наоборот, район аварии стал бы самым безлюдным местом?»

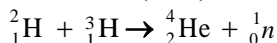
Использование и даже просто транспортировка радиоактивных веществ рождает массу проблем. Работающим с рентгеновскими аппаратами и радиоактивными дефектоскопами требуется соответствующая защита: экраны из свинца, просвинцованные стёкла, железобетонные преграды и так далее. Требуется постоянная проверка радиоактивности территории около железнодорожного полотна, ведь возможны потери радиоактивных веществ при их перевозках (эти потери необходимо исключить особыми мерами безопасности: контейнеры с перевозимыми радиоактивными материалами должны быть хорошо закреплены, выдерживать тряску; сыпучие материалы – щебень, песок, грунт, при условии, если они содержат радионуклиды, не должны высыпаться при транспортировке).

Отдельная проблема – утилизация радиоактивных материалов. Их ведь нельзя просто сжечь или выкинуть на помойку: они по-прежнему будут излучать радиацию, и это излучение может нанести непоправимый вред здоровью совершенно случайных людей. Поэтому на каждом предприятии, использующем такие материалы, ведётся их строгий учёт, а утилизацией их и приборов, в которых используются эти материалы, занимаются специализированные организации. Радиоактивные составы либо идут на переработку для повторного использования, либо помещаются в специальные хранилища, в которых и содержатся в течение времени, достаточного для того, чтобы радиация снизилась до безопасного уровня.

Мы видим: не всё так просто в работе с радиоактивностью. Но использовать энергию атома человечеству необходимо, в том числе и на железных дорогах, и особенно в тех местностях, где отсутствует электрификация и есть трудности с доставкой топлива. Однако делать это предстоит крайне аккуратно!

III-3 О «холодном» ядерном синтезе

Как мы говорили, протекание ядерных реакций синтеза требует больших температур, поэтому такие реакции и называют термоядерными. Тем больший интерес вызывают сообщения, авторы которых утверждают, что им удалось осуществить ядерную реакцию синтеза типа (15.2)



при обычной температуре. Подобный процесс получил название «холодного» ядерного синтеза.

Любопытны физические процессы, которые, по мысли авторов, должны приводить к тому, чтобы отталкивающиеся одноимённо заряженные ядра, даже не будучи разогнанными до больших скоростей, всё же смогли (естественно, в результате добавочного воздействия) сблизиться на расстояние, на котором начинают действовать ядерные силы притяжения.

Одна из идей заключается в том, чтобы использовать для сближения ядер свойство кристаллической решётки металла палладия поглощать большое количество атомов водорода (в частности, его изотопов – дейтерия и трития). Атомы располагаются в междоузлиях решётки, причем чисто статистически может оказаться, что дейтерий и тритий расположились в соседних ячейках. Если теперь начать деформировать кусок палладия, то в тех местах, где произойдёт сжатие решётки, с её стороны на атомы дейтерия и трития может подействовать большая сила, заставляющая ядра этих изотопов сблизиться до требуемого для начала синтеза расстояния.

Другая идея заключается в создании пены органических веществ-жидкостей, в состав молекул которых вместо обычного водорода предварительно были введены его изотопы. При «схлопывании» пузырьков в образующих их плёнке также возникают очень большие силы* (поверхностного натяжения), ко-

* Сходный эффект наблюдается при стирке с помощью ультразвуковой стиральной машины, а также при использовании бытовых устройств ультразвуковой очистки ювелирных изделий: силы поверхностного натяжения при разрыве пузырьков оказываются достаточными, чтобы оторвать частицы грязи от очищаемого объекта.

торые, по расчётам, также могут заставить сблизиться на нужную дистанцию случайно оказавшиеся рядом друг с другом участки органических молекул, содержащие ядра дейтерия и трития.

В этих и в других подобных случаях речь, конечно, идёт не о громадном числе инициируемых реакций (что привело бы к выделению очень большой энергии), а об отдельных событиях, связанных со слиянием ядер, и поэтому говорить даже о заметном энерговыделении не приходится. Что же тогда может являться свидетельством протекания таких реакций?

Дело в том, что одним из продуктов реакции (15.2) являются нейтроны. Это означает: если счётчик нейтронов, расположенный вблизи камеры, где «начался синтез», зарегистрирует поток нейтронов, превышающий обычное фоновое значение, то это и будет свидетельством в пользу существования «холодного синтеза».

В литературе (в том числе – в интернете) можно встретить достаточно много предложений конструкции установок, авторы которых, по их словам, осуществляют холодный синтез. Работы некоторых исследователей даже публиковались в солидных научных журналах, обсуждались специалистами на международных конференциях. До сих пор, однако, убедительных свидетельств о том, что холодный синтез возможен, нет: в одних случаях, как выясняется, была слишком большой ошибка измерений, в других – во внимание не были приняты некоторые сопутствующие эксперименту факторы, и т.д. Самое главное – результаты опытов не удаётся повторить никому, кроме самих авторов, что ставит под вопрос саму идею холодного синтеза.

III-4 О массе электронного нейтрино

Если посмотреть на таблицу 16.2, то можно заметить, что наименьшей массой из всех элементарных частиц обладает электронное нейтрино (его масса составляет менее 0,00004 от массы электрона). Но это ещё не всё! Во-первых, на самом деле в ходе экспериментов массу нейтрино напрямую измерить пока не удаётся и, во-вторых, в широко используемой физиками Стандартной модели строения и взаимодействий элементарных частиц наличие у нейтрино массы, вообще говоря, не предполагается. Именно поэтому во многих учебниках по физике написано, что у нейтрино массы нет вовсе.

С проблемой определения массы нейтрино оказалась связана ещё одна, связанная с построением модели нашего Солнца. Дело в том, что в ходе ядерных реакций, которые, как предполагается, идут на звёздах подобного типа, должны рождаться и разлетаться во все стороны электронные нейтрино, причём часть из них достигает поверхности Земли. И эти частицы действительно регистрируются, однако их число в несколько раз меньше того, которое должно было бы быть, согласно теории ядерных реакций. Это означает: или модель Солнца неверна, или по пути от него с электронными нейтрино что-то происходит, и они просто исчезают.

Для решения этой проблемы было предположено, что за время пролёта от Солнца до Земли часть электронных нейтрино превращается в нейтрино других типов. Процесс такого превращения получил название «осцилляций нейтрино», и эти осцилляции были зарегистрированы в эксперименте. Но из этой же теории следует, что массу *должны* иметь все три типа нейтрино, в том числе и электронное. Таким образом, измерение массы нейтрино для физиков имеет принципиальное значение.

Итак, обладает ли электронное нейтрино массой или нет? Ведь утверждение о том, что чего-то не существует вовсе – очень сильное – всегда можно сказать: «плохо искали», «была велика ошибка измерений», «неверно интерпретирован результат» и т. д. Само же измерение означает сравнение с эталоном, в нашем случае с таким же маленьким по массе (или ещё меньшим) объектом. Но такие объекты науке пока неизвестны.

III-5 Астрофизика

III-5.1 Оценка размеров Солнца

Для оценки размеров Солнца предположим (и это во многом соответствует современным теориям), что Солнце – это гигантский газовый шар, состоящий из водорода. Давление сил гравитационного притяжения сжимает шар, однако при сжатии газа повышаются как его температура, так и давление, препятствующее сжатию. В результате должно наступить равновесие, и размеры шара стабилизируются. Радиус такого шара и есть радиус звезды. Оценим его величину.

В центре Солнца гидростатическое давление, создаваемое столбом газа, высота которого равна его радиусу R_C , рассчитывается по известной формуле:

$$p = \rho \langle g \rangle R_C, \quad (\text{III-5.1})$$

где $\rho = \frac{M}{V}$ – плотность газа массой M , занимающей объём V (будем считать ρ некоторой константой), а $\langle g \rangle$ – среднее значение ускорения свободного падения.

Само ускорение свободного падения g зависит от расстояния r до центра шара следующим образом – см. [1-3]:

$$g = G \frac{M}{r^2} = G \frac{\rho V}{r^2} = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{r^2} = \frac{4}{3} G \rho \pi r. \quad (\text{III-5.2})$$

Поскольку зависимость $g(r)$ линейна, среднее значение ускорения свободного падения равно половине максимального значения (при $r = R_C$), то есть

$$\langle g \rangle = \frac{1}{2} g = \frac{1}{2} G \frac{M}{R_C^2}. \quad (\text{III-5.3})$$

Итак, давление, соответствующее гравитационному сжатию, равно

$$p = \rho \times \frac{1}{2} G \frac{M}{R_C^2} \times R_C. \quad (\text{III-5.4})$$

Давление, препятствующее сжатию газа, найдём, пользуясь

уравнением Клапейрона-Менделеева:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT, \quad (\text{III-5.5})$$

где $\mu = 0,001$ кг/моль – атомная масса водорода (при температуре $T = 10^7$ К, а именно такую температуру – в среднем – по современным данным имеет солнечный газ) атомы водорода не связываются в молекулы и о *молярной* массе говорить не приходится; R – универсальная газовая постоянная.

Из этого уравнения следует:

$$p = \frac{M}{V\mu} RT = \frac{\rho RT}{\mu}. \quad (\text{III-5.6})$$

Приравняв выражения (III-5.4) и (III-5.6), получим:

$$\rho \times \frac{1}{2} G \frac{M}{R_C^2} \times R_C = \frac{\rho RT}{\mu}, \text{ или}$$
$$R_C = \frac{G\mu M}{2RT}. \quad (\text{III-5.7})$$

Все, входящие в формулу параметры, известны (например, масса Солнца $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг); подставим их значения:

$$R_C = \frac{6,68 \cdot 10^{-11} \times 0,001 \times 2 \cdot 10^{30}}{2 \times 8,31 \times 10^7} \approx 8 \cdot 10^8 \text{ (м)}.$$

Если учесть, что астрономические измерения дают для радиуса Солнца весьма близкое значение ($7 \cdot 10^8$ м), можно сделать вывод о том, что наши представления о строении Солнца, возможно, и не так уж далеки от действительности.

III-5.2 Оценка размеров чёрной дыры

Чёрная дыра – массивный космический объект, гравитационная сила притяжения на поверхности которого столь велика, что даже скорости света не хватает для того, чтобы фотоны могли улететь от неё.

Оценим, чему должен равняться радиус подобного объекта, чтобы этот эффект стал реальностью (соответствующая сфера называется *сферой Шварцшильда*).

Понятно, что для покидания поверхности космического объекта скорость улетающего тела должна быть не меньше первой космической – см. [1-3]:

$$v_{\text{1к}} = \sqrt{gR}, \quad (\text{III-5.8})$$

где g – ускорение свободного падения на поверхности, а R – радиус объекта (в нашем случае – чёрной дыры), причём

$$g = G \frac{M}{R^2},$$

где M – масса объекта.

Минимальное значение R получим, считая скорость фотонов (скорость света c) равной первой космической, $c = \sqrt{\frac{GM}{R^2}} R$:

$$R = \frac{GM}{c^2}.$$

Учёт положений общей теории относительности меняет эту формулу, но не сильно:

$$R = \frac{1}{2} \frac{GM}{c^2}. \quad (\text{III-5.9})$$

Из этой формулы следует: для того, чтобы черной дырой являлось Солнце, при той же массе его радиус должен был бы равняться

$$R = \frac{6,68 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}{2 \times (3 \cdot 10^8)^2} \approx 3 \cdot 10^3 \text{ (м)} = 3 \text{ (км)}.$$

Как мы отметили выше, реально радиус нашего светила составляет примерно $7 \cdot 10^8$ м; таким образом, оснований беспокоиться о том, что наше Солнце превратится в чёрную дыру, у нас нет.

ЛИТЕРАТУРА

І Основная

1. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов / – М.: Академия, 2012. – 560 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебное пособие для вузов / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Академия ИЦ, 2014. – 720 с.
3. Кокин С.М. Физика. Часть I. Конспект лекций. М.: МИИТ, 2010. – 144 с.
4. Кокин С.М., Никитенко В.А. Физика. Часть II: Конспект лекций. – М.: МИИТ, 2013. – 178 с.

II Дополнительная

5. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие в 3-х т. – Т. 3./ И.В. Савельев. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 302 с.
6. Физика твёрдого тела: Учебное пособие для технических университетов / И.К. Верещагин, С.М. Кокин, В.А. Никитенко, В.А. Селезнёв, Е.А. Серов; под ред. И.К. Верещагина. – М.: Высш. школа, 2001. – 237 с.
7. Никитенко В.А., Прунцев А.П. Концепции современного естествознания. Учебное пособие / В.А. Никитенко, А.П. Прунцев. – М.: МИИТ, 2004. – 210 с.
8. Кокин С.М., Селезнёв В.А. Физика в истории железных дорог: Учебное пособие / С.М. Кокин, В.А. Селезнёв. – Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2016. – 296 с.
9. Чертов А.Г., Воробьёв А.А. Задачник по физике: Учеб. пособие для вузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. – М.: Изд. Физ.-мат. литературы, 2007. – 640 с.
10. Кули-Заде Т.С., Кокин С.М. Решение задач по физике. Волновая и квантовая оптика, элементы атомной физики и квантовой механики. / Т.С. Кули-Заде, С.М. Кокин. Под редакцией д. ф.-м. н., проф. З.Л. Шулимановой – М.: МИИТ – 2016. – 88 с.

Св. план 2017 г., поз. 148

Кокин Сергей Михайлович
Никитенко Владимир Александрович

ФИЗИКА
Часть III
КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Тираж 300 экз.

Формат 60 × 84/16

Москва, Издательский центр Onebook